

# Comment simuler numériquement la géomorphologie alpine ?

Thibaut Manceau, Alexis Gros, Tristan Porteries

19 mars 2016

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Glossaire</b>	<b>4</b>
1.1	Glossaire géomorphologique . . . . .	4
1.2	Glossaire informatique . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Les principes géomorphologiques</b>	<b>4</b>
3.1	Le relief . . . . .	4
3.2	L'altération . . . . .	5
3.2.1	L'altération physique . . . . .	5
3.2.2	L'altération biologique . . . . .	6
3.2.3	L'altération chimique . . . . .	7
3.3	L'érosion . . . . .	7
3.3.1	L'érosion éolienne . . . . .	7
3.3.2	L'érosion fluviale et le ruissellement . . . . .	8
Le ruissellement . . . . .	8	
Les torrents . . . . .	8	
3.3.3	L'érosion karstique . . . . .	9
3.3.4	L'érosion glaciaire . . . . .	10
3.3.5	L'érosion marine . . . . .	10
3.4	Le transport . . . . .	11
3.4.1	Le glissement de masse . . . . .	11
3.4.2	Les écoulements gravitaires . . . . .	11
3.4.3	L'écoulement d'un fluide . . . . .	11
3.4.4	Le transport des sédiments . . . . .	12
3.4.5	Le diagramme de Hjulström . . . . .	12
3.5	Le dépôt des sédiments . . . . .	13
3.6	Quelques rappels sur la géologie . . . . .	13
3.6.1	La tectonique des plaques . . . . .	13
3.7	La subduction . . . . .	14
3.7.1	L'histoire de la chaîne alpine . . . . .	14
3.8	Dynamique des roches . . . . .	15
3.8.1	Le temps . . . . .	15
3.8.2	La température . . . . .	15
3.8.3	La pression . . . . .	15
<b>4</b>	<b>La simulation</b>	<b>16</b>
4.1	Modéliser un paysage géologique . . . . .	16
4.1.1	Les simulations physiques . . . . .	16
Simulation par pâtes . . . . .	16	
La place de la physique dans la simulation . . . . .	17	
4.1.2	La simulation numérique par automate cellulaire . . . . .	17
Simulation par voxels . . . . .	17	
4.2	Les Cellules . . . . .	18
4.2.1	Définition d'une cellule . . . . .	18
4.2.2	Disposition des cellules . . . . .	18
4.3	Interactions entre cellules . . . . .	19
4.3.1	Recherche des cellules adjacentes . . . . .	19

4.3.2	Cellules en collisions . . . . .	20
4.3.3	Propagation par front de cellules . . . . .	20
4.3.4	Calques de vitesse . . . . .	22
4.3.5	Centre instantané de rotation . . . . .	23
4.3.6	Compression et traction entre cellules . . . . .	25
Loi de Hooke . . . . .	25	
Approximation du comportement de la compression et de la traction . . . . .	26	
4.3.7	Friction entre cellules . . . . .	27
4.4	Les limites de la simulation . . . . .	28
4.4.1	Les limites du réalisme . . . . .	28
4.4.2	Les limites de temps de calcul . . . . .	29
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>29</b>

# 1 Glossaire

## 1.1 Glossaire géomorphologique

- Géomorphologie : Partie de la géologie se centrant sur l'étude des formes ;
- Moho : Limite entre la lithosphère et l'asthénosphère ;
- Orogénèse : Désigne tous les mécanismes relatifs à la surrection d'un massif montagneux ;
- Viscosité : Capacité d'un fluide à s'écouler.

## 1.2 Glossaire informatique

- Boxel : Matérialisation d'un voxel en tant que cube ;
- Étape complète de simulation : Étape comprenant la résolution de toutes les collisions entre les cellules ;
- Voxel : Point dans un environnement 3D discret.

# 2 Introduction

Cela fait à peine 50 ans que la communauté scientifique a adopté la tectonique des plaques, et malgré de nombreuses recherches, la géologie, discipline encore relativement fragmentaire, est une science assez jeune comparée à la physique et aux mathématiques et qui connaît encore de nombreux points sombres, ignorant toujours la structure profonde du manteau.

Cependant, nous (Alexis Gros, Tristan Porteries et Thibaut Manceau) pensons qu'il serait intéressant de décrire une simulation de paysage géomorphologique de façon réaliste. En effet, cette simulation pourrait grandement aider à l'obtention de nouvelles connaissances sur la géomorphologie, sans compter tous les autres débouchés où elle pourrait remplacer des générateurs de terrains souvent trop peu réalistes.

Vous serez ainsi informés dans ce présent document de nos recherches qui ont été portées sur les Alpes. Nous avons choisi ce massif montagneux car il combine tous les phénomènes géomorphologiques les plus pertinents.

Nos travaux ont été répartis en deux grands axes de développement :

- un listage des phénomènes géomorphologiques ;
- le fonctionnement d'une simulation représentant ces phénomènes.

# 3 Les principes géomorphologiques

## 3.1 Le relief

Ce que nous appelons « relief » correspond à l'ensemble des formes créées par des processus. Ces processus sont regroupés sous le nom de « Morphogenèse ». Nous pouvons les séparer en deux parties :

- les facteurs endogènes, qui correspondent à la formation d'un paysage (par exemple, la tectonique des plaques) ;
- les facteurs exogènes, qui correspondent à la destruction d'un paysage : l'érosion...

L'homme est également considéré comme un facteur géomorphologique, mais il est à la fois endogène et exogène.

Quatre étapes principales composent ces processus :

- l'altération ;

- l'érosion ;
- le transport ;
- la sédimentation.

Les débris de roche résultant de phénomènes exogènes sont nommés des altérites. L'altération correspond à tout ce qui modifie les propriétés des roches, ce qui conduit à une destruction partielle ou totale de celles-ci. L'érosion correspond au processus de dégradation et de transformation du relief qui est causé par tout agent externe. Le transport est l'acheminement des altérites par des agents de transport (souvent les mêmes que les agents externes qui réalisent l'érosion). La sédimentation correspond au dépôt des altérites.

Les échelles d'espace ne sont pas les mêmes : l'altération chimique s'étudie à plus petite échelle que l'altération physique ; mais ces deux catégories restent assez ciblées. L'érosion, le transport et la sédimentation se constatent, pour leur part, à l'échelle du paysage.

## 3.2 L'altération

### 3.2.1 L'altération physique

L'altération physique est l'ensemble des altérations qui agissent physiquement sur divers matériaux entre eux :

- la cryoclastie : Lorsqu'une roche poreuse se remplit d'eau et que cette eau gèle, son volume augmente d'environ 10%, ce qui provoque des fissures. Nous appelons le facteur déterminant la « Gélivité » d'une roche, et elle dépend de la porosité et du taux de fissure de celle-ci ;



FIGURE 1 – Rocher soumis à une altération de type cryoclastique

- la thermoclastie : Processus de fracturation lié aux changements importants et fréquents de variation de température ;
- la desquamation : Un enlèvement de lames de roche en pelure d'oignon ;



FIGURE 2 – Faille en « pelure d'oignon » typique d'un enlèvement en desquamation

- l'hydroclastie : Processus de fracturation lié aux changements de la teneur en eau de la roche. L'eau provoque, par exemple, un gonflement de l'argile et augmente la pression hydrostatique. Lorsque l'eau s'évapore, elle provoque une fracturation par dessiccation (qui correspond au phénomène de desquamation, mais avec des formes s'organisant en réseau de fentes) ;
- l'haloclastie : Elle est due aux cristaux de sel laissés par de l'eau qui s'est évaporée. Ces cristaux de sels vont creuser la roche, et ainsi potentiellement la fragmenter.



FIGURE 3 – Roche creusée par le sel

### 3.2.2 L'altération biologique

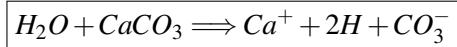
L'altération biologique comprend tout les phénomènes imputables aux êtres vivants. L'altération prédominante est la respiration cellulaire. Qu'elle soit complète ou incomplète, elle entraîne une production de  $CO_2$  et d'eau qui influenceront le sol.



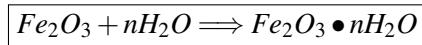
FIGURE 4 – Schéma de la respiration cellulaire

### 3.2.3 L'altération chimique

- mise en solution : basiquement, la réaction d'une roche avec de l'acide ou de l'eau qui va désagréger celle-ci. Par exemple, la réaction de l'eau avec la calcite :



- hydratation et déshydratation : résumables par minéral + eau = nouveau minéral hydraté ; la déshydratation étant le processus inverse. Les réactions les plus importantes sont :
  - l'hydratation de l'hématite pour produire de la limonite :



- l'hydratation de la kaolinite pour produire de la gibbsite ;
- hydrolyse : processus au cours duquel un cation (ion positif) d'un minéral va remplacer un cation  $H^+$  d'une solution acide. Cette réaction a pour conséquence de détruire le minéral (mise en solution complète) ou de le convertir en une nouvelle espèce (que l'on appellera alors un néo-matériau) ;



FIGURE 5 – Phénomène d'hydrolyse appliqué à une roche (on le voit à la couleur différente de la roche)

- oxydation : la combinaison de métaux (comme le fer et le manganèse) avec l'eau qui provoque une modification de la structure cristalline du minéral ;
- dissolution : désagrégement des molécules en anions et cations par un solvant et dispersion dans l'eau.

