
TRABAJO PRÁCTICO 3

SIMULACIÓN DE UN MODELO MM1 E INVENTARIO

Danteo, Elías

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
elias.danteo.tomas@hotmail.com

Cosentino, Lucio N.

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
luciocosen@gmail.com

De Bernardo, Aarón

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
aarondebernardo@gmail.com

Fernandez Da Silva, Joaquín C.

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
joaquinfds13@gmail.com

Malizani, Juan Pablo

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
juampi123.m@gmail.com

Pastorino, Juan Jose

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
juanjosepastorino@gmail.com

June 19, 2025

ABSTRACT

El presente trabajo tiene por objetivo profundizar en el análisis y la implementación de dos modelos clave en simulación computacional: el sistema de colas M/M/1 y un modelo de inventario basado en los costos de pedido, mantenimiento y faltante. Para el modelo M/M/1 se llevarán a cabo simulaciones en Python 3.x y en AnyLogic, variando la tasa de llegadas al 25%, 50%, 75%, 100% y 125% de la tasa de servicio, con al menos diez corridas por configuración. Se evaluarán las siguientes métricas: promedio de clientes en sistema y en cola; tiempos medios en sistema y en cola; utilización del servidor; probabilidad de encontrar n clientes en cola; y probabilidad de denegación de servicio para colas de capacidad finita ($K = 0, 2, 5, 10, 50$). En el modelo de inventario, también con un mínimo de diez corridas, se estimarán el costo de pedido, el costo de mantenimiento, el costo de faltante y el costo total, justificando la selección de parámetros de demanda y plazos de entrega. Ambos estudios se sustentan en un marco teórico con fórmulas explícitas, comparan los resultados experimentales con los valores teóricos esperados y presentan los hallazgos a través de gráficas y un análisis cuantitativo que validará la precisión de las simulaciones.

Keywords Simulación de colas · Sistema M/M/1 · Modelo de inventario · Análisis de costos · Métricas de rendimiento

1 Introducción

La simulación de sistemas de colas e inventarios juega un papel clave en el diseño y operación de procesos productivos y de servicios. Mientras que el análisis teórico brinda fórmulas elegantes para métricas promedio, solo una aproximación basada en experimentos computacionales permite capturar la variabilidad, los efectos transitorios y las restricciones prácticas (como colas de capacidad limitada o la logística de reposición de stock).

En este trabajo, implementaremos dos modelos complementarios en Python 3.x y AnyLogic: un sistema M/M/1, para el cual exploraremos niveles de carga y distintas longitudes de cola, y un sistema de inventario en el que estudiaremos el balance entre costos de orden, mantenimiento y faltantes. Al ejecutar un mínimo de diez corridas por configuración,

podremos cuantificar no solo los valores medios (clientes en cola, tiempos de espera, costos totales), sino también la dispersión y la probabilidad de eventos críticos como rechazo de clientes.

La comparación directa de resultados teóricos, código Python y modelos AnyLogic no solo validará nuestras implementaciones, sino que también ofrecerá una visión práctica de cómo elegir parámetros óptimos y reaccionar ante cambios de demanda o servicio en tiempo real.

2 Marco Teórico

2.1 Modelo de Colas M/M/1

El modelo M/M/1 constituye una base teórica fundamental dentro del estudio de sistemas de colas, por su simplicidad y tractabilidad analítica. Si bien muchas situaciones reales no cumplen con todos sus supuestos, este modelo proporciona un punto de referencia valioso para comprender el comportamiento general del sistema y contrastar con simulaciones más realistas. Su análisis permite establecer métricas clave de desempeño, como tiempos de espera y niveles de congestión, que serán luego comparados con los resultados de simulación.

2.1.1 Definición y Supuestos

El modelo M/M/1 es uno de los sistemas más fundamentales en la teoría de colas. Su notación indica un sistema con:

- Llegadas según un proceso de Poisson (la primera “M”, de “Markoviano”), es decir, los tiempos entre llegadas siguen una distribución exponencial de media $1/\lambda$.
- Tiempos de servicio también exponenciales (segunda “M”).
- Un solo servidor (“1”).

Asume población infinita de clientes, capacidad de espera ilimitada y disciplina FIFO.

Estas propiedades hacen que el sistema tenga memoria nula y se pueda modelar como un proceso de nacimiento y muerte, lo cual simplifica su análisis matemático. El supuesto de independencia de los eventos y la estructura Markoviana son clave para derivar las fórmulas que se presentan a continuación.

2.1.2 Parámetros Principales

- λ : tasa promedio de llegadas al sistema (clientes por unidad de tiempo).
- μ : tasa promedio de servicio del servidor (clientes atendidos por unidad de tiempo).
- $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$: factor de utilización del servidor (el sistema es estable si $\rho < 1$).

Este parámetro también determina la estabilidad del sistema: si $\rho \geq 1$, la tasa de llegada iguala o supera la de servicio, lo cual conduce a una acumulación indefinida de clientes y colapso operativo. Por eso, la condición $\rho < 1$ es indispensable para que el sistema alcance un régimen estacionario y las métricas teóricas sean válidas.

2.1.3 Medidas de Rendimiento en Estado Estacionario

Cuando el sistema opera en régimen estacionario (es decir, después de un tiempo suficientemente largo y con $\rho < 1$), se pueden calcular las siguientes métricas:

- **Número medio de clientes en el sistema (L):** representa la cantidad promedio de clientes que se encuentran en el sistema en cualquier momento dado, incluyendo tanto al que está siendo atendido como a los que esperan en la cola.

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho}.$$

- **Número medio de clientes en la cola (L_q):** estima cuántos clientes, en promedio, están esperando en la cola (sin contar al que está en servicio), reflejando la congestión del sistema.

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho}.$$

- **Tiempo medio de permanencia en el sistema (W):** es el tiempo promedio que un cliente permanece en el sistema desde que llega hasta que finaliza su servicio, incluyendo tiempo de espera y servicio.

