Pasquale Mainolfi

Appunti per il corso di Musica Elettronica

Digital Reverberation

Il riverbero è un fenomeno acustico legato alla riflessione dei raggi acustici che urtano un ostacolo posto davanti alla sorgente sonora. Dipende dalle dimensioni dell'ambiente e dal tipo di materiale di cui gli ostacoli sono fatti: *riflessioni su ostacoli di diverso tipo hanno intensità diverse a frequenze differenti.*

La risposta all'impulso tipica di un ambiente riverberante rivela la presenza di tre componenti: la componente diretta, le prime riflessioni e, una coda riverberante.

A partire da ciò, nel 1961 il fisico tedesco Manfred Robert Schroeder propose una brillante soluzione al problema della riverberazione digitale sfruttando al meglio l'idea di un modello costruito mediante l'utilizzo di linee di ritardo digitali come presupposto per la creazione di un insieme interconnesso di echi. Un'architettura relativamente semplice ed estremamente efficace, basata esclusivamente sull'impiego di quattro filtri comb (a pettine) recursivi combinati tra di loro.

Comb filter

Un *comb filter*, o *filtro a pettine*, è un particolare tipo di filtro che aggiunge al segnale in ingresso, una copia dello stesso segnale in ingresso ritardata di un certo tempo τ, generando una risposta in frequenza paragonabile ad una serie di impulsi equidistanti, simili ai denti di un pettine.

$$y[n] = x[n] + ax[n-d] + a^2x[n-2d] + \cdots + a^M x[n-Md]$$

da cui

$$H(z) = \frac{1 - a^{M+1}z^{-(M+1)d}}{1 - az^{-d}} = 1 + az^{-d} + a_2 z^{-2d} + \cdots + a_M z^{-Md}$$

Corrisponde ad un filtro FIR propriamente detto a *a soli zeri*:

$$y[n] = b_0 x[n] + b_M x[n-M]$$

Fissando $b_0 = 1$ e $b_M = g$, il filtro diventa un generatore di echi: il segnale originale sommato ad una sua copia ritardata di M campioni e, moltiplicato per un fattore di guadagno $g \leqslant 1$.
Se aggiungiamo un numero infinito di riflessioni, il risultato è un filtro comb IIR: *una serie di echi esponenzialmente attenuati ed equidistanti nel tempo.*

$$y[n] = b_0 x[n] - a_M y[n-M]$$

con funzione di trasferimento:

$$H(z) = \frac{1}{1 - az^{-M}}$$

Imponendo g positivo nella linea di retroazione, allora, le righe del pettine si troveranno ad $\frac{1}{\tau}$; viceversa, $-g$, annullerà la risposta a $\frac{1}{\tau}$.

Una risposta periodica in frequenza con le risonanze posizionate ai multipli interi dell'inverso della lunghezza del ritardo.

$$\frac{N}{\tau} \quad N \rightarrow [0, 1, 2, 3, \ldots]$$

L'ampiezza dei picchi e delle valli, dipende da g:

$$A_{picco} = \frac{1}{1-g}; \quad A_{valle} = \frac{1}{1+g}$$

e tempo di decadimento totale, espresso dalla relazione:

$$\frac{20 \log_{10}(g_i)}{m_j T} = -\frac{60}{T_6 0}$$

in cui g_i è il guadagno del filtro, m_j la lunghezza del ritardo in campioni e, T il periodo di campionamento. In altre parole, ogni passaggio nella linea di retroazione causa una perdita di energia pari a $-20 \log_{10}(g)$. Il tempo totale per decadere di $-60\ dB$ sarà:

$$T_{60} = \frac{60}{-20 \log_{10}(g)} \tau = \frac{3}{\log_{10}\left(\frac{1}{g}\right)} \tau$$

Il primo modello di riverberatore digitale proposto da Schroder consisteva proprio in quattro filtri comb connessi in parallelo, con $0.035 \leqslant \tau \leqslant 0.045$ sec.

