Sound phenomena

Suono, *sonus*, la sensazione uditiva data dalla vibrazione di un corpo che oscilla, ovvero lo spostamento nel tempo indotto da movimenti vibratori generati da una certa sorgente1 in un determinato mezzo elastico.
La caratteristica principale, nonché quella più evidente di un fenomeno oscillatorio è, senza dubbio, il carattere alternativo, l'essere un movimento periodico, che si ripete con regolarità nel tempo. Allo stesso modo di un sasso che impatta in uno specchio d'acquagenerando un moto ondoso che con il passare del tempo avanza verso le zone circostanti, il suono giunge alle orecchie sotto forma di variazioni di pressione atmosferica sufficientemente grandi, dette onde di pressione sonora: le particelle del mezzo attraverso cui il suono si trasmette, adiacenti alla sorgente, vibrano in prossimità della loro posizione di partenza propagando la perturbazione trasmessa loro dalla sorgente alle particelle vicine, che a loro volta la trasmettono ad altre, e queste ultime ad altre ancora, generando, in questo modo, zone di compressione e zone di rarefazione che assumono le sembianze di un'onda acustica (onda meccanica longitudinale, quando l'oscillazione segue la direzione di propagazione).
Nello specifico, i movimenti vibratori fanno oscillare, intorno alla loro posizione di equilibrio, le particelle di gas adiacenti, che comunicano il movimento alle particelle vicine. Ciò genera vere e proprie onde di spostamento (ridotta velocità e ampiezza, ma elevata velocità di propagazione). In ogni punto gli spostamenti delle particelle dalla posizione di equilibrio sono associati ad aumenti o diminuzioni di densità: per gli spostamenti di avvicinamento rispetto al punto, la densità aumenta, viceversa, diminuisce. La pressione totale p_t si comporta allo stesso identico modo, aumenta quando la densità aumenta e diminuisce quando la densità diminuisce. Si producono, in questo modo, onde di pressione strettamente connesse alle onde di spostamento. Entro certi e ben precisi limiti di ampiezza e frequenza, queste variazioni di pressione

$$p = p_t - \bar{p}$$

rispetto alla pressione atmosferica media p sono effettivamente percepite come suoni (per questo denominate onde sonore).
Si noti che un'onda non è un moto di corpi massivi, non ha una traiettoria e non c'è una legge oraria che ne descrive il comportamento. Traiettoria è l'insieme delle posizioni di un punto materiale che esso viene ad occupare durante il suo moto, e la legge oraria di un punto materiale è una funzione che ad ogni istante assegna la posizione occupata dal punto materiale in questione in quel preciso istante:

- un'onda non ha una traiettoria, ce l'hanno i punti messi in moto da essa;
- un'onda non occupa una posizione in un dato istante, sono le particelle messe in moto ad occuparla;
- un'onda non trasporta materia e, non causa uno spostamento di materia, ma solo vibrazioni.

In generale: un'onda trasmette energia, senza spostare materia. La propagazione può avvenire attraverso un mezzo, si parla in questo caso di onde meccaniche (la propagazione dipende dalle caratteristiche di rigidità ed elasticità del mezzo) o, anche senza un mezzo di diffusione, fenomeno caratteristico delle onde elettromagnetiche, la luce, capace di propagarsi nel vuoto.

L'onda sinusoidale

Il suono è un fenomeno assai complesso. La sua trattazione impone una buona dose di semplificazione in modo da poter ridurre frangenti molto contorti in situazioni estremamente semplici, come il caso ideale di un'onda costante che si espande nello spazio libero. La miglior rappresentazione possibile di un fenomeno ondulatorio periodico, oscillazioni nell'ampiezza e nel tempo, è *l'onda sinusoidale*.
Poniamo che il suono si propaghi nell'aria. Quando una particella viene indotta a spostarsi dalla sua posizione di equilibrio, le forze elastiche tendono inevitabilmente a riportarla in posizione di partenza. Tuttavia, a causa dell'inerzia della particella, essa supera la sua posizione di equilibrio azionando forze elastiche nella direzione opposta.
La pressione indotta p e la velocità v variano intorno al punto di equilibrio, il centro d'oscillazione, in funzione del tempo e secondo curve sinusoidali che seguono le leggi del moto armonico semplice.

Consideriamo

$$x_t = A \sin(\omega t)$$

- $t = 0$ la distanza dal centro della circonferenza è praticamente nulla $\rightarrow \sin(0) = 0$
- $\frac{\pi}{2} \rightarrow \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$
- $\pi \rightarrow \sin(\pi) = 0$
- $\frac{3\pi}{2} \rightarrow \sin(3\frac{\pi}{2}) = -1$
- $2\pi \rightarrow \sin(2\pi) = 0$

Derivando la posizione rispetto al tempo, otteniamo la velocità:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = A\omega \cos(\omega t + \phi)$$

La pressione p è sfasata di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla velocità che si annulla nei punti di inversione del moto e assume valore massimo (positivo o negativo) al centro dell'oscillazione.

Derivando la velocità rispetto al tempo, otteniamo l'accelerazione:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

L'accelerazione risulta nulla quando il moto oscillatorio passa per il centro.