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}.$$

- **Tiempo medio de espera en cola (W_q):** representa el tiempo promedio que un cliente pasa esperando antes de comenzar su atención, medida clave de calidad de servicio.

$$W_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda}.$$

Estas fórmulas permiten evaluar el rendimiento del sistema y estimar, por ejemplo, cuánto tiempo deberá esperar un cliente promedio antes de ser atendido.

2.1.4 Distribución de Estados

La probabilidad de que haya exactamente n clientes en el sistema (tanto en servicio como en espera) está dada por:

$$P_n = (1 - \rho) \rho^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Esta distribución geométrica decrece exponencialmente con n , lo cual es consecuencia directa de la naturaleza Markoviana del sistema.

2.1.5 Representación como Proceso de Nacimiento y Muerte

El modelo M/M/1 puede representarse como un proceso estocástico de nacimiento y muerte en tiempo continuo. En este marco, el número de clientes en el sistema es el estado del proceso, y las tasas de transición entre estados son constantes:

- Tasa de llegada (nacimiento): λ , para todo $n \geq 0$,
- Tasa de servicio (muerte): μ , para todo $n \geq 1$.

Este tipo de estructura permite construir la matriz de tasas infinitesimal (generador) del proceso y derivar la distribución estacionaria resolviendo el balance de flujo entre estados:

$$\lambda P_n = \mu P_{n+1}, \quad \text{para todo } n \geq 0.$$

La solución de estas ecuaciones lleva directamente a la forma geométrica de P_n que se presentó anteriormente. Este enfoque es fundamental para extender el análisis a modelos más complejos, como colas con múltiples servidores o prioridades.

2.1.6 Cola finita M/M/1/K

Cuando el sistema tiene una capacidad limitada de K clientes (incluyendo el que está siendo atendido), la distribución de estados en régimen estacionario es

$$P_n = \frac{(1 - \rho) \rho^n}{1 - \rho^{K+1}}, \quad 0 \leq n \leq K,$$

de modo que la probabilidad de rechazo al llegar (es decir, de que el sistema ya esté con K clientes) es

$$P_{\text{rej}} = P_K = \frac{(1 - \rho) \rho^K}{1 - \rho^{K+1}}.$$

Este caso resulta crucial en contextos donde no puede formarse una cola de espera ilimitada, por ejemplo, en sistemas con espacio físico restringido o llamadas entrantes que simplemente se rechazan cuando todos los canales están ocupados.

2.1.7 Ley de Little

La ley de Little establece una relación general válida para cualquier sistema estable (no solo M/M/1):

$$L = \lambda W \quad \text{y} \quad L_q = \lambda W_q.$$

Es una herramienta útil para validar cálculos, ya que si se conocen dos de estas métricas, se puede deducir la tercera.

2.1.8 Propiedad de Falta de Memoria

La distribución exponencial, utilizada en los tiempos de servicio y entre llegadas, posee una propiedad muy especial conocida como *falta de memoria*:

$$P(X > s + t \mid X > s) = P(X > t).$$

Esto significa que, si un cliente lleva esperando cierto tiempo, la probabilidad de que tenga que esperar aún más no depende del tiempo ya esperado. Esta propiedad es crucial para que el proceso sea Markoviano.

2.1.9 Aplicaciones

Colas M/M/1 típicas:

- Centros de atención telefónica.
- Cajeros automáticos.
- Servidores de red.
- Oficinas de atención al público.

2.1.10 Limitaciones

A pesar de su utilidad, el modelo M/M/1 tiene limitaciones importantes:

- Asume independencia total entre eventos.
- Solo admite tiempos exponenciales (con alta variabilidad).
- No contempla prioridades, ni renegación, ni impaciencia.
- No refleja colas en paralelo ni múltiples servidores.

Estas limitaciones justifican el uso de modelos más avanzados o simulación para obtener resultados más realistas.

En este sentido, la simulación se vuelve una herramienta clave para evaluar el comportamiento de sistemas reales que no cumplen con todos los supuestos del modelo M/M/1. Comparar los resultados obtenidos mediante simulación con los resultados teóricos permite estimar la magnitud del error cometido al aplicar fórmulas ideales en contextos más complejos. Esta comparación no solo ayuda a validar modelos, sino también a informar decisiones en contextos donde las condiciones reales difieren significativamente de los supuestos teóricos.

Existen modelos más generales que relajan algunos de estos supuestos, como el M/M/c (múltiples servidores), el M/G/1 (tiempos de servicio arbitrarios) o el G/G/1 (sin restricciones de distribución). Sin embargo, estos modelos requieren herramientas matemáticas más complejas o directamente simulación, lo cual refuerza la utilidad del M/M/1 como modelo base para comparación.

2.2 Modelo de Inventario

Un sistema de inventario tiene como objetivo mantener un equilibrio entre el abastecimiento y la demanda, minimizando los costos operativos asociados. El nivel de inventario en un instante de tiempo t , denotado $I(t)$, puede ser:

- **Positivo:** cuando hay unidades disponibles para satisfacer la demanda.
- **Negativo:** cuando existe demanda insatisfecha, registrada como faltante o backlog.

Para descomponer esta función en términos útiles para el análisis de costos, se definen las siguientes funciones auxiliares:

$$\begin{aligned} I_1(t) &= \max\{I(t), 0\} \quad (\text{stock disponible}), \\ I_2(t) &= \max\{-I(t), 0\} \quad (\text{demanda en backorder}). \end{aligned}$$

Estas funciones permiten cuantificar por separado la cantidad de unidades en inventario y la cantidad en faltante, lo cual resulta útil para estimar los costos acumulados a lo largo del tiempo.

2.2.1 Componentes de Costo

El análisis económico de un sistema de inventario contempla principalmente tres tipos de costos:

- **Costo de pedido** (C_o): incluye un costo fijo por cada orden emitida y un costo variable proporcional a la cantidad pedida. Se modela generalmente como:

$$C_o = K + i \cdot Q,$$

donde K es el costo fijo, i el costo por unidad pedida, y Q la cantidad del pedido.