$$H(z) = \sum_{i=0}^{N} \frac{z^{-m_i}}{1 - g_i z^{-m_i}}$$

$N =$ numero totale di filtri
$g_i = 10^{\frac{-3T}{T_{60}}} =$ guadagno

Ciò però, non poteva bastare.
In primo luogo, devono considerarsi le risonanze che si generano quando un'onda viene emessa in un ambiente chiuso. Parliamo, delle cosiddette *frequenze proprie di risonanza o, modi propri di risonaza: la distanza tra due o più riflessioni successive è esattamente uguale ad un numero intero di lunghezze d'onda*, che è possibile ricavare, conoscendo lunghezza, altezza e profondità di un ambiente, con la formula per l'andamento della distribuzione di probabilità di Rayleigh

$$f_{n1,n2,n2} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{n1}{L}\right)^2 + \left(\frac{n2}{W}\right)^2 + \left(\frac{n3}{H}\right)^2}$$

$L = lunghezza$
$W = larghezza$
$H = altezza$
$n1, n2, n3 = indici\ modi\ assiali,\ tangenziali\ e\ obliqui$
$assiali = 1, 0, 0 - 0, 1, 0 - 0, 0, 1$
$tangenziali = 1, 1, 0 - 0, 1, 1 - 1, 0, 1$
$assiali = 1, 1, 1$

In secondo luogo, deve considerarsi la quantità di echi che arriva effettivamente all'ascoltatore,

$$N_{echi} = \frac{4\pi(vt)^3}{3V}$$

$V =$ volume dell'ambiente in m^3
$v =$ velocità di propagazione del suono in $\frac{m}{s}$

e, che dopo un certo tempo t_c, gli echi tendono a sovrapporsi fondendosi l'uno con l'altro.

$$t_c = 5 \cdot 10^{-5}\sqrt{\frac{V}{\Delta t}}$$

È chiaro, che quattro filtri comb non possono bastare. Si potrebbe provare ad incrementare il numero di filtri comb in modo da poter aumentare la quantità di echi. In questo caso, però, che l'ondulazione spettrale aumenterebbe all'aumentare del numero di unità filtranti. La soluzione? Incastrare nel modello un'altra particolare unità filtrante: il filtro *allpass*.

Allpass filter

Un filto *passa tutto* o *non zero costante* è la combinazione di un filtro a pettine feedforward con uno in feedback, con coefficiente del feedforward positivo e negativo nel feedback.

$$y[n] = -gx[n] + x[n-M] + gy[n-M]$$

$$H(z) = \frac{a_1 + z^{-M}}{1 + a_1 z^{-M}}$$

$$A(\omega) = 1$$

$a_1 = \frac{\tan\left(\pi \frac{f_{cut}}{sr}\right) - 1}{\tan\left(\pi \frac{f_{cut}}{sr}\right) + 1}$

I poli della funzione di trasferimento sono gli stessi di quella per un filtro comb; nel filtro allpass sono presenti anche gli zeri nelle posizioni reciproche coniugate: la risposta in ampiezza è 1 a tutte le frequenze. Si comporta lasciando passare tutte le frequenze allo stesso modo e, modificando le relazioni di fase tra le varie frequenze: ad $f_{cut} \rightarrow -90°$ per un allpass IIR di primo ordine.

È possibile ottenere una quantità di echi minima accettabile aggiungendo due allpass in serie a seguito dei quattro moduli comb.

Low pass feedback comb filter LPFBCF

L'aggiunta di un filtro passa-basso nella linea di retroazione del modulo comb, consente da simulare al meglio l'effetto selettivo dell'assorbimento dell'energia acustica in ambienti riverberanti.

$$LPF = \frac{1-a}{1-az^{-1}}$$

$$LPFBCF = \frac{z^{-M}}{1 - g\left(\frac{1-a}{1-az^{-1}}\right) z^{-M}}$$

Ponendo $g = 10^{\frac{-3\tau}{T_{60}}}$, è possbile (ma non sempre) calcolare il tempo di riverberazione T_{60} usando la formula di Sabine per la valutazione quantitativa tramite relazione analitica (a partire dalle caratteristiche geometriche dell'ambiente e dalle proprietà di assorbimento acustico).

$$T_{60} = 0.16 \frac{V}{\alpha_{totale}}$$

$V =$ volume dell'ambiente in m^3
$\alpha_{totale} = \sum \alpha_n S_n$
$\alpha_n =$ coefficienti di assorbimento $S_n =$ superfici in m^2