# Лабораторная работа №5 по теме: «Решение явным и неявным методом смешанной задачи для уравнения теплопроводности»

## Подготовил студент Михайлов Денис

## группы Б8117-02.03.01

**Постановка задачи:**

Получить решение явным и неявным методом смешанной задачи для уравнения теплопроводности.

**Дано:**

С начально-краевыми условиями:

Где

**Ход решения явным методом:**

Решим краевую задачу с помощью явной схемы:

Выразим из уравнения (1). Получим:

Где:

* , (2.1)
* (2.2)
* (2.3)

Решаем полученную систему (2) и получаем следующее решение:

[0.0, 0.309017, 0.587785, 0.809017, 0.951057, 1.0, 0.951057, 0.809017, 0.587785, 0.309017, 0.0]

[0.0, 0.300484, 0.571554, 0.786677, 0.924795, 0.972387, 0.924795, 0.786677, 0.571554, 0.300484, 0.0]

[0.0, 0.292186, 0.555772, 0.764954, 0.899258, 0.945536, 0.899258, 0.764954, 0.555772, 0.292186, 0.0]

[0.0, 0.284118, 0.540425, 0.743831, 0.874426, 0.919426, 0.874426, 0.743831, 0.540425, 0.284118, 0.0]

[0.0, 0.276273, 0.525502, 0.723291, 0.85028, 0.894037, 0.85028, 0.723291, 0.525502, 0.276273, 0.0]

[0.0, 0.268644, 0.510991, 0.703319, 0.826801, 0.86935, 0.826801, 0.703319, 0.510991, 0.268644, 0.0]

Точное решение смешанной задачи имеет следующий вид:

[0.0, 0.309017, 0.587785, 0.809017, 0.951057, 1.0, 0.951057, 0.809017, 0.587785, 0.309017, 0.0]

[0.0, 0.290208, 0.552008, 0.759773, 0.893167, 0.939131, 0.893167, 0.759773, 0.552008, 0.290208, 0.0]

[0.0, 0.272543, 0.518408, 0.713527, 0.838801, 0.881968, 0.838801, 0.713527, 0.518408, 0.272543, 0.0]

[0.0, 0.255954, 0.486853, 0.670095, 0.787744, 0.828283, 0.787744, 0.670095, 0.486853, 0.255954, 0.0]

[0.0, 0.240374, 0.457219, 0.629307, 0.739795, 0.777867, 0.739795, 0.629307, 0.457219, 0.240374, 0.0]

[0.0, 0.225743, 0.429388, 0.591002, 0.694765, 0.730519, 0.694765, 0.591002, 0.429388, 0.225743, 0.0]

**Ход решения неявным методом:**

Решим краевую задачу с помощью явной схемы:

Выразим из уравнения (3). Получим:

Где:

* , (4.1)
* (4.2)
* (4.3)

Полученная система (4) решается методом прогонки, где:

* (5.1)
* (5.2)
* (5.3)
* (5)

Для решения системы порядка следует брать за , где . При пользуемся начальным условием (4.2).

Решив методом прогонки полученную систему (5), получаем следующее решение:

[0.0, 0.309017, 0.587785, 0.809017, 0.951057, 1.0, 0.951057, 0.809017, 0.587785, 0.309017, 0.0]

[0.0, 0.311187, 0.573945, 0.787642, 0.925569, 0.973141, 0.925503, 0.787278, 0.571991, 0.300713, 0.0]

[0.0, 0.310254, 0.561249, 0.767236, 0.900886, 0.947035, 0.900643, 0.766125, 0.556621, 0.292633, 0.0]

[0.0, 0.307371, 0.549087, 0.747691, 0.877008, 0.921679, 0.876465, 0.745544, 0.541665, 0.28477, 0.0]

[0.0, 0.303245, 0.537176, 0.728882, 0.853911, 0.897064, 0.852958, 0.725523, 0.527113, 0.277118, 0.0]

[0.0, 0.298322, 0.525394, 0.710701, 0.831558, 0.873175, 0.83011, 0.706049, 0.512955, 0.269673, 0.0]

Точное решение смешанной задачи имеет следующий вид:

[0.0, 0.309017, 0.587785, 0.809017, 0.951057, 1.0, 0.951057, 0.809017, 0.587785, 0.309017, 0.0]

[0.0, 0.290208, 0.552008, 0.759773, 0.893167, 0.939131, 0.893167, 0.759773, 0.552008, 0.290208, 0.0]

[0.0, 0.272543, 0.518408, 0.713527, 0.838801, 0.881968, 0.838801, 0.713527, 0.518408, 0.272543, 0.0]

[0.0, 0.255954, 0.486853, 0.670095, 0.787744, 0.828283, 0.787744, 0.670095, 0.486853, 0.255954, 0.0]

[0.0, 0.240374, 0.457219, 0.629307, 0.739795, 0.777867, 0.739795, 0.629307, 0.457219, 0.240374, 0.0]