- **Costo de mantenimiento** (C_h): se asocia al almacenamiento de unidades en stock y se calcula como:

$$C_h = h \cdot \bar{I}_1,$$

siendo h el costo por unidad almacenada por unidad de tiempo y \bar{I}_1 el promedio temporal de inventario disponible.

- **Costo de faltantes** (C_s): representa la penalización por no satisfacer la demanda a tiempo, estimado mediante:

$$C_s = p \cdot \bar{I}_2,$$

donde p es el costo por unidad faltante por unidad de tiempo y \bar{I}_2 el promedio de backlog.

El costo total promedio del sistema puede expresarse como:

$$C_{\text{total}} = C_o + C_h + C_s,$$

siendo esta métrica clave para comparar diferentes políticas de reposición.

2.2.2 Revisión del Inventario

La revisión del nivel de inventario puede realizarse de forma:

- **Continua:** se monitorea el inventario en todo momento.
- **Periódica:** se revisa el inventario en intervalos regulares de tiempo.

En este modelo se asume una política de revisión periódica, donde en cada evaluación se decide si emitir un nuevo pedido.

2.2.3 Política de Reposición (s, S)

Se implementa una política de control de inventario tipo (s, S) , la cual funciona de la siguiente manera:

- Si el nivel de inventario al momento de la revisión es menor a un umbral s , se realiza un pedido suficiente para alcanzar el nivel S .
- Si el inventario es igual o superior a s , no se realiza ningún pedido.

Esta política permite responder a fluctuaciones de la demanda manteniendo un nivel razonable de existencias, a la vez que evita realizar pedidos innecesarios.

2.2.4 Plazo de Entrega

Entre la emisión de un pedido y su llegada al sistema transcurre un tiempo denominado *lead time*. Este puede modelarse como un valor constante o como una variable aleatoria, dependiendo del contexto. La inclusión del lead time es esencial para capturar de forma realista los retrasos del sistema y su impacto sobre los niveles de inventario.

2.2.5 Evaluación del Desempeño

Para analizar el desempeño del sistema a lo largo del tiempo se suelen utilizar simulaciones estocásticas. A partir de estas, se estiman los valores promedio de los distintos costos por unidad de tiempo. El análisis de sensibilidad sobre los parámetros de la política (s, S) permite identificar configuraciones que minimicen el costo total esperado del sistema.

3 Implementación

- **Lenguaje:** Python 3.10.
- **Bibliotecas utilizadas:** numpy, matplotlib, typing, random.
- **Código disponible en:** <https://github.com/Luciocos/SimulacionTPs>

3.1 Simulación de M/M/1

Para simular el sistema de colas M/M/1 utilizamos una estructura basada en eventos discretos con programación orientada a objetos. Las llegadas y servicios se modelan como variables aleatorias exponenciales usando el generador de numpy.

```
class MM1Simulation:
    def __init__(self, arrival_rate, service_rate, sim_time=1000,
                 max_queue=np.inf, random:Generator = default_rng()):
        self.arrival_rate = arrival_rate
        self.service_rate = service_rate
        self.sim_time = sim_time
        self.max_queue = max_queue
        self.random = random

    def run_simulation(self) -> MM1Report:
        self.init_simulation()
        event_type = self.advance_time()

        while self.clock < self.sim_time:
            self.update_area_under_b()
            self.update_area_under_q()

            if (event_type == "arrival"):
                self.handle_arrival()
            else:
                self.handle_departure()
            self.system_state.last_event_time = self.clock
            event_type = self.advance_time()

        self.update_area_under_b()
        self.update_area_under_q()
        return self.generate_report()
```

Parámetros simulados: Se simularon valores de λ como 25%, 50%, 75%, 100% y 125% de $\mu = 1.0$. Para cada configuración, se realizaron múltiples corridas independientes, calculando métricas como:

- Tiempo promedio en el sistema y en cola
- Utilización del servidor
- Número promedio de clientes en sistema y en cola
- Probabilidades de estado estable para cada nivel de cola
- Probabilidad de rechazo para colas limitadas

3.2 Simulación de Modelo de Inventario

El modelo implementa un sistema de inventario continuo con política (s, S), evaluando periódicamente el nivel de inventario y generando órdenes cuando se alcanza el punto de reorden.

```
class InventoryModelSimulation:
    def __init__(
        self,
        customer_arrival_rate: float,
        reorder_point: int,
        max_inventory_level: int,
```

```

cost_per_unit: float,
ordering_fixed_cost: float,
holding_cost_per_unit_per_time: float,
backorder_cost_per_unit_per_time: float,
inventory_evaluation_period: float = 1,
sim_time: float = 120,
random: Generator = default_rng()
):
    # Parámetros de inicialización
    self.customer_arrival_rate = customer_arrival_rate
    self.reorder_point = reorder_point
    self.max_inventory_level = max_inventory_level
    # ... otros parámetros

def run_simulation(self) -> InventoryModelReport:
    self.init_simulation()
    event_type = self.advance_time()

    while self.clock < self.sim_time:
        if event_type == "customer_arrival":
            self.handle_customer_arrival()
        elif event_type == "order_arrival":
            self.handle_order_arrival()
        else:
            self.evaluate_inventory()
        # Actualización de tiempos y áreas
        self.system_state.last_event_time = self.clock
        event_type = self.advance_time()

    self.update_areas()
    return self.generate_report()

```

Parámetros simulados:

- Políticas de inventario: variando el punto de reorden (s) y nivel máximo (S)
- Demanda: distribución discreta con probabilidades 1/6 (1 unidad), 1/3 (2), 1/3 (3), 1/6 (4)
- Tiempo de entrega: distribución uniforme entre 0.5 y 1 unidades de tiempo
- Costos: fijos por orden, por unidad, de mantenimiento y por faltante

Métricas evaluadas:

- Costos promedio por unidad de tiempo (total y por componente)
- Nivel promedio de inventario disponible y demandas pendientes
- Frecuencia de órdenes generadas
- Impacto de diferentes políticas (s, S) en los costos totales

4 Resultados y Análisis

En esta sección se presentan y analizan los resultados obtenidos a partir de las simulaciones realizadas en dos entornos: una implementación propia en Python y el software de simulación AnyLogic. Ambos enfoques fueron utilizados para modelar y evaluar el comportamiento de un sistema de colas M/M/1 y un sistema de inventario continuo con política (s, S). Al final de la sección se incluye un análisis comparativo entre los dos entornos.