L'onda sonora: grandezze caratteristiche

Cerchiamo di capire quali sono le grandezze caratteristiche di una ipotetica perturbazione y, indotta da una qualsivoglia sorgente, che si propaga nello spazio x e, nel tempo t. Un'onda può essere matematicamente descritta come:

$$y_{x,t} = A \sin \left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

$k[m^{-1}] = \frac{2\pi}{\lambda} =$ numero d'onda angolare $\frac{rad}{m}$, ovvero, il numero di oscillazioni nell'unità di lunghezza. Corrisponde al reciproco della lunghezza d'onda: $k = \frac{1}{\lambda}2\pi$

$w[s^{-1}] = \frac{2\pi}{T} =$ frequenza angolare $\frac{rad}{s}$, ovvero, il numero di oscillazioni nell'unità di tempo. Corrisponde al reciproco del periodo: $k = \frac{1}{T}2\pi$

Quello che facciamo ora è sostituire:

$$\begin{aligned} y_{x,t} &= A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x \pm \frac{2\pi}{T}t + \phi\right) \\ &= A \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T} + \phi\right)\right) \end{aligned}$$

possiamo riscrivere $x = vt$ e, sostituire:

$$\begin{aligned} y_{x,t} &= A \sin\left(2\pi\left(\frac{vt}{\lambda} \pm \frac{t}{T} + \phi\right)\right) \\ &= A \sin\left(2\pi\left(\frac{v}{\lambda} \pm \frac{1}{T}\right)t + \phi\right) \end{aligned}$$

da cui:

$\lambda =$ lunghezza d'onda
$T =$ periodo
$\frac{1}{T} = f =$ frequenza
$A =$ ampiezza
$v =$ velocità
$\phi =$ costante di fase
$(kx \pm \omega t + \phi) =$ fase del moto

Una doppia dipendenza: fissando il valore x costante, otteniamo l'andamento in funzione del tempo:

$$y_t = A \sin\left(\text{costante } \pm \frac{2\pi}{T}t\right)$$

Viceversa, fissando t costante, otteniamo l'andamento in funzione dello spazio:

$$y_t = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x \pm \text{ costante}\right)$$

Lunghezza d'onda

Per lunghezza d'onda λ si intende la distanza espressa in metri, tra due successivi massimi o minimi di oscillazione (la distanza tra due particelle nello stesso stato o fase)

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

Periodo e Frequenza

Il periodo T indica il tempo, espresso in secondi, impiegato a compiere un giro completo della circonferenza (ciclo, una intera vibrazione) 2π.

$$t = \frac{s}{v} \rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{v}$$

È inversamente proporzionale alla frequenza f in Hertz Hz (numero di oscillazioni in un secondo).

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda}$$

Costante di fase e sfasamento

Si definisce fase di una funzione periodica, un particolare istante in corso di propagazione lungo l'asse dei tempi, misurato per mezzo di un angolo detto *angolo di fase*: la frazione di periodo trascorsa ad un certo istante a partire da un tempo fissato.
Se consideriamo

$$x_t = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$(\omega t+\phi_0)$ si definisce fase del moto Φ e, rappresenta il valore istantaneo dell'angolo associato al moto armonico, mentre ϕ_0 si dice costante di fase o fase iniziale ed esprime il valore dell'angolo, in radianti, all'istante considerato iniziale.
La quantità di fase ϕ_0 produce una traslazione Δt dello stesso segnale pari a

$$\Delta t = \frac{\phi_0}{\omega}$$

e, in gradi

$$\Delta g = \phi_0 \frac{180}{\omega}$$

Si complicano un po' le cose, se da una singola funzione si passa a considerare le interazioni di fase tra due o più sinusoidi. Si parla, in questo caso, di sfasamento $\Delta\phi$, letteralmente la differenza tra le costanti di fase associate ai singoli segnali:

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$

due diverse onde dello stesso tipo si propagano in un mezzo indipendentemente una dall'altra; la perturbazione risultante in ogni punto dello spazio ed in ogni istante è la sovrapposizione, somma vettoriale, delle perturbazioni dovute a ciascuna onda (principio di sovrapposizione).

È, inoltre, bene sottolineare che: in ritardo e in anticipo sono espressioni a cui non si può attribuire il significato di una successione temporale, essendo seno e coseno funzioni periodiche sempre uguali non ha senso dire che una arriva prima dell'altra. È, invece giusto considerare in anticipo semplicemente come angolo di fase positivo e, in ritardo come angolo di fase negativo.