[0.0, 0.225743, 0.429388, 0.591002, 0.694765, 0.730519, 0.694765, 0.591002, 0.429388, 0.225743, 0.0]

**Код программы (решение явным методом)**

from math import exp, sin, pi

def Explicit\_scheme(N, H):

    n = 0.02

    h = 0.4

    U = [[0 for i in range(H)] for j in range(N)]

    for i in range(H):

        U[0][i] = round(func(h\*i, 0), 6)

    for i in range(1, N):

        U[i][0], U[i][H-1] = round(func(0, n \* i), 6), round(func(4, n \* i), 6)

        for j in range(1, H-1):

            U[i][j] = round(scheme(U[i-1][j-1], U[i-1][j], U[i-1][j+1], h, n), 6)

    return U

def func(x, t):

    return exp(-t \* 3.14) \* sin(pi \* x/4)

def scheme(u0, u1, u2, h, g, a = 4/(pi\*\*(1/2))):

    q = g / h\*\*2

    return q\*a\*u0 + (1 - 2 \* q\*a)\*u1 + q\*a\*u2

**Код программы (решение неявным методом)**

from math import exp, sin, pi

def Implicit\_scheme(N, H):

    n = 0.02

    h = 0.4

    U = [[0 for i in range(H)] for j in range(N)]

    for i in range(H):

        U[0][i] = round(func(h\*i, 0), 6)

    q = n/h\*\*2

    a = -q \* 4 / pi\*\*(1/2)

    b = 1 - 2\*a

    for i in range(1, N):

        A = [-a/b]

        B = [U[i-1][0]/b]

        for j in range(1, H):

            A.append(-a/(a\*A[j-1] + b))

            B.append((U[i-1][j] - a\*B[j-1])/(a\*A[j-1] + b))

        U[i][0], U[i][H-1] = round(func(0, n \* i), 6), round(func(4, n \* i), 6)

        for j in range(H-2, 0, -1):

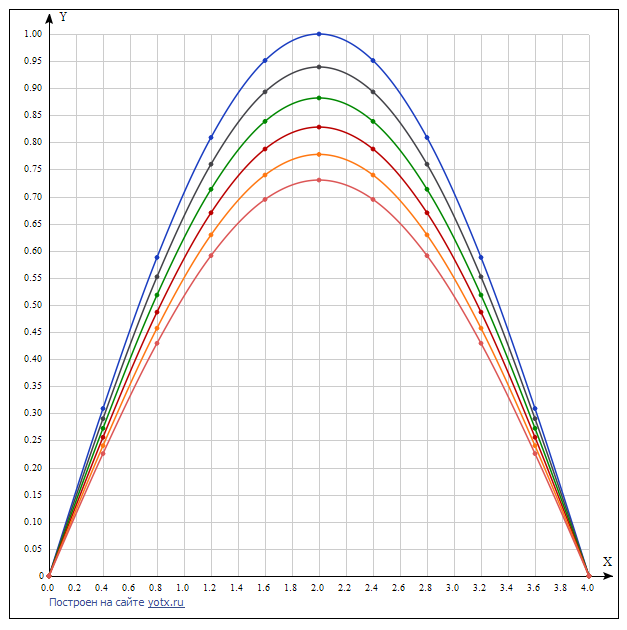
            U[i][j] = round(A[j] \* U[i][j+1] + B[j], 6)

    return U

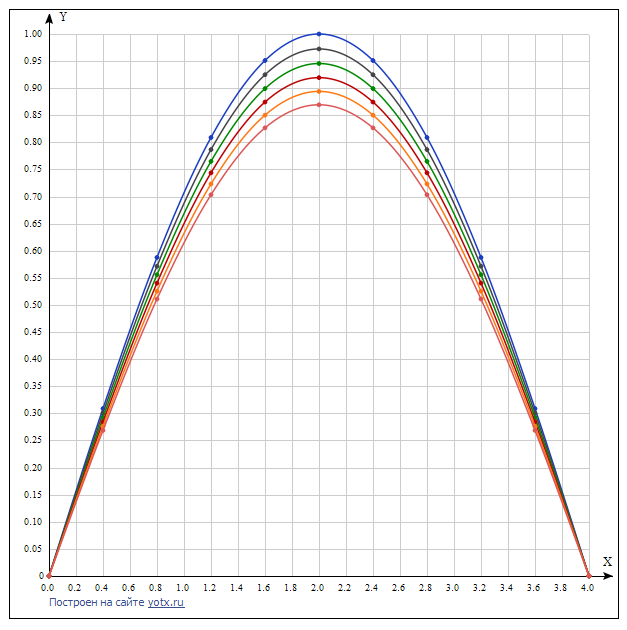
def func(x, t):

    return exp(-t \* 3.14) \* sin(pi \* x/4)

**График точного решения:**



**График решения, полученного c помощью явного метода:**



**График решения, полученного с помощью неявного метода:**