4.1 Resultados en Python

Los resultados presentados a continuación fueron obtenidos a partir de la implementación en Python desarrollada para este trabajo. Se realizaron múltiples corridas independientes para cada configuración experimental, con el objetivo de estimar métricas de rendimiento clave en ambos modelos.

4.1.1 Modelo M/M/1/K con $K = 0$

Table 1: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.194 | 0.000 |
| Cientes promedio en cola | 0.000 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Utilización del servidor | 19.436% | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 20.594% | 100.000% |

Table 2: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.325 | 0.000 |
| Cientes promedio en cola | 0.000 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Utilización del servidor | 32.510% | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 33.779% | 100.000% |

Table 3: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.427 | 0.000 |
| Cientes promedio en cola | 0.000 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Utilización del servidor | 42.653% | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 43.088% | 100.000% |

Table 4: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 1.00$ ($\rho = 1.00$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.499 | 0.000 |
| Cientes promedio en cola | 0.000 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Utilización del servidor | 49.868% | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 49.957% | 100.000% |

Table 5: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.552 | 0.000 |
| Cientes promedio en cola | 0.000 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.000 unidades de tiempo | inf |
| Utilización del servidor | 55.181% | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 55.582% | 100.000% |

4.1.2 Modelo M/M/1/K con $K = 2$

Table 6: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.319 | 0.286 |
| Cientes promedio en cola | 0.069 | 0.048 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.275 unidades de tiempo | 1.200 |
| Tiempo promedio en cola | 0.275 unidades de tiempo | 0.200 |
| Utilización del servidor | 25.027% | 23.810% |
| Probabilidad de denegación | 1.238% | 4.762% |

Table 7: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.685 | 0.571 |
| Cientes promedio en cola | 0.237 | 0.143 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.516 unidades de tiempo | 1.333 |
| Tiempo promedio en cola | 0.516 unidades de tiempo | 0.333 |
| Utilización del servidor | 44.868% | 42.857% |
| Probabilidad de denegación | 6.214% | 14.286% |

Table 8: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 1.180 | 0.811 |
| Cientes promedio en cola | 0.531 | 0.243 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.807 unidades de tiempo | 1.429 |
| Tiempo promedio en cola | 0.809 unidades de tiempo | 0.429 |
| Utilización del servidor | 64.878% | 56.757% |
| Probabilidad de denegación | 15.521% | 24.324% |

Table 9: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 1.00$ ($\rho = 1.00$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 1.521 | 1.000 |
| Cientes promedio en cola | 0.763 | 0.333 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.005 unidades de tiempo | 1.500 |
| Tiempo promedio en cola | 1.007 unidades de tiempo | 0.500 |
| Utilización del servidor | 75.822% | 66.667% |
| Probabilidad de denegación | 24.927% | 33.333% |

Table 10: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|-----------------------------|--------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 1.778 | 1.148 |
| Cientes promedio en cola | 0.948 | 0.410 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.139 unidades de tiempo | 1.556 |
| Tiempo promedio en cola | 1.142 unidades de tiempo | 0.556 |
| Utilización del servidor | 82.946% | 73.770% |
| Probabilidad de denegación | 34.057% | 40.984% |

4.1.3 Modelo M/M/1/K con $K = 5$

Table 11: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.320 | 0.332 |
| Clientes promedio en cola | 0.078 | 0.082 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.326 unidades de tiempo | 1.328 |
| Tiempo promedio en cola | 0.326 unidades de tiempo | 0.328 |
| Utilización del servidor | 24.197% | 24.982% |
| Probabilidad de denegación | 0.000% | 0.073% |

Table 12: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.929 | 0.905 |
| Clientes promedio en cola | 0.431 | 0.413 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.853 unidades de tiempo | 1.839 |
| Tiempo promedio en cola | 0.857 unidades de tiempo | 0.839 |
| Utilización del servidor | 49.733% | 49.206% |
| Probabilidad de denegación | 0.625% | 1.587% |

Table 13: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 1.807 | 1.701 |
| Clientes promedio en cola | 1.115 | 1.005 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.557 unidades de tiempo | 2.444 |
| Tiempo promedio en cola | 1.560 unidades de tiempo | 1.444 |
| Utilización del servidor | 69.149% | 69.587% |
| Probabilidad de denegación | 4.261% | 7.217% |

Table 14: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 1.00$ ($\rho = 1.00$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 2.985 | 2.500 |
| Clientes promedio en cola | 2.130 | 1.667 |
| Tiempo promedio en sistema | 2.499 unidades de tiempo | 3.000 |
| Tiempo promedio en cola | 2.503 unidades de tiempo | 2.000 |
| Utilización del servidor | 85.446% | 83.333% |
| Probabilidad de denegación | 14.574% | 16.667% |

Table 15: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 3.788 | 3.132 |
| Clientes promedio en cola | 2.866 | 2.220 |
| Tiempo promedio en sistema | 3.087 unidades de tiempo | 3.437 |
| Tiempo promedio en cola | 3.092 unidades de tiempo | 2.437 |
| Utilización del servidor | 92.185% | 91.118% |
| Probabilidad de denegación | 24.922% | 27.106% |