## 3.3 L'érosion

Nous caractérisons le potentiel d'érosion à partir de deux critères :

- l'érodibilité, qui correspond à la sensibilité du sol à l'érosion ;
- l'érosivité, qui correspond à l'intensité potentielle de l'érosion.

### 3.3.1 L'érosion éolienne

Le vent est un agent efficace uniquement dans les régions arides car la présence d'une couverture végétale diminue fortement son effet. Il ne peut déplacer que des éléments fins (les limons sont entraînés à partir d'une vitesse de 3 m/s, les sables nécessitent, pour leur part, 10 m/s).



FIGURE 6 – Exemple d'érosion éolienne

### 3.3.2 L'érosion fluviale et le ruissellement

**Le ruissellement** Le ruissellement se déclenche si les précipitations sont supérieures à la capacité d'infiltration du sol. C'est le cas général des terrains imperméables. Après une forte pluie, les eaux empruntent les fissures du sol (à la surface), les élargissent progressivement en chenaux parallèles qui, par la suite, fusionnent avec l'écoulement des arêtes.



FIGURE 7 – Les « Bad Lands » (ici, en PACA) : exemple d'érosion due au ruissellement

**Les torrents** Les torrents sont situés en amont des montagnes. Ils sont décomposables en trois parties :

- un bassin de réception, où l'eau emporte les différentes roches ;
- un chenal d'écoulement, qui est souvent étroit, à forte pente et à fort courant ;
- un cône de déjection, où s'amoncellent une partie des altérites.

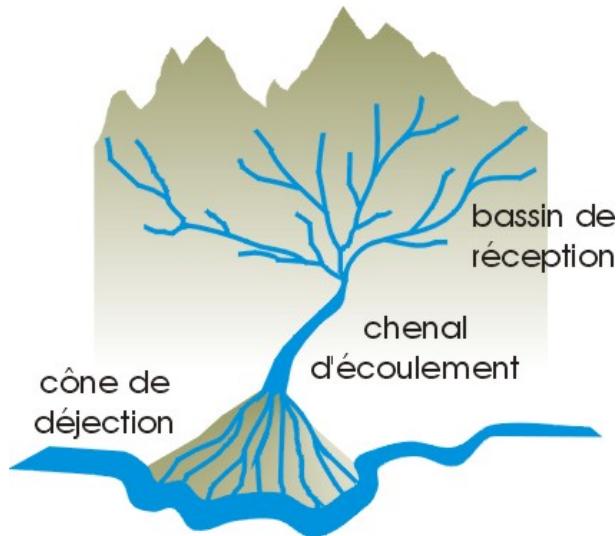


FIGURE 8 – Schéma des trois composantes d'un torrent

### 3.3.3 L'érosion karstique

Toutes les formes d'érosions relatives à la dissolution des roches par de l'eau douce portent le nom de morphologie karstique. Nous distinguons deux types de morphologie karstique :

- La morphologie souterraine, aussi appelée endokarst. Elle est constituée de nombreuses failles et diaclases (pierres fendues mais ne s'écartant pas). Nous distinguons deux parties : la partie active, où s'écoulent les rivières souterraines et la partie fossile, sans eau. De nombreux attributs lui sont propres, comme la présence de stalactites (caractérisées par un canal central où s'écoule l'eau), de stalagmites (pleines), de draperies... Toutes ces concrétions résultent du dégazage du  $CO_2$ , qui provoque la précipitation de  $CaCO_3$  ;
  - La morphologie aérienne, aussi appelée exokarst. Nous pouvons citer les dollines, de grandes dépressions qui proviennent de l'agrandissement de failles dues à l'infiltration de l'eau ; les canyons, où encore les rivières sèches (toute l'eau ayant été absorbée par le sol).

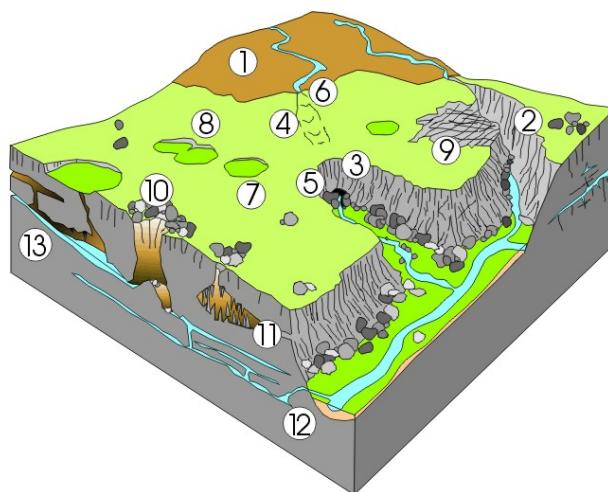


FIGURE 9 – Schéma des différentes morphologies karstiques

### 3.3.4 L'érosion glaciaire

L'érosion glaciaire dépend de la température de la base du glacier : Si la température est assez élevée, un fin film d'eau se forme et entraîne le glacier vers le bas de la vallée. Au contact de cette grosse masse d'eau, les débris s'incorporent à la glace et sont emportés. Si la base du glacier est froide, celui-ci ne se déplace que par déformation plastique et l'érosion est minimale. A grande échelle, nous pouvons observer des vallées qui peuvent être à faible pente (correspondant à un élargissement du glacier) ou à forte pente (correspondant à un rétrécissement). Lorsque deux ou plusieurs glaciations se sont succédées, nous pouvons observer des vallées avec plusieurs auges. A petite échelle, l'érosion glaciaire se manifeste par des surfaces polies et souvent striées à cause du poids conséquent du glacier (des stries glaciaires). Dans beaucoup de cas, ces roches présentent une pente plus faible vers l'amont (usure) que vers l'aval (arrachement de blocs), ce qui permet de reconstituer le sens d'écoulement des glaciers.



FIGURE 10 – Photo de stries glaciaires

### 3.3.5 L'érosion marine

Les principaux agents de l'érosion marine sont les vagues et les courants, auxquels on peut ajouter l'action du sel emporté par le vent (processus d'*haloclastie* due à la cristallisation de sel dans la porosité et les fractures). Les vagues ont un pouvoir érosif dû à plusieurs facteurs :

- un mitraillage de la surface par les débris (gravier et sable) transportés ;
- une force de succions lorsqu'elles se retirent ;
- des vibrations pas suite de chocs successifs.

Les altérites sont ensuite séparées selon leur poids : les plus fines restent en suspension alors que les plus grosses se déposent au fond. Les grains de sable qui subissent l'action des vagues ont un aspect émoussé-luisant, contrairement à ceux transportés par le vent qui ont un aspect rond-mat.

L'érosion des façades littorales par la mer se produit par sapements et éboulements (l'eau creuse le bas de la falaise, ce qui provoque l'effondrement du mur). Nous distinguons les falaises vives, encore érodées par les vagues, des falaises mortes, séparées par un banc de sable de la mer.



FIGURE 11 – Photo d'une facade marine

### 3.4 Le transport

Il existe trois types de transport :

- le glissement de masse (sans fluides) ;
- les écoulements gravitaires (avec fluides) ;
- les écoulements d'eau, d'air ou de glace.

#### 3.4.1 Le glissement de masse

Les glissements de masse se produisent lorsque la pente est raide. Le déplacement est court (de l'ordre du kilomètre) mais la quantité de matière transportée peut être très importante. Le déplacement provient d'une fissure avec la masse rocheuse qui délie la surface rocheuse. Les fluides n'ont aucun impact sur ce type de transport (sauf si nous considérons qu'ils sont la cause de la fissure).

#### 3.4.2 Les écoulements gravitaires

Les écoulement gravitaires proviennent de la mise en solution d'altérites. Toutefois, nous les distinguons des écoulements de fluides simples car c'est la gravité qui provoque leur déplacement. Les pentes soumises à ce type de transport sont faibles.

#### 3.4.3 L'écoulement d'un fluide

L'écoulement d'un fluide est le fluide qui est responsable du déplacement. Sa capacité à transporter des altérites dépend de nombreux facteurs, dont sa masse volumique, sa vitesse et sa viscosité. Les différences entre l'air, l'eau liquide et les glaciers proviennent de cette différence de masse et de viscosité. La vitesse du fluide permet de distinguer deux types d'écoulements : laminaire et turbulent. Un écoulement laminaire peut être qualifié de « tranquille » : les filets d'eau restent parallèles entre eux. Un écoulement turbulent, pour sa part, voit ses filets d'eau partir dans tous les sens : le transport est conditionné par les altérites qu'il transporte. C'est le « nombre de Reynolds » (Re) qui permet de distinguer si un écoulement est laminaire ou turbulent :

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

Où  $V$  est la vitesse du fluide (en m/s),  $L$  sa viscosité cinématique (en  $m^2/s$ ) et  $v$  la dimension caractéristique (en m).

Si  $Re$  est compris entre 500 et 2000, l'écoulement est laminaire. Les glaciers, de part leur forte viscosité, réalisent un écoulement laminaire. C'est également le cas des rivières à très faible pente. Si  $Re$  est supérieur à 2000, l'écoulement est turbulent. C'est le cas de la plupart des rivières et du vent. Nous distinguons également le courant torrentiel, qui est dû à une très forte vitesse du fluide. Nous pouvons savoir si un liquide exerce un écoulement torrentiel grâce au « nombre de Froude » ( $F$ ) :

$$F = \frac{V}{g \times r} \times \frac{1}{2}$$

où  $V$  est la vitesse du fluide,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $r$  la profondeur du chenal dans lequel se fait l'écoulement. Si  $F$  est supérieur à 1, l'écoulement est torrentiel. Si  $F$  est inférieur à 1, l'écoulement est turbulent.