Detto ciò:

$\Delta\phi = 0 \rightarrow$ accordo di fase
$\Delta\phi \pm \pi \rightarrow$ perfetta controfase
$\Delta\phi \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow$ quadratura di fase

Dati due segnali:

$x_1 = A_1 \sin(\omega + \phi_1)$
$x_1 = A_2 \sin(\omega + \phi_2)$

la risultante sarà:

$$y = A \sin(\omega + \phi)$$

con:

$A = \sqrt{(A_1 \cos(\phi_1) + A_2 \cos(\phi_2))^2 + (A_1 \sin(\phi_1) + A_2 \sin(\phi_2))^2}$

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{A_1 \sin(\phi_1) + A_2 \sin(\phi_2)}{A_1 \cos(\phi_1) + A_2 \cos(\phi_2)}\right)$

Velocità di propagazione

Il tempo impiegato dalle particelle per trasmettere il movimento agli strati successivi dipende dalla velocità di propagazione che a sua volta dipende dalla massa e dalla elasticità del mezzo entro cui il moto si propaga.
Nota bene che la velocità di traslazione media delle particelle, ossia il moto locale (*particle velocity*: le particelle oscillano intorno alla loro posizione) a cavallo

dell'onda non deve essere confusa con quella di propagazione del suono (*sound speed*) che, invece, dipende dalla temperatura e, può essere descritta come:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$$

$\gamma =$ rapporto tra calore specifico dell'aria a pressione costante e, lo stesso a volume costante, ed pari a 1.40
$P =$ pressione atmosferica in $\frac{N}{m^2}$
$\rho =$ densità in $\frac{kg}{m^3}$

Per ogni grado centigrado di aumento della temperatura, tale velocità tende a salire di $\sim 0.6 \frac{m}{s}$, indipendentemente dai valori di pressione e lunghezza d'onda.

Ampiezza

Definiamo ampiezza di oscillazione, la quantità di scostamento dell'onda dal suo punto di equilibrio: il massimo scostamento delle particelle rispetto alla loro condizione di equilibrio stabile, ossia, la variazione della pressione dell'aria attorno al suo valore di riposo.
Tanto maggiore è la l'ampiezza di oscillazione della sorgente sonora, tanto maggiore saranno le variazioni di pressione nel tempo e nello spazio. In pratica l'ampiezza della fluttuazione della pressione sonora è la caratteristica che ci permette di distinguere suoni più forti da suoni meno forti. Il valore associato a tali variazioni di pressione, più o meno pronunciate che siano, che normalmente si considera, data la concreta possibilità che offre di trascurare le informazioni di fase nelle relazioni matematiche, è il cosiddetto valore efficace P_e.

$P_0 =$ ampiezza di picco: massimo scostamento nel periodo T
$P_e =$ ampiezza efficace: $0.707 \cdot P_0$
$P_m =$ ampiezza media: $0.606 \cdot P_0$

La minima variazione di pressione udibile a $f = 1000Hz$ è circa $2 \cdot 10^{-5} Pa$.
L'intensità minima è, invece $I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$.
Il valore massimo o soglia del dolore è, invece, pari a $63.25Pa$; $I = 10 \frac{W}{m^2}$.

Eppure, si parla di *livello sonoro*, non di grandezze assolute.
Di fatto, le grandezze di cui si è appena detto complicherebbero non di poco la stima delle escursioni a causa della evidente difficoltà di calcolo che inevitabilmente portano con sé. Si ricorre, per tale ragione, all'utilizzo dei livelli sonori in modo da comprimere drasticamente i dati.
Si definisce livello di potenza sonora, *il logaritmo tra una grandezza data ed una di riferimento, tra loro omogenee.*

In questo modo è possibile contenere escursioni comprese tra $0.0000000001W$ e $10000W$, in livelli di potenza sonora compresi tra $20dB$ $160dB$ (nel calcolo della pressione sonora e della potenza sonora, il deciBel non è una unità di misura assoluta, ma una unità di livello che esprime il logaritmo del rapporto tra due quantità omogenee!).

$Lps = 10\log_{10}\left(\frac{P}{P_0}\right)^2 = 20\log_{10}\left(\frac{P}{P_0}\right)$
$Lws = 10\log_{10}\left(\frac{W}{W_0}\right)$

se poniamo $W = 1$ e $W_0 = 10^{-12}$, allora:

$$Lws = 10\log_{10}\frac{1}{10^{-12}} = 10 \cdot 12 = 120dB$$

ciò significa che ad $1W$ corrisponde una potenza sonora di $120dB$.

Così espressi, però, i livelli di pressione sonora non possono essere sommati algebricamente tra loro. In altre parole, la somma di due sorgenti di pari intensità non equivale assolutamente al doppio del livello di pressione sonora; a raddoppiare è la pressione P e non il livello di pressione. Occorre, per tale motivo, passare per gli antilogaritmi dei livelli, in modo da riportare i valori dei livelli sonori in termini di pressione e, poi calcolare il livello totale.

Supponiamo di voler sommare due livelli di pressione:

$Lps_1 = 20\log_{10}\left(\frac{P_1}{P_0}\right)$
$Lps_2 = 20\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_0}\right)$

calcoliamo i rispettivi antilogaritmi

antilog $Lps_1 = 10^{\frac{Lps_1}{20}} \cdot P_0$
antilog $Lps_2 = 10^{\frac{Lps_2}{20}} \cdot P_0$

sommiamo e calcoliamo il livello di pressione risultante

$$Lps_{tot} = 20\log_{10}\left(10^{\frac{Lps_1}{20}} + 10^{\frac{Lps_2}{20}}\right)$$