4.1.4 Modelo M/M/1/K con $K = 10$

Table 16: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.325 | 0.333 |
| Clientes promedio en cola | 0.077 | 0.083 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.312 unidades de tiempo | 1.333 |
| Tiempo promedio en cola | 0.312 unidades de tiempo | 0.333 |
| Utilización del servidor | 24.790% | 25.000% |
| Probabilidad de denegación | 0.000% | 0.000% |

Table 17: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.994 | 0.995 |
| Clientes promedio en cola | 0.500 | 0.495 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.995 unidades de tiempo | 1.990 |
| Tiempo promedio en cola | 0.998 unidades de tiempo | 0.990 |
| Utilización del servidor | 49.409% | 49.976% |
| Probabilidad de denegación | 0.059% | 0.049% |

Table 18: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 2.620 | 2.515 |
| Clientes promedio en cola | 1.889 | 1.776 |
| Tiempo promedio en sistema | 2.542 unidades de tiempo | 3.403 |
| Tiempo promedio en cola | 2.552 unidades de tiempo | 2.403 |
| Utilización del servidor | 73.169% | 73.898% |
| Probabilidad de denegación | 1.670% | 1.470% |

Table 19: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 1.00$ ($\rho = 1.00$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 5.292 | 5.000 |
| Clientes promedio en cola | 4.389 | 4.091 |
| Tiempo promedio en sistema | 4.812 unidades de tiempo | 5.500 |
| Tiempo promedio en cola | 4.830 unidades de tiempo | 4.500 |
| Utilización del servidor | 90.244% | 90.909% |
| Probabilidad de denegación | 7.771% | 9.091% |

Table 20: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|--------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 7.634 | 7.034 |
| Clientes promedio en cola | 6.658 | 6.057 |
| Tiempo promedio en sistema | 6.666 unidades de tiempo | 7.203 |
| Tiempo promedio en cola | 6.710 unidades de tiempo | 6.203 |
| Utilización del servidor | 97.579% | 97.651% |
| Probabilidad de denegación | 20.097% | 21.879% |

4.1.5 Modelo M/M/1/K con $K = 50$

Comparación entre valores teóricos y simulados En las Tablas 52 a 25 se presentan los resultados detallados de las simulaciones para distintas tasas de llegada λ , junto con los valores teóricos esperados ($\mu = 1.0$ en todos los casos y una capacidad máxima de 50 clientes en el sistema).

Table 21: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.355 | 0.333 |
| Clientes promedio en cola | 0.094 | 0.083 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.375 | 1.333 |
| Tiempo promedio en cola | 0.375 | 0.333 |
| Utilización del servidor | 26.030% | 25.000% |
| Probabilidad de denegación | 0.000% | 0.000% |

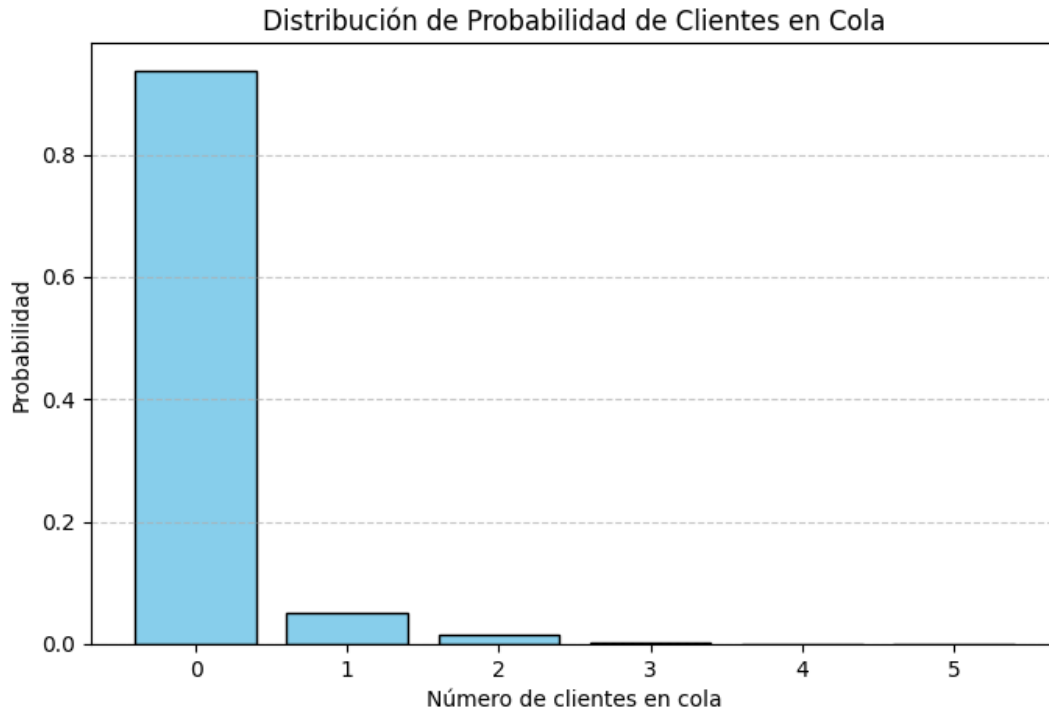


Figure 1: Simulación M/M/1 con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$) en Python.

