CÁLCULO NUMÉRICO

Grado en Matemática Computacional

U-tad — Curso 23/24

Laboratorio 1

Problema 1: Resolución de la ecuación de segundo grado

La ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ se resuelve de forma ordinaria utilizando las fórmulas

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

(1) Pruebe que si se define

$$y_1 = \frac{2c}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}, \quad y_2 = \frac{2c}{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

entonces $x_1 = y_1$ y $x_2 = y_2$.

(2) Evalúe, utilizando Python, x_1, x_2, y_1, y_2 cuando $a = 1$, $b = 9^{12}$ y $c = -3$.

(3) Evalúe, utilizando Python, x_1, x_2, y_1, y_2 cuando $a = 1$, $b = -9^{12}$ y $c = -3$.

(4) Para cada uno de los dos apartados anteriores, indica cuáles son las soluciones de la ecuación de segundo grado y explique los resultados obtenidos en Python.

Problema 2: Algortimo de Horner I

El algoritmo de Horner se define formalmente así. *Dados un natural no nulo N y $a_0, \ldots, a_N, x_0$, hacer:*

$$\begin{aligned} q_{N-1} &:= a_N \\ q_{N-i-1} &:= q_{N-i}x_0 + a_{N-i}, \quad i = 1, \ldots, N. \end{aligned}$$

(1) Demuestre, con el mayor rigor de que sea capaz, que $Q(x) = q_{N-1}x^{N-1} + \cdots + q_0$ y q_{-1} son respectivamente el cociente y resto de la división euclídea de P entre $x - x_0$.

(2) Demuestre como consecuencia, que $q_{-1} = P(x_0)$.

Problema 3: Algortimo de Horner II

Utilice reiteradamente el algoritmo de Horner para escribir $x^3 + x^2 - x - 1$ en potencias de $x - 2$.