Fractales

U-tad - Centro Universitario de Tecnología y Arte Digital

Antonio Cabrera y Alejandro Gómez

Noviembre 2023

Contents

Chapter 1

Introducción

1.1 ¿Qué es un fractal?

La definición más inmediata que tenemos de los fractales es la siguiente:

Definición 1.1.1. Un fractal es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o irregular, se repite a diferentes escalas.

Que su estructura básica se repita a diferentes escalas significa que el objeto es autosimilar.

1.2 Autosimilitud

Benoît Mandelbrot la definió como sigue:

Definición 1.2.1. Un objeto es autosimilar o autosemejante si sus partes tienen la misma forma o estructura que el todo, aunque pueden presentarse a diferente escala y pueden estar ligeramente deformadas.

Vamos a ver dos tipos de autosimilitud:

1.2.1 Autosimilitud exacta

Definición 1.2.2. Un objeto es exactamente autosimilar si es exactamente igual a sí mismo a diferentes escalas..

Es la más restrictiva de todas y la que vemos en los fractales clásicos. Algunos ejemplos de objetos exactamente autosimilares son:

- El triángulo de Sierpinski

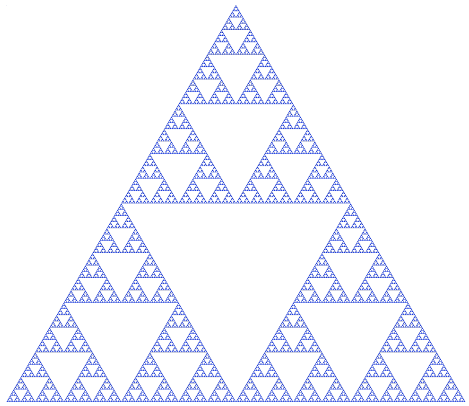

Figure 1.1: Triángulo de Sierpinski

- El copo de Koch

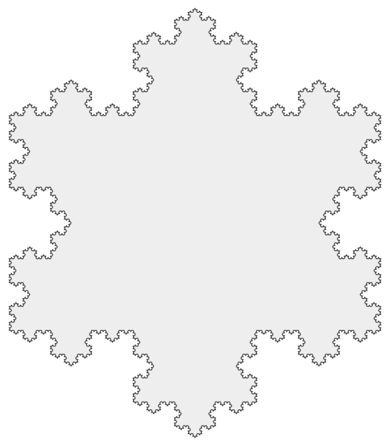

Figure 1.2: Copo de Koch

1.2.2 Cuasiautosimilitud

Definición 1.2.3. Un objeto es cuasiautosimilar si es aproximadamente igual a sí mismo a diferentes escalas.

Los fractales de este tipo contienen copias menores y distorsionadas de si mismos, como occure por ejemplo con el conjunto de Mandelbrot.

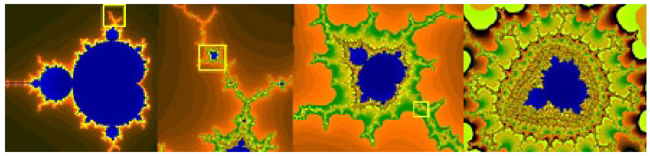

Figure 1.3: Ejemplos de cuasiautosimilitud en el conjunto de Mandelbrot

1.3 Definición más formal

En 1982 Benoît Mandelbrot definió los fractales de la siguiente forma:

Definición 1.3.1. Un fractal es un conjunto cuya dimensión de Hausdorff-Besicovitch es estrictamente mayor que su dimensión topológica.

La dimesión topológica es la dimensión que todos conocemos, la dimensión de Hausdorff-Besicovitch es una generalización de la dimensión topológica que nos permite calcular la dimensión de conjuntos que no son enteros, como por ejemplo el conjunto de Cantor.

1.4 Dimensión fractal