Table 22: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 1.006 | 1.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.497 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.973 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0.974 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 50.932% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 0.000% | 0.000% |

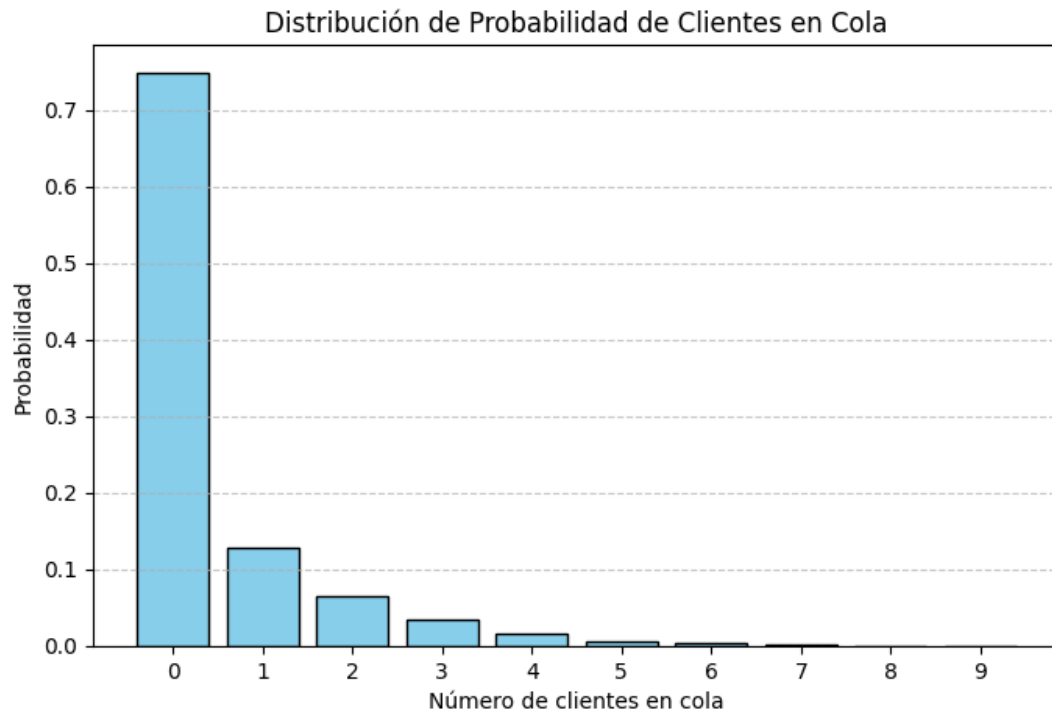


Figure 2: Simulación M/M/1 con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$) en Python.

Table 23: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 3.244 | 3.000 |
| Clientes promedio en cola | 2.477 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 3.268 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 3.274 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 76.696% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 0.000% | 0.000% |

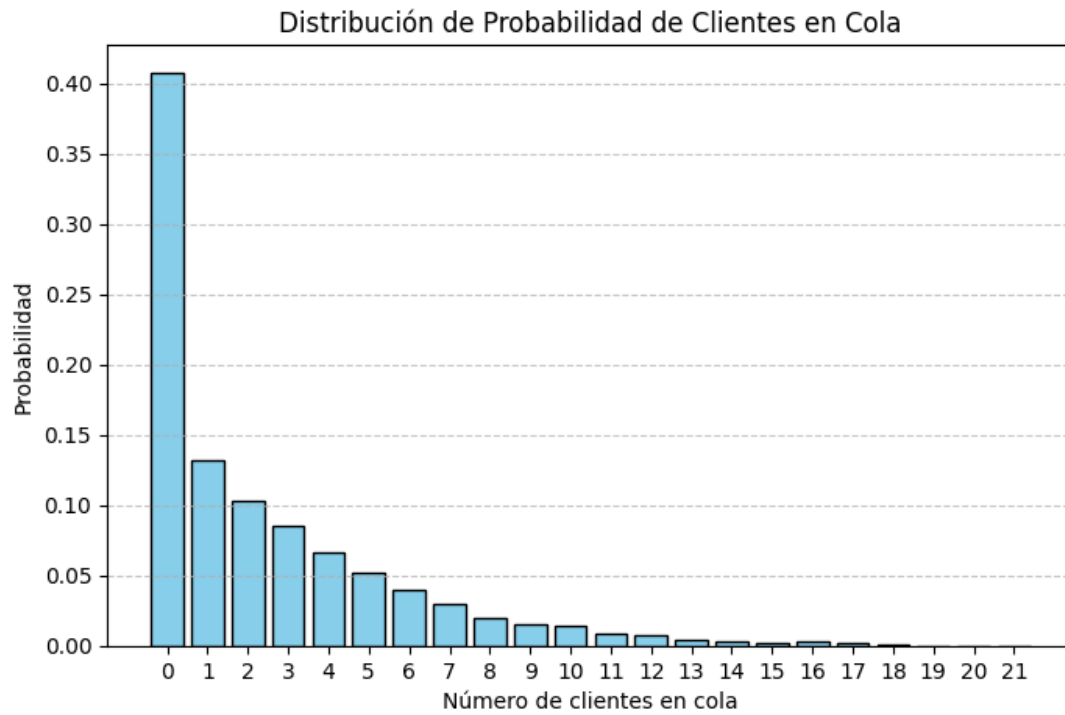


Figure 3: Simulación M/M/1 con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$) en Python.

Table 24: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 1.00$ ($\rho = 1.00$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 18.029 | 25.000 |
| Clientes promedio en cola | 17.067 | 24.020 |
| Tiempo promedio en sistema | 17.484 | 25.500 |
| Tiempo promedio en cola | 17.941 | 24.500 |
| Utilización del servidor | 96.262% | 98.039% |
| Probabilidad de denegación | 1.101% | 1.961% |