### 3.4.4 Le transport des sédiments

Nous distinguons trois types de transport de sédiments, qui dépendent de la masse des sédiments :

- le roulement, pour les altérites les plus grosses ;
- la saltation (ou le transport par rebond) pour les éléments de masse moyenne ;
- la suspension pour les éléments les plus légers.

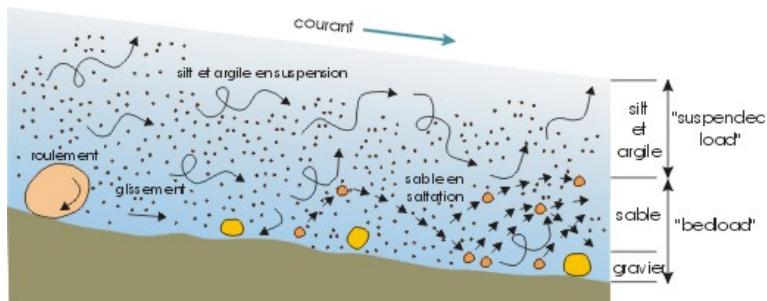


FIGURE 12 – Schéma du transport de sédiments

La charge en suspension des écoulements turbulents est beaucoup plus importante que celle des écoulements laminaires.

### 3.4.5 Le diagramme de Hjulström

Ce graphe (essentiellement basé sur des expériences en laboratoire) montre la vitesse minimale d'un courant nécessaire pour mobiliser, transporter et déposer des grains de quartz de granulométrie variable.

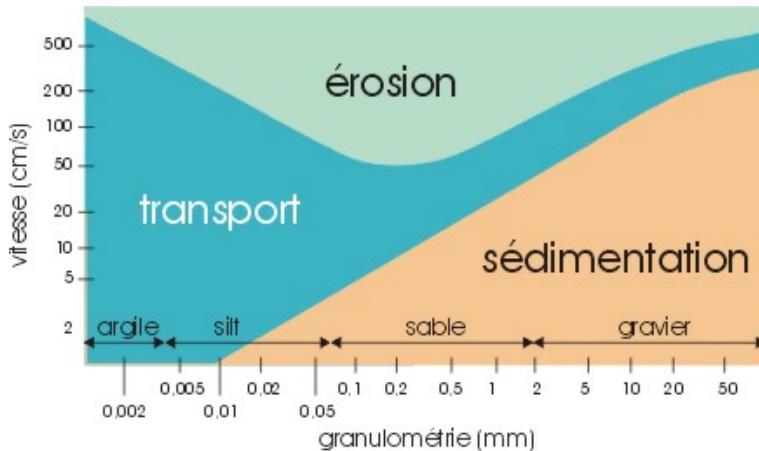


FIGURE 13 – Diagramme de Hjulström

### 3.5 Le dépôt des sédiments

Dès qu'une particule est mise en suspension, elle commence aussitôt à sédimerter. Sa vitesse de sédimentation est donnée par la loi de Stokes :

$$v = c \times d^2$$

Où  $c$  est une constante égale à :

$$c = (rp - rf) \times \frac{g}{18\mu}$$

Où  $v$  représente la vitesse de sédimentation,  $\mu$  la viscosité du fluide,  $rf$  sa masse volumique et  $rp$  celle de la particule ;  $d$  est le diamètre de la particule.

### 3.6 Quelques rappels sur la géologie

#### 3.6.1 La tectonique des plaques

Imaginée par Wagner au 19 siècle, redécouverte dans les années 50 pour n'être qu'unaniment acceptée dix ans plus tard, la théorie des plaques signe le véritable commencement de la géologie en tant que science, changeant totalement notre vision de la terre et de ses cycles.

La tectonique des plaques propose que l'écorce terrestre soit formée de plaques qui se déplaçaient les unes par rapport aux autres à la faveur des mouvements internes du manteau terrestre. Ce même manteau qui, encore de nos jours, reste bien mystérieux (notamment en ce qui concerne les points chauds).

La mécanique de la terre, qui est à la source de tous les effets géomorphologiques visibles, est en fait le résultat d'un long refroidissement qui commença il y a 4,6 milliards d'années et qui se poursuit encore aujourd'hui.

Cette mécanique de refroidissement met en place d'autres mécanismes comme ceux de la fermeture et de l'ouverture des océans, causes majeures de la plupart des mouvements à la surface de la terre.

### 3.7 La subduction

La subduction désigne la plongée d'une plaque sous une autre (voir figure ci-dessous). Ces plaques sont dites lithosphériques (car possédant une lithosphère, pour simplifier, une partie solide séparée de l'asthénosphère par le moho). Elles sont portées par l'asthénosphère, la partie « manteau » des plaques.

Une subduction survient généralement quand une plaque océanique vieillissante plonge sous un continent. En fonction de l'angle d'incidence et de la vitesse de la plaque plongeante, différents types de phénomènes orogéniques sont visibles à la surface.

Par exemple, des séismes fréquents qui créent une chaîne de montagne.

De nos jours, ce phénomène se manifeste encore à grande ampleur dans les Andes, et on trouve des traces de subductions aux quatre coins du globe, de l'Inde au Japon en passant par les Alpes.

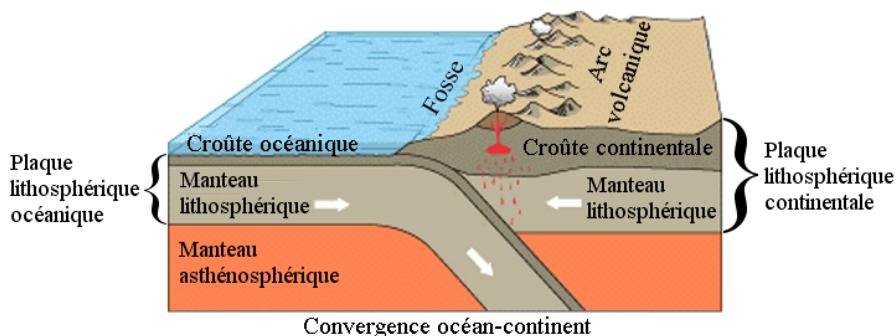


FIGURE 14 – Schéma de la subduction entre deux plaques tectoniques.

#### 3.7.1 L'histoire de la chaîne alpine

Le début de l'histoire de la chaîne alpine commence peu après -256 Ma. À cette époque, le paléoocéan Théty (aussi appelé océan alpin) occupait la majorité de la surface terrestre. Les contraintes du manteau terrestre amorcèrent alors le soulèvement d'une zone de la plaque alpine, préfigurant une dorsale océanique.

- - 200 Ma, trias : ouverture de l'océan alpin.  
La dorsale est pleinement ouverte et déverse son magma dans l'océan alpin, ce qui a pour effet de l'élargir. A son apogée, l'océan alpin fut large de 300 à 1000 km, et profond de 3500 à 4000 m ;
- - 140 Ma, crétacé inférieur : début de la compression de l'océan alpin suite à des contraintes externes telles que le rapprochement de la plaque Africaine ;
- Fin du crétacé inférieur, subduction du côté de la plaque africaine ;
- Nouvelle océanisation dans « la zone valaisaine » (nouvelle dorsale typique des océans en fin de vie) ;
- Crétacé supérieur : fin de l'océan alpin, qui est considérablement réduit, et commencement de la mer alpine, reliée à l'océan atlantique en formation. L'océan valaisan est, pour sa part, totalement refermé ;
- -65 Ma, paléocène : sous l'effet des contraintes, émersion de la plate-forme continentale au-delà de la « zone valaisaine ».

Début de la formation des alpes avec la poursuite de la compression.

La zone du massif du mont blanc passe sous la zone d'obduction majoritaire pour ressurgir plus tard à sa place actuelle ;

- Oligocène : écaillage important des couches ;

- - 23 Ma : néogène, création du jura au devant des alpes par effet collatéral de compression ; Soulèvement du massif du Mt Blanc, ce qui pousse la partie calcaire des Alpes à glisser par gravité ;
- Pliocène : séparation de la partie calcaire des alpes et pré-alpes (Jura, Chartreuse, Vercors) du reste, désormais essentiellement granitique). Cette séparation se produit par glissement de la partie supérieur calcaire qui s'éloigne de la zone de surrection du Mont blanc. C'est à ce moment qu'est atteint le pic d'intensité dans la formation des alpes.

Plus récemment, dans ces dernières centaines de milliers d'années, les nombreuses ères glacières successives ont totalement refaçonnées le massif des Alpes ; et c'est cette époque qui reste, malgré son âge assez faible, la plus décisive dans le façonnage des massifs alpins.

Le glacier du Rhône tout particulièrement, assez titanique, a creusé un immense sillon qui laissera place notamment au Lac Léman.

### 3.8 Dynamique des roches

Les physiciens ont grandement fait avancer la géologie modernes grâce à l'étude des roches. En effet, la connaissance de la dynamique des roches face à un contexte donné éclaire sur la formation et l'évolution des grands systèmes orogéniques comme les déformations à petite échelle.

#### 3.8.1 Le temps

Le temps est l'élément fondamental de la géologie car même les roches les plus dures se déformeront comme de la pâte à modeler si elles sont soumises à une force puissante dans le même sens pendant plusieurs dizaines de milliers d'années. C'est d'ailleurs pour cela qu'on utilise de la pâte à modeler dans les modélisations géologiques à petite échelle. En effet, sur les échelles immenses qui sont celles des temps géologiques, n'importe quel matériau se comportera comme s'il était mou.

Par exemple, une montagne, sous certaines conditions, peut se transformer en colline en seulement quelques millions d'années. Autre exemple, la « mort des océans » qui est due à la lithosphère océanique qui, étant plus dense que la croûte continentale, se refroidit et s'alourdit lentement au fil des millénaires. Il est avéré qu'à cause de ce principe, la durée de vie des océans est limitée à environ 270 millions d'années. Les océans suivent donc un cycle de naissance, vie et mort qui est directement à la source de la plupart des mécanismes orogéniques.

#### 3.8.2 La température

Plus la température est élevée, plus une roche est fluide. C'est le cas pour toutes les roches ; ainsi, l'aspect « pâte à modeler » des roches est accentué en profondeur par la chaleur, qui les rend plus malléables. Ainsi, il existe une limite assez floue mais bien réelle qui sépare les failles cassantes (qui se déplacent brusquement à intervalle régulier) des failles coulissantes où les roches supportent leur déformation progressive en coulissant entre elles comme des fluides très visqueux. Les séismes se produiront plus souvent sur une faille « cassante » que sur une faille « coulissante ».

#### 3.8.3 La pression

La pression est un facteur auquel nous pensons rarement en premier mais qui est en réalité tout aussi important que les autres. En effet, la pression des grandes profondeurs empêche les roches de devenir liquide trop rapidement au fur et à mesure qu'elles s'enfoncent.

A l'inverse, une brusque remontée de roche depuis les profondeurs, comme c'est le cas avec les volcans, les font fondre et augmentent plus encore la pression qu'elles exercent sur le « toit » du volcan. C'est ce qui explique que le magma des volcans remonte jusqu'à une certaine hauteur, s'infiltrant par les failles, puis que c'est alors au tour du gaz de fournir la pression nécessaire à l'expulsion du magma.

## 4 La simulation

### 4.1 Modéliser un paysage géologique

Il y a beaucoup de moyens de simuler certains comportements dynamiques en géologie. La plupart font appel à une expérience physique mais quelques uns, plus ou moins récentes, font exclusivement usage du numérique.

Pour rester cohérents avec notre problématique et notre objectif, nous avons choisi cette seconde voie. Nous avons toutefois décidé de vous exposer le fonctionnement des simulations physiques, car les simulations numériques se basent souvent sur celles-ci.

#### 4.1.1 Les simulations physiques

**Simulation par pâtes** Il est fréquent chez les chercheurs géologues de remplacer les couches par divers ingrédients plus ou moins courants : de la pâte à modeler, du sable mélangé avec de l'huile, ou tout autre pâte ductile colorée. Ces différentes couches sont soigneusement empilées et leurs propriétés sont choisies avec soin de sorte à faire l'analogie avec les couches géologiques d'un paysage réel. Ces simulations, bien que limitées, arrivent à représenter des contraintes de déformation très précises, pour avoir un aperçu visuel d'une démonstration en géologie (ex : tectonique des plaques, démonstration de l'existence de certains types de plissemens) ou pour démontrer l'existence de certains comportements et propriétés dans un système géologiques.

La plupart de ces simulations sont encore utilisées aujourd'hui (par souci de rapidité), et modélisent des phénomènes très précis en utilisant des propriétés physiques.

La collision de la plaque indienne avec la plaque euro-asiatique a ainsi reçu une illustration réaliste grâce à un presseoir en métal (représentant l'inde) s'enfonçant dans de la pâte à modeler (représentant l'Asie). D'autres simulations du même genre mettent en valeur certains types de plis (plis couchés, plis droits...). Cependant, ces différentes simulations, bien que très parlantes, prouvent rarement des conjectures car elles sont difficilement reproductibles et nécessitent surtout beaucoup de suppositions qui détachent leur mises en œuvre de la réalité.

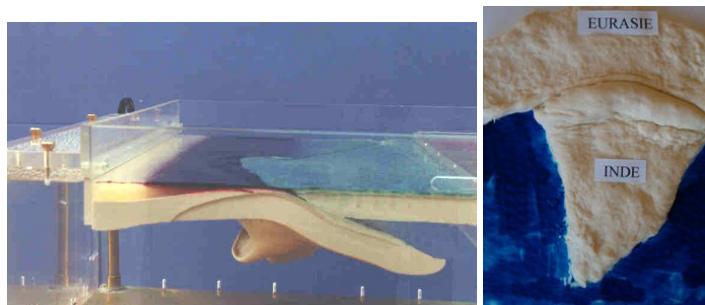


FIGURE 15 – À gauche : Photo de simulation physique par couches de pâtes. À droite : Photo de simulation par pâtes des indes.

**La place de la physique dans la simulation** Dans ce contexte, la géologie a beaucoup appris de la physique. Celle-ci l'a amené à conduire d'autres types d'expériences pour trouver les propriétés de certaines roches soumises à des conditions de pressions et de températures intenses, ou bien à trouver les réactions chimiques opérant lors de l'érosion de roches calcaires par un milieu riche en  $CO_2$ .

#### 4.1.2 La simulation numérique par automate cellulaire

Nous avons épulchés plusieurs thèses traitant de la simulation de phénomènes géologiques grâce aux ordinateurs. Nous n'aurons malheureusement pas trouvé le code source de ces logiciels (ce qui nous aurais permis de les intégrer à notre simulation, puis de les compléter par nos algorithmes). De plus, nous avons émis une requête auprès d'un des scientifique ayant basé sa thèse sur une simulation comme la nôtre, mais celui-ci ne nous a pas répondu.

Dans toutes nos recherche, une thèse en particulier a retenu notre attention : elle portait sur la simulation des mouvements de l'asthénosphère et des systèmes de simulation d'érosion.

Cette simulation permettait de représenter une subduction grâce à des automates cellulaires. Ces automates étaient représentés grâce à un algorithme se réagençant à chaque pas de la simulation. C'est notamment de là que nous vient l'idée d'avoir utilisé des cellules indépendantes.

Cette simulation était assez convaincante visuellement, mais fondamentalement très biaisée car le mouvement des cellules de la première plaque était artificiellement forcé vers le bas pour un meilleur rendu visuel, de sorte que l'apparence primait généralement sur le réalisme physique de la simulation.

C'est pour toutes ces raisons qu'un modèle d'érosion intelligent basé sur un automate cellulaire 3D permettrait de simuler avec une grande précision un paysage de type alpin, tout en économisant beaucoup de mémoire.

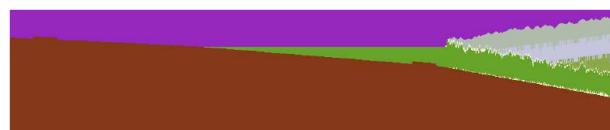


FIGURE 16 – Images d'une simulation par automates cellulaires bidimensionnelle à 3100 itérations.



FIGURE 17 – Images d'une simulation par automates cellulaires bidimensionnelle à 7100 itérations.

**Simulation par voxels** La simulation par voxels, particulièrement utile pour l'érosion, consiste à créer un terrain exclusivement composé de « cubes » : des points alignés sur un quadrillage en deux ou trois dimensions de coordonnées discrètes.

Habituellement, les données de traitement numérique de rendu utilisent des points, reliés entre eux par des traits formant des triangles, qui sont ensuite utilisés pour rendre les formes en perspectives. Les voxels, eux, créent des terrains uniquement composés de cubes, les boxels (voir Glossaire) de sorte qu'ils remplissent l'espace autour d'eux de la largeur d'une unité du système discret.

Ce système est avantageux quand on regarde au niveau du matériel : le processeur d'un ordinateur

ayant du mal avec les nombres à virgule, les voxels lui simplifient grandement la tâche. En effet, il devient bien plus rapide d'effectuer des opérations simples comme rechercher une cellule adjacente dans le maillage, en supprimer ou encore d'optimiser l'affichage en fonction de la présence ou non de cellules adjacentes. De plus, ce système offre l'avantage de permettre de changer assez facilement la résolution des boxels. En effet, on peut les simplifier à l'affichage en les rendant plus gros, ce qui allège la tâche de la carte graphique. De la même façon que dans les images en deux dimensions la plus petite unité considérée est le pixel, le boxel est à un rôle équivalent mais en 3D, ce qui implique que les algorithmes de compression classiques des images 2D (type png, jpeg, gif) peuvent s'appliquer sur des portions ou la totalité d'un terrain ainsi généré (moyennant des modifications mineures). Ces algorithmes permettraient une économie de mémoire énorme.

## 4.2 Les Cellules

### 4.2.1 Définition d'une cellule

Premièrement, nous devons définir le plus petit élément de cette simulation. On appellera cet élément une cellule. Une cellule est un morceau de terrain sphérique ou cubique d'environ 10 mètres. Cette taille peut varier mais n'a aucune importance dans la simulation car nous pouvons dire que tout est relatif. Elle est le seul élément incompressible mais les liens entre les cellules sont compressibles. Une cellule a pour caractéristiques immuables :

- son type de roche : des caractéristiques propres au type de roche seront utilisées pour les calculs de compression et de friction ;
- sa plaque tectonique : le seul moyen pour la différencier des autres cellules lors d'une collision de plaques.

Et comme caractéristiques mutables :

- sa position : la position de la cellule dans un ensemble non discret ;
- sa vitesse : le vecteur vitesse de la cellule équivalent au déplacement qu'effectuera cette cellule à la fin d'une étape complète de simulation.

Si nous prenons toutes les cellules de surfaces et formons des triangles entre elles, nous pourrons alors obtenir une visualisation graphique de la surface du terrain se déformant.

### 4.2.2 Disposition des cellules

La disposition des cellules importe tout particulièrement au début de la simulation.

Plusieurs dispositions ont été essayé avant d'arriver à celle utilisée actuellement. Pour simplifier la programmation, les cellules ne sont disposées que sur un plan pour permettre l'utilisation d'un modèle deux dimensions, qui se révèle bien plus simple à écrire et à déboguer. Ainsi, nous gardons des vitesses strictement en deux dimensions. Toutefois, nous utiliserons des vecteurs en trois dimensions (pour permettre une évolution sans avoir à réécrire le code). Après avoir choisi un modèle cellulaire planaire, nous devions choisir comment organiser ces cellules les unes par rapport aux autres.

Toutes les modèles de disposition ont plusieurs points communs : lors de la création des cellules, la disposition devra créer jusqu'à  $n_x$  cellules en abscisse et  $n_y$  en ordonnée. La première disposition choisie fut une grille carré, avec une grille nous faisons simplement une itération  $x$  à  $x_n$  et imbriqué à l'intérieur une autre itération de  $y$  à  $y_n$ .

- 1: **Pour**  $x$  de 0 jusqu'à  $(x_n - 1)$  **Faire**
- 2:   **Pour**  $y$  de 0 jusqu'à  $(y_n - 1)$  **Faire**
- 3:     Créer une cellule à la position  $(x, y)$ .
- 4: **Fin Pour**

## 5: Fin Pour

L'avantage de cette méthode était sa simplicité, mais l'inconvénient d'une disposition en grille carré est l'équidistance entre cellules. En effet, sur une grille carré les cellules sont à 1 ou à  $\sqrt{2}$  de distance, et comme nous devons toujours prendre le rayon le plus grand,  $\sqrt{2}$ . Cela peut induire à des liens en double lors d'une compression. La deuxième technique proposée fut la disposition en nid-d'abeille (ou hexagonale). Contrairement à une grille, les cellules sont toutes équidistantes dans une disposition hexagonale. Toutefois, leur disposition au début de la simulation nécessite un code légèrement plus complexe. Ce code doit garder une boucle normale pour les abscisses mais doit alterner entre  $y_n$  et  $y_n - 1$  pour les ordonnées quand  $x$  est pair.

```

1: Pour x de 0 jusqu'à ( $x_n - 1$ ) Faire
2:   Si  $n \pmod 2$  Alors
3:      $d = \frac{1}{2}$ .
4:      $y_{max} = y_n - 1$ 
5:   Sinon
6:      $d = 0$ 
7:      $y_{max} = y_n$ 
8:   Fin Si
9:   Pour y de 0 jusqu'à ( $y_{max} - 1$ ) Faire
10:    Créer une cellule à la position ( $x \times \sin \frac{\pi}{3}, y + d$ ).
11:  Fin Pour
12: Fin Pour

```

Où  $d$  représente le décalage des cellules en ordonnée (cette valeur alterne entre 0 et  $\frac{1}{2}$ ),  $y_{max}$  le nombre de cellules en ordonnée (alterne entre  $y_n$  et  $y_n - 1$ ) et où  $n \pmod 2$  donne faux quand  $n$  est pair et vrai si impair. Maintenant que toutes les cellules sont à 1 de distance entre elles, nous devons espacer les abscisses de  $\sin \frac{\pi}{3}$ , cette valeur étant tout simplement la hauteur d'un triangle équilatéral de 1 de côté.

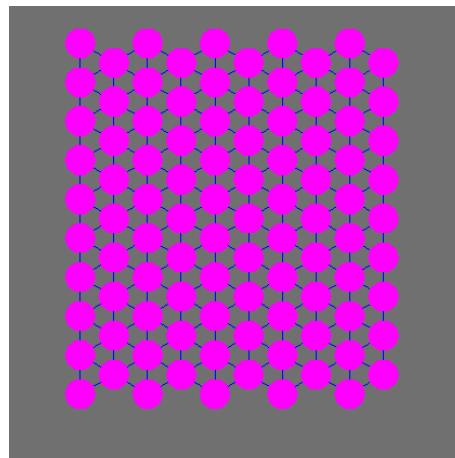


FIGURE 18 – Image de la disposition des cellules à l'initialisation de la simulation.

## 4.3 Interactions entre cellules

### 4.3.1 Recherche des cellules adjacentes

Pour commencer, toute cellule doit connaître toutes ses cellules adjacentes afin de pouvoir interagir avec celles-ci. Pour cela nous avons utilisé un arbre KD, qui nous permet d'optimiser

la recherche des cellules. En effet, l'arbre KD permet de réaliser une recherche des points inclus dans une sphère plus rapidement qu'une simple recherche linéaire.

Pour ce faire, au début de chaque nouvelle étape compète de simulation, l'arbre KD est détruit puis remplacé par un nouveau vide. Ensuite, nous ajoutons toutes les positions des cellules dans l'ordre (le numéro d'ajout étant le seul moyen de retrouver la cellule par rapport à sa position), puis nous exécutons le tri des positions dans l'arbre KD.

Après avoir instancié l'arbre, chaque cellule peut rechercher ses cellules adjacentes dans un rayon égal à la norme d'un vecteur (1 ; 1) (la distance originelle entre les cellules) puis enregistrer ces cellules dans une liste utilisée jusqu'à la re-création de l'arbre KD, donc après une itération.

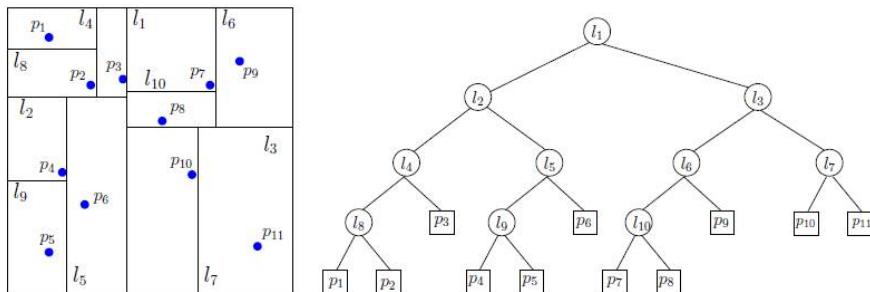


FIGURE 19 – Schéma d'un arbre KD en deux dimensions ainsi que sa hiérarchie.

#### 4.3.2 Cellules en collisions

Les cellules ne peuvent avoir d'interactions autre que la collision avec des cellules appartenant à une plaque tectonique différente.

Prenons l'exemple de deux plaques qui se rencontrent : il y a collision (puis subduction ou obduction dans certains cas). Chaque cellule étant positionnée sur la surface de contact entre ces deux plaques est donc considérée en collision avec la cellule correspondante dans la plaque tectonique opposée. Pour obtenir cette cellule en question, nous nous aidons de l'arbre KD, qui nous donne une liste de cellules toutes adjacentes entre elles. Dans cette liste, nous ne retenons que les cellules ayant une plaque tectonique différente de celle de la cellule étudié. Enfin ces cellules dites « en collision » n'interagiront qu'avec le centre instantané de rotation (décris plus bas), laissant chacune de leur plaque tectonique respective déformer leurs cellules indépendamment.

#### 4.3.3 Propagation par front de cellules

Pour propager la vitesse, plusieurs méthodes ont été envisagé. La première, la plus simple, se compose simplement d'une itération linéaire pour toutes les cellules existantes. Ainsi, chacune d'elle devra propager sa propre vitesse à ses cellules adjacentes. Cependant, cette méthode est totalement erronée, car si nous faisons l'itération de toutes les autres cellules avant la cellule en collision, celle-ci n'aura d'effet que sur ses seules cellules adjacentes, et non sur toute la plaque. Pour remédier à ce problème nous avons dû aborder une approche par fronts partant de la cellules en collision et s'étendant sur toute la plaque (formant ainsi une onde).

Deux méthodes s'offraient à nous :

- La première était de trouver toutes les cellules dans un intervalle de rayons par rapport à la cellule en collision ;
- La deuxième méthode, récursive, consistait à créer un front d'origine avec seulement la cellules en collision. Ainsi, chaque front créait le suivant en ajoutant les cellules adjacentes n'ayant jamais participé au front.

Chacune de ces méthodes présentaient des avantages et des inconvénients.

La première ne fonctionnait qu'avec une plaque rectangulaire. En effet, si la plaque est coudée, les cellules de l'autre côté du coude seront déjà dans le front avant celles dans le coude si la cellule en collision se trouve sur une des extrémités.

Ce problème n'existe plus avec la deuxième méthode, mais celle-ci avait pour inconvénient de ne pas former un front circulaire, mais basé sur la disposition des cellules, donnant ainsi un front hexagonal pour une disposition en nid d'abeille.

Pesant le pour et le contre et en tenant compte du temps de calculs (notre implémentation d'arbre KD ne permettant pas une recherche par intervalles de rayons, ce qui nous obligeait à faire deux recherches par rayon afin de supprimer les doublons), nous avons choisi la méthode récursive.

Pour ce faire, nous avons donné aux cellules deux nouvelles propriétés mutable : une pour savoir si la cellule à déjà fait partie du front (cela signifie aussi que la cellule a déjà propagé sa vélocité) :  $a_C$  et une autre pour savoir si la cellule fait actuellement partie du front :  $b_C$ .

Ces deux variables sont initialisées à faux au début de chaque étape complète de simulation. Pour chaque cellule en collision, nous créons un nouveau front ne contenant que celle ci. Toutes les cellules contenues dans le front sont considérées comme déjà calculées et ne vont plus faire partie du front, donc elles voient  $b_C$  et  $a_C$  mis à vrai durant la propagation de vélocité sur leurs cellules adjacentes.

Ensuite, chaque cellule dans le front itère sur toutes ses cellules adjacentes et les ajoute si leurs deux propriétés sont fausses (ce qui signifie qu'elles ne font pas partie du front). Chaque cellule remplissant ces conditions est alors ajoutée dans le front et voie  $b_C$  mis à vrai car elle fait désormais partie du front.

Ainsi nous créons nouveau front grâce à l'ancien sans cellules en doublon. Dès que le front ne contient plus aucune cellule, cela signifie que nous avons fini les calculs en rapport avec la cellule en collision actuelle et que nous pouvons passer à la prochaine cellule en collision ou recommencer une étape complète de simulation.

- 1: Création du front  $F$ .
- 2: **Pour**  $i_c$  de 0 jusqu'à  $(n_c - 1)$  **Faire**
- 3:   Ajouter  $C_{i_c}$  dans  $F$ .
- 4:    $b_{C_{i_c}} = \text{Vrai}$ .
- 5: **Tant que**  $n_f > 0$  **Faire**
- 6:   **Pour**  $i_f$  de 0 jusqu'à  $(n_f - 1)$  **Faire**
- 7:     **Pour**  $i_a$  de 0 jusqu'à  $(n_a - 1)$  **Faire**
- 8:       **Si** non  $a_{C_{i_a}}$  et non  $b_{C_{i_a}}$  **Alors**
- 9:         Propagation de vélocité vers  $C_{i_a}$ .
- 10:      **Fin Si**
- 11:     **Fin Pour**
- 12:      $a_{C_{i_f}} = \text{Vrai}$ .
- 13: **Fin Pour**
- 14:   **Pour**  $i_f$  de 0 jusqu'à  $(n_f - 1)$  **Faire**
- 15:     **Pour**  $i_a$  de 0 jusqu'à  $(n_a - 1)$  **Faire**
- 16:       **Si** non  $a_{C_{i_a}}$  et non  $b_{C_{i_a}}$  **Alors**
- 17:         Ajouter  $C_{i_a}$  dans  $F$ .
- 18:          $b_{C_{i_a}} = \text{Vrai}$ .
- 19:       **Fin Si**
- 20:     **Fin Pour**
- 21: **Fin Pour**
- 22: **Fin Tant que**

```

23: Pour  $i_t$  de 0 jusqu'à  $(n_t - 1)$  Faire
24:    $a_{C_{i_t}} = \text{Faux.}$ 
25:    $a_{C_{i_t}} = \text{Faux.}$ 
26: Fin Pour
27: Fin Pour

```

Où  $n_t$  est le nombre de cellules total dans la simulation,  $n_c$  le nombre de cellules en collision,  $n_f$  le nombre de cellules dans le front,  $n_a$  le nombre de cellules adjacentes à une cellule donnée,  $a_C$  qui vaut « vrai » si la cellule a déjà fait partie du front (donc a déjà propagé sa vitesse) et  $b_C$  qui vaut « vrai » si la cellule fait actuellement partie du front.

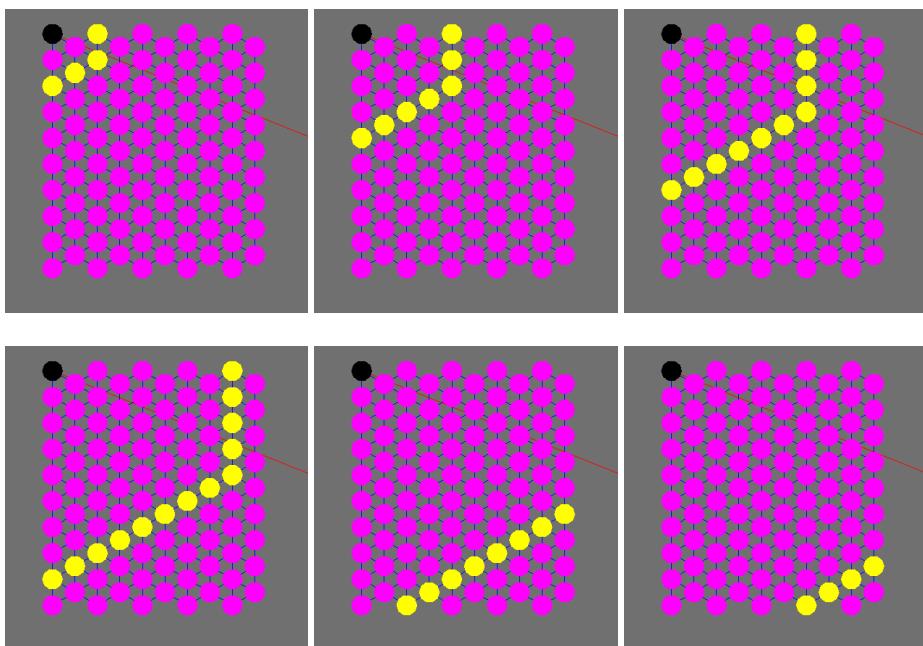


FIGURE 20 – Échantillons de six photos dans le temps montrant l'expansion du front aux cellules non calculées. En noir, la cellule en collision ; en jaune, les cellules du front et en violet, les autres cellules.

#### 4.3.4 Calques de vitesse

Pour éviter des interférences entre les différentes propagations de vitesse des cellules en collision, nous utilisons des calques uniques contenant une vitesse par cellule. Chaque calque est lié à une cellule en collision.

Au début de l'étape complète de simulation, chaque cellule réserve dans ses variables une liste de vecteur pour chaque cellules en collision puis, pour chaque propagation de vitesse des cellules en collision, les cellules affectées ne travaillent que sur le vecteur correspondant au numéro de la cellule en collision. À la fin de l'étape complète de simulation, tous les vecteurs sont ajoutés entre eux pour donner le déplacement à appliquer à la cellule.

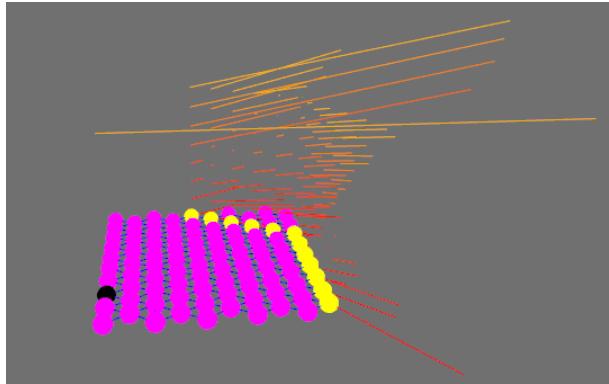


FIGURE 21 – Photo de la représentation graphique des calques de vitesse, les premiers calques sont en rouge et les derniers en jaune. Nous pouvons observer pour chaque cellule sa vitesse calculée pour un calque particulier.

#### 4.3.5 Centre instantané de rotation

Comme nous l'avons expliqué, chaque cellule dans le front doit appliquer une vitesse aux cellules qui feront partie du front l'itération suivante. Mais quelle doit être la direction de cette vitesse et sa norme ? Prenons le cas de deux cellules  $C_1$  et  $C_2$ .

$C_1$  fait partie du front et  $C_2$  est une de ses adjacentes non calculées.  $C_1$  reçoit une vitesse  $\vec{u}$ ,  $C_2$  devra recevoir une vitesse  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  qui représente le vecteur de  $C_1$  vers  $C_2$ .

L'estimation de la direction de la vitesse dans un modèle sans friction est des plus simple, elle équivaut au vecteur allant de la cellule  $C_1$  vers  $C_2$  :  $\vec{w}$  ; toutefois, l'estimation de la norme de ce vecteur est quant à elle bien plus compliquée.

La fonction calculant cette norme doit apporter les résultats suivants : lorsque le vecteur  $\vec{w}$  est colinéaire à  $\vec{u}$  (càd. que les deux cellules sont alignées sur la vitesse), la cellule  $C_2$  doit recevoir toute la vitesse  $\vec{v} = \vec{u}$ . Au contraire, si  $\vec{w}$  et  $\vec{u}$  forment un angle  $\frac{\pi}{2}$  alors la cellule  $C_2$  ne doit recevoir aucune vitesse :  $\vec{v} = \vec{0}$ , car elle est disposée latéralement à la cellule  $C_1$  et, n'étant pas dans un modèle avec friction, elle ne bouge pas.

La loi répondant à ces deux cas est le « Centre instantané de rotation d'un solide ». Cette loi permet de mettre en relation la vitesse à deux points de contacts sur deux plans d'un solide grâce à une rotation.

Avec un modèle sans friction, sans gravité et uniquement sur un plan, prenons l'exemple d'une échelle posée avec un angle faible  $\alpha$  sur un mur perpendiculaire au sol. Elle forme deux points de contact  $P_1$  et  $P_2$ ,  $P_1$  en haut de l'échelle contre le mur et  $P_2$  en bas de l'échelle (contre le sol). Si nous appuyons sur le haut de l'échelle dans la direction du mur, celle-ci va avoir tendance à glisser dans la direction du sol. En instantané, nous pouvons faire l'approximation de ce mouvement par une rotation dont le centre serait l'intersection des deux droites perpendiculaires au sol et au mur passant respectivement par les points  $P_1$  et  $P_2$ . Nous nommerons  $\vec{u}$  la vitesse de l'échelle à  $P_1$ ,  $\vec{v}$  la vitesse à  $P_2$  lors du glissement,  $C$  le centre de rotation,  $d$  la distance entre  $C$  et  $P_1$ ,  $f$  la distance entre  $C$  et  $P_2$  et enfin  $\alpha$  l'angle de rotation.

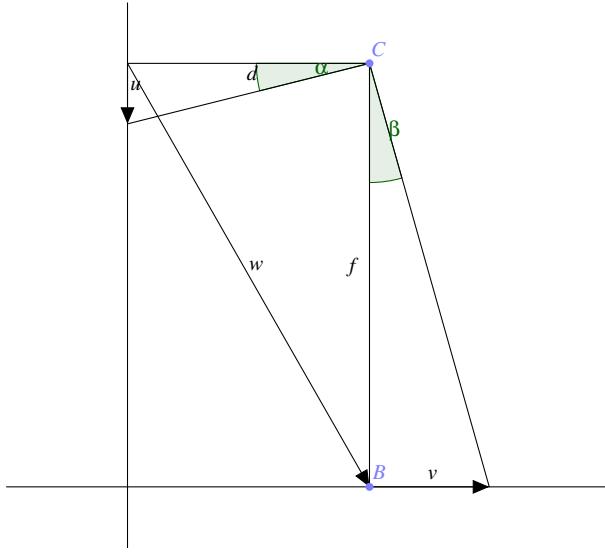


FIGURE 22 – Ci dessus le schéma représentant la mise en situation du CIR avec l'exemple de l'échelle.

Cette rotation nous permet de lier la norme de la vitesse appliquée sur le haut de l'échelle  $\vec{u}$  et celle du glissement  $\vec{v}$  grâce à  $\alpha$ ,  $d$  et  $f$ .

$$\begin{aligned} \|\vec{u}\| &= d \times \alpha \\ \|\vec{v}\| &= f \times \alpha \end{aligned}$$

Dans le cas de nos deux cellules  $C_1$  et  $C_2$  en compression, nous ne connaissons pas  $\alpha$  ni le centre  $C$  donc  $d$  et  $f$  de même. Nous nommerons  $\beta$  l'angle obtenu entre  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$ . Cette angle nous permet de calculer les deux distances  $d$  et  $f$  :

$$\begin{aligned} d &= \frac{\|\vec{w}\|}{\sin \beta} \\ f &= \frac{\|\vec{w}\|}{\tan \beta} \end{aligned}$$

Puis  $\alpha$  est déduit de  $d$  et de la norme de  $\vec{u}$  :

$$\alpha = \frac{\|\vec{u}\|}{d}$$

La formule complète pour calculer la norme de  $\vec{v}$  se présente :

$$\|\vec{v}\| = \frac{\|\vec{w}\| \times \|\vec{u}\|}{\tan \beta \times d}$$

L'implémentation de cette loi doit traiter quelques cas particuliers pour éviter toutes divisions par zéro, si  $\cos \beta = 0$  alors  $\vec{v} = \vec{0}$  et si  $\sin \beta = 0$  alors  $\vec{v} = \vec{u}$ .

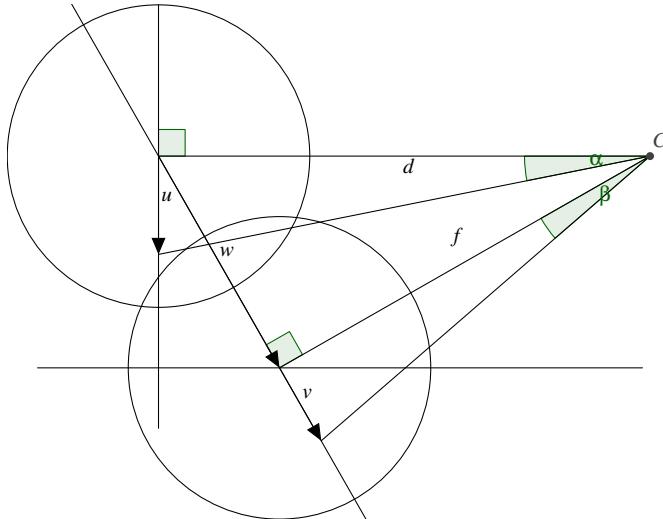


FIGURE 23 – Représentation du CIR au niveau des cellules.

Cette formule convient parfaitement pour une interaction avec une seule cellule, mais souvent les interactions sont plus nombreuses. En effet, au début de la simulation, une cellule du front peut avoir au maximum quatre cellules adjacentes non calculées.

Nous ne pouvons alors pas utiliser la même formule, car la somme de la norme des vélocités appliquées aux cellules pourrait être supérieur à  $\|\vec{u}\|$ . Cela signifierait une création de vélocité. Pour pallier à ce problème, toutes les vélocités sont divisées par le nombre de cellules adjacentes non calculées.

$$\sum_{i=1}^n \|\vec{v}_{max}\| = \|\vec{u}\|$$

$$\|\vec{v}_{max}\| = \frac{\|\vec{u}\|}{n}$$

Ou  $n$  le nombre de cellules adjacentes non calculées.

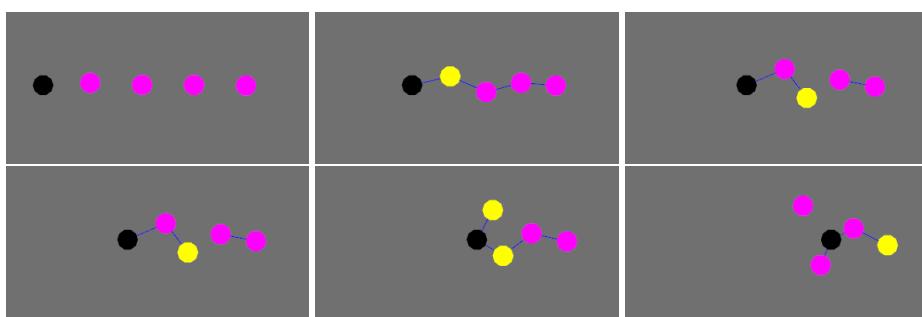


FIGURE 24 – Échantillons dans le temps de six images montrant l'utilité du Centre instantané de rotation. Les cellules sont disposées avec un léger aléatoire lors de leur création. Ainsi nous évitons un cas trop « parfait ».

#### 4.3.6 Compression et traction entre cellules

**Loi de Hooke** Maintenant que nous avons la formule pour la répartition de la vélocité entre les cellules, nous devons gérer les cas de compression et de traction. Les cellules adjacentes doivent

toujours viser une distance parfaite équivalente à 1.

En théorie, la compression et la traction doivent être régies par la loi de Hooke complémentée du module de Young. Cette loi met en relation le coefficient de déformation (en %), la contrainte appliquée sur le matériau (en Pa) et la caractéristique du matériau trouvé dans le module de Young (en Pa). La formule de cette loi se présente sous la forme de :

$$\sigma = E \times \epsilon$$

Où  $\sigma$  est la contrainte appliquée sur le matériau,  $E$  la valeur du module de Young pour ce matériau et  $\epsilon$  le coefficient de déformation.

Le module de Young contient de nombreuses valeur de  $E$  pour la majorité des matériaux, dans notre cas nous ne voulons que les valeurs des roches ci dessous :

- calcaire : 20 à 70 GPa ;
- granite : 60 GPa.

**Approximation du comportement de la compression et de la traction** Cette formule nécessite de connaître la contrainte entre les deux cellules, or notre modèle de simulation se base uniquement sur la vélocité des cellules. Nous devons donc utiliser une approximation ; premièrement, il nous faut définir le comportement de cette approximation.

Quand la distance entre deux cellules est supérieur à 1 nous sommes en traction et nous devons alors ajouter une vélocité opposée au vecteur entre les deux cellules.

Sinon si la distance est inférieur à 1, nous devons ajouter une vélocité colinéaire au vecteur entre les deux cellules pour la compression.

Pour augmenter la norme de la vélocité, une fonction carré convient parfaitement et peut aussi être multipliée par un facteur pour être plus accentué. Toutefois, cette fonction ne traite que de la compression car elle est toujours positive. Nous devons donc utiliser l'opposé d'un carré quand  $x$  est négatif.

Si traction :  $d' \leqslant 0 \Rightarrow E = -d'^2$

Si compression :  $d' > 0 \Rightarrow E = d'^2$

Où  $d'$  est la différence entre la distance voulu 1 et la distance entre les deux cellules.

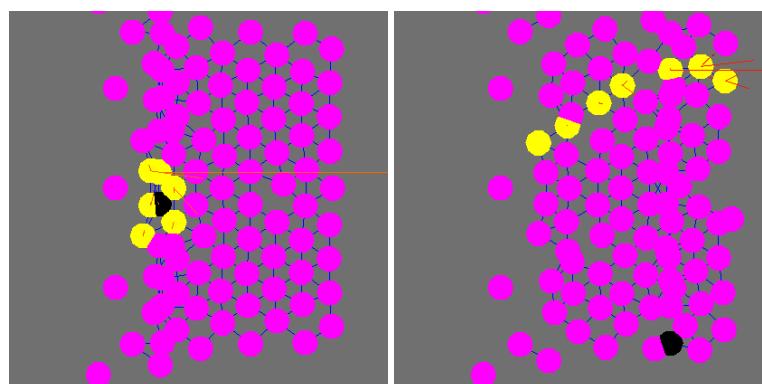


FIGURE 25 – Deux échantillons de simulation sans compression, les cellules en collisions (en noir) rentrent dans la plaque.

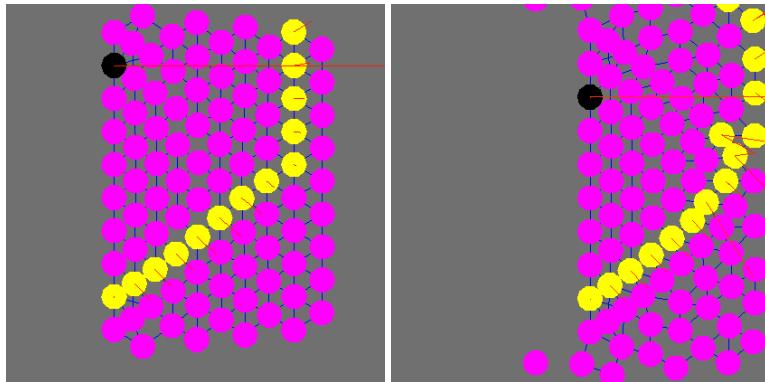


FIGURE 26 – Deux échantillons de simulation avec compression, les cellules en collisions (en noir) poussent d'abord toutes les autres cellules après elles.

#### 4.3.7 Friction entre cellules

Les cellules doivent exercer entre elles une friction pour éviter de glisser. Notre modèle actuel se rapproche plus d'un ensemble de billes, où chaque bille essaierait de maintenir une distance égale entre ses billes adjacentes, pour simuler la cohésion de la roche. Si cette équidistance devait casser, les relations entre ces billes devraient être supprimées (afin de simuler la fissure d'une roche). Cette situation est désirée lors d'une fissure dans une plaque tectonique. En effet, tous les liens inter-cellulaire se cassent le long de la faille. Toutefois, elle reste désavantageuse dans une simulation de compression par un front de collision, car celle-ci ressemblera tout simplement à une simulation de grains de sables.

La friction est alors utilisée ici comme une force correctrice du centre instantané de rotation. En effet, la traction ne peut compenser une faible valeur calculée avec le CIR.

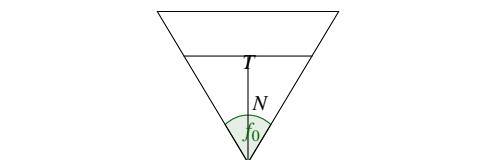
La plus simple des lois à mettre en place pour la friction est la loi de Coulomb. Cette loi nous donne deux états : en friction ou en détachement (glissement). Nous nous sommes donnés la liberté de mettre des facteurs inférieurs à 1 derrière ces deux états car aucune recherche menée n'a permis de déterminer un facteur réel. Pour trouver dans quel état deux cellules  $C_1$  et  $C_2$  se trouvent nous devons appliquer la formule suivante :

$$T_0 = f_0 \times N$$

Où  $N$  est la pression entre  $C_1$  et  $C_2$ ,  $T$  la force tangentielle entre  $C_1$  et  $C_2$ ,  $T_0$  la force maximale pour être en situation de friction,  $f_0$  la valeur du coefficient de friction.

Si  $T > T_0$  : détachement. Si  $T \leq T_0$  : friction.

Cette loi peut être représentée par un cône de friction pour simplifier celle-ci :



Malheureusement, comme notre modèle de simulation est essentiellement cinématique (se base essentiellement sur la vitesse), nous ne pouvons pas fournir de force et ainsi utiliser la loi de Coulomb. Cette loi restera donc inutilisée dans la simulation, mais nous savons que nous en aurons besoin par la suite. De plus, toutes les cellules auront besoin d'une pression par défaut : en effet, s'il n'y a pas de pression  $N = 0$  et  $T_0 = 0$ . Pour éviter ce problème, nous pourrons spécifier une pression par défaut entre les cellules à l'initialisation de la simulation, mais cela signifiera que deux cellules ne se repousseront pas même s'il y a une pression entre elles.

## 4.4 Les limites de la simulation

Notre objectif initial était de simuler la géomorphologie des Alpes sur une parcelle de 100km de côté et de 10km de profondeur. Si nous gardons comme taille 10m par cellules, la simulation se porte alors à :

$$100 \times 10^2 \times 100 \times 10^2 \times 10 \times 10^2 = 1 \times 10^{11} \text{ cellules}$$

Nous devons donc utiliser 10 milliards de cellule pour simuler les alpes. Nous allons voir plus bas que cet objectif initial nécessitait beaucoup trop de puissance de calcul.

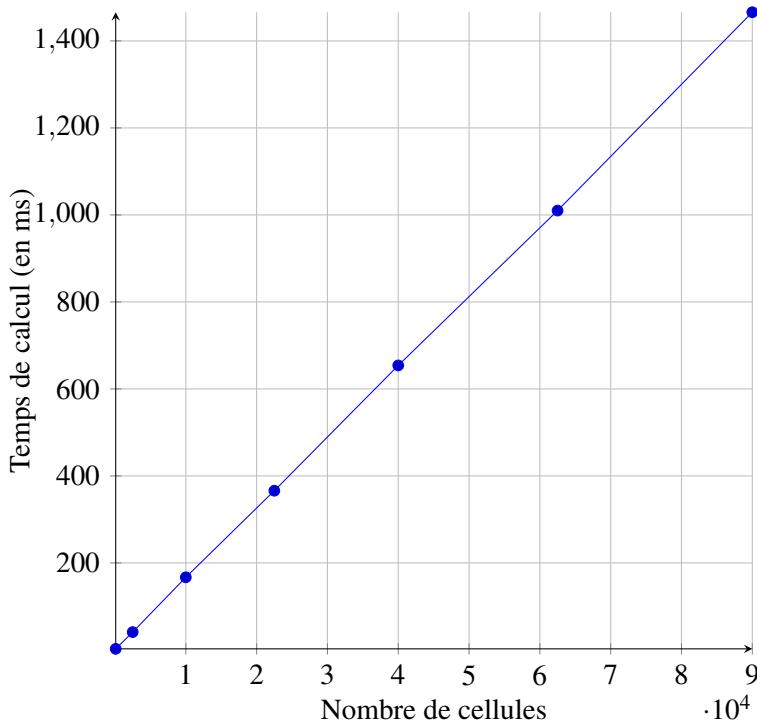
### 4.4.1 Les limites du réalisme

Comme nous l'avons quelques fois montré, notre simulation a été obligé d'utiliser plusieurs approximations, notamment à cause du manque de données exactes dans ce domaine, qui reste jeune. La répartition de la vitesse n'est pas exacte et nous n'utilisons pas la loi de Hooke pour la compression à cause du modèle choisi. L'ensemble, néanmoins, reste très cohérent.

Pendant toute la période de conception de notre simulation, nous avons remarqué de nombreuses instabilités, certaines fois des « explosions de cellules », celles-ci étant alors éjectées de la plaque à une très grande vitesse. Cela prouve que la simulation de phénomènes géomorphologiques n'est pas une mince affaire (pour avoir un résultat un tant soit peu réaliste).

#### 4.4.2 Les limites de temps de calcul

Temps de calcul (en ms) en fonction du nombre de cellules pour une cellule en collision.



Comme nous pouvons le voir, la complexité asymptotique (la relation entre le nombre d'opération, donc implicitement du temps, et le nombre d'éléments dans un algorithme) est linéaire :  $O(n)$ . Pour une cellule, le temps de calcul moyen est d'environ 0.01629 ms/cellule ; ainsi nous pouvons estimer que nos 10 milliards de cellules prendrons 16290000000ms, ce qui nous fait 4525 heures et environs 189 jours de temps de calcul.

Or une collision n'est rarement constituée d'une seule cellule, mais plutôt de tout un côté de plaque ; soit 10000 cellules. Cela augmente considérablement le temps de calcul pour arriver à 1890000 jours soit 5178 ans. Il faut donc 5178 ans de calculs avant de voir une seule cellule bouger. Nous pouvons en venir à la question suivante : simuler un processus géomorphologique numériquement ne serait il pas aussi long que d'observer ces phénomènes géomorphologiques ?

## 5 Conclusion

Ce TPE aura été pour nous l'occasion de nous réunir sur un projet commun qui, en connectant nos différents centres d'intérêts, nous aura appris beaucoup de nouvelles choses en ce qui concerne la géologie, la géomorphologie et l'histoire des roches et la terre en général. De plus, la recherche puis la création de notre simulateur fut un véritable défi technique, nous poussant à nous renseigner sur des domaines relativement pointus tant dans les mathématiques que dans la programmation informatique, afin d'offrir un démonstrateur certes incomplet, mais cependant fonctionnel et déjà assez intéressant. Nous aurons énormément appris en géologie et de ce point de vue le TPE aura été une réussite. Même si notre simulateur n'est pas encore capable de simuler des comportements complexes, il apparaît qu'il possède en lui les germes d'un moteur plus performant. De plus, nous pouvons déjà simuler un environnement réduit en deux dimensions, ce qui reste intéressant pour les fluides visqueux par exemple. Nous sommes heureux d'être arrivés à un résultat dans notre travail mutuel et remercions nos accompagnateurs pour leurs critiques constructives.