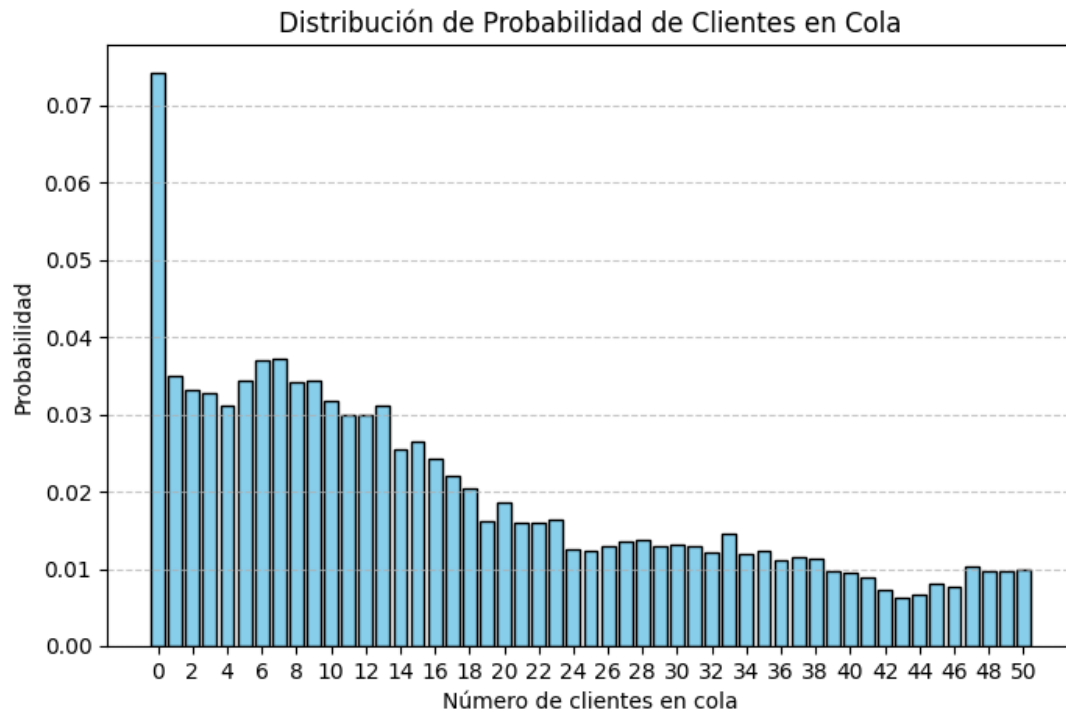


Figure 4: Simulación M/M/1 con $\lambda = 1$ ($\rho = 1$) en Python.

Table 25: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 42.704 | 46.001 |
| Clientes promedio en cola | 41.707 | 45.001 |
| Tiempo promedio en sistema | 41.040 | 46.001 |
| Tiempo promedio en cola | 42.209 | 45.001 |
| Utilización del servidor | 99.680% | 100.000% |
| Probabilidad de denegación | 17.259% | 20.000% |

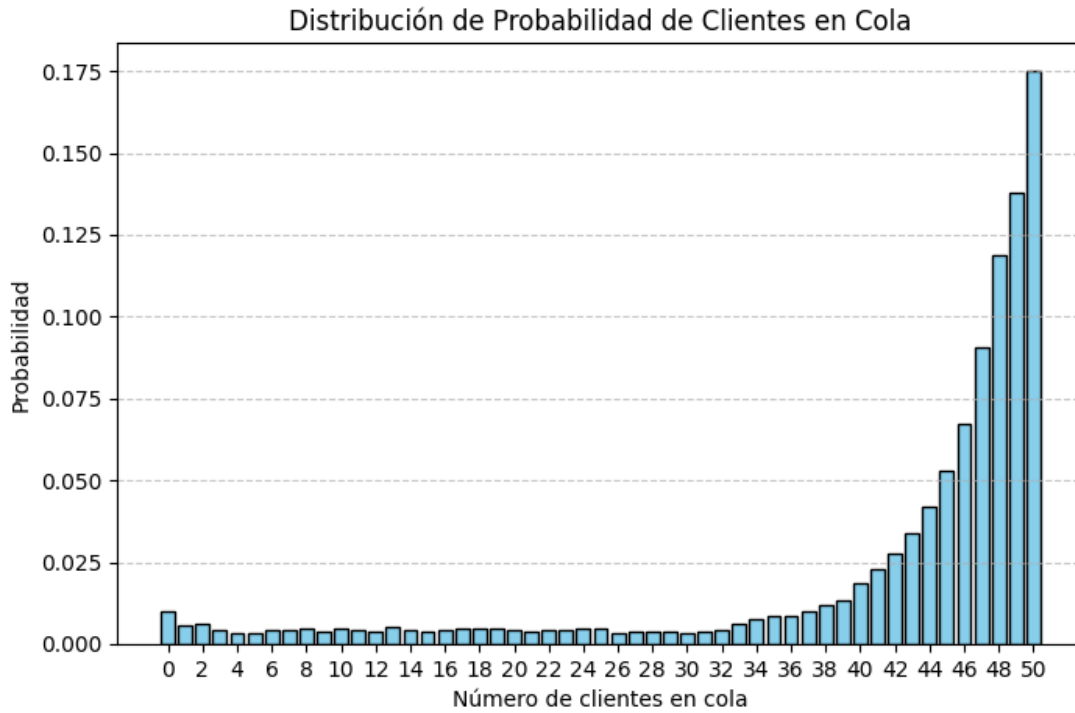


Figure 5: Simulación M/M/1 con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$) en Python.

4.1.6 Análisis de resultados

Los resultados obtenidos de las simulaciones del modelo $M/M/1/K$ con $K = 50$ muestran una buena correspondencia general con los valores teóricos, confirmando el correcto funcionamiento del simulador. A continuación se destacan las observaciones más relevantes:

- **Para tasas de arribo $\lambda < \mu$ (es decir, $\rho < 1$),** el sistema se comporta de manera estable. Las métricas simuladas, como el número promedio de clientes en el sistema y en la cola, así como los tiempos promedio, se aproximan bastante bien a los valores teóricos. La utilización del servidor es consistente con la razón ρ , y la probabilidad de denegación es prácticamente nula.
- **A medida que λ se acerca a μ ,** se observa un aumento significativo en todas las métricas. Para $\lambda = 0.75$, por ejemplo, el número promedio de clientes en cola supera los 2.4 y el tiempo en sistema se acerca a 3.3 unidades, lo cual es coherente con el crecimiento no lineal que predice la teoría.
- **En el caso crítico donde $\lambda = \mu = 1.0$,** el sistema ya muestra efectos del límite de capacidad. La utilización del servidor es cercana al 100% y aparecen pérdidas de clientes con una probabilidad de denegación del 1.1%. Este fenómeno no se presenta en el modelo clásico $M/M/1$ sin límite de capacidad, lo cual destaca la importancia de modelar correctamente la capacidad finita en contextos reales.
- **Para $\lambda > \mu$,** el sistema entra en régimen de alta congestión. En el caso de $\lambda = 1.25$, la cantidad promedio de clientes en el sistema supera los 42 y los tiempos de espera se disparan por encima de 41 unidades de tiempo. La probabilidad de denegación alcanza el 17.3%, lo que indica que una proporción significativa de clientes no puede ser atendida.
- **En todos los escenarios,** la utilización del servidor se mantiene coherente con la carga ofrecida, aunque con ligeras desviaciones atribuibles a la variabilidad estadística de la simulación. Las pequeñas discrepancias entre los valores teóricos y simulados también pueden deberse a factores como el número finito de replicaciones o el tiempo simulado.

Estos resultados refuerzan la validez del modelo de simulación desarrollado, y permiten observar con claridad cómo la performance del sistema de colas se ve afectada tanto por la intensidad de tráfico como por la capacidad finita del sistema.

4.1.7 Modelo de Inventario

En las Tablas 27 a 29 se presentan los costos promedios obtenidos para diferentes configuraciones del sistema de inventario, junto con los valores teóricos esperados calculados según las fórmulas del modelo (s, S) bajo demanda uniforme discreta.

Table 26: Métricas de inventario simuladas (s=10, S=20)

| Métrica | Simulado |
|------------------------|--------------|
| Costo de orden | \$374,552.50 |
| Costo de mantenimiento | \$679.34 |
| Costo de faltante | \$143,589.31 |
| Costo total | \$518,821.16 |

Distribución porcentual de costos en la simulación

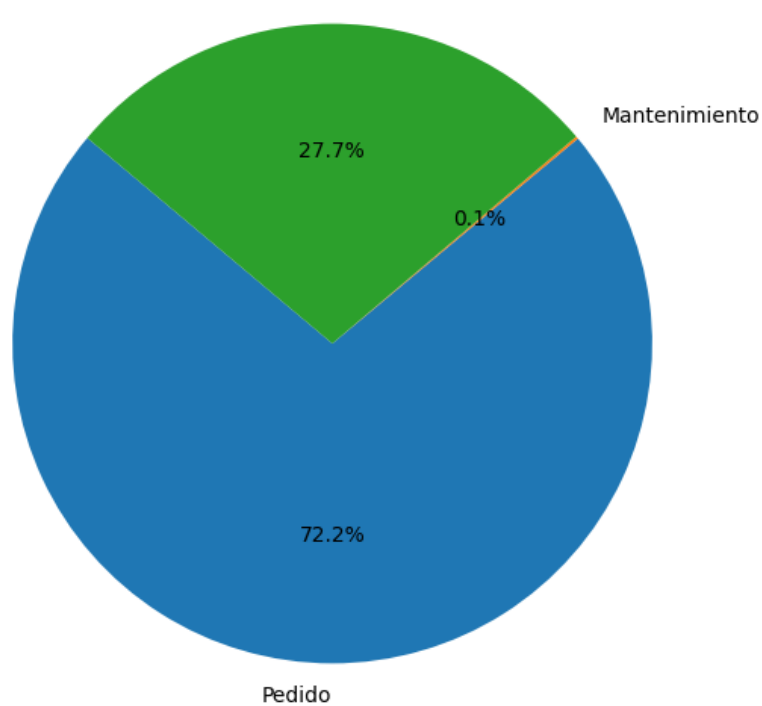


Figure 6: Simulación de costos de inventario (s=10, S=20) en Python.

Table 27: Métricas de inventario simuladas (s=15, S=30)

| Métrica | Simulado |
|------------------------|--------------|
| Costo de orden | \$364,300.00 |
| Costo de mantenimiento | \$2,722.41 |
| Costo de faltante | \$73,487.80 |
| Costo total | \$440,510.21 |

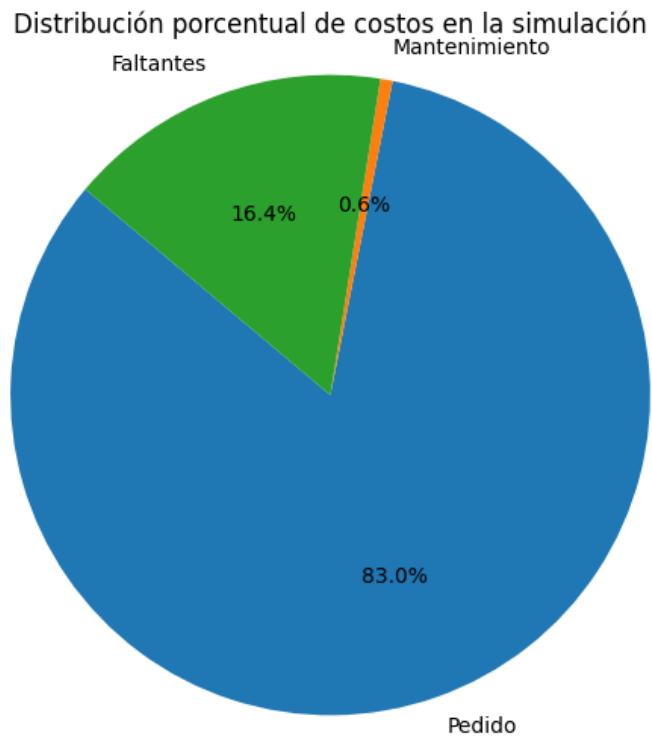


Figure 7: Simulación de costos de inventario ($s=15$, $S=30$) en Python.

Table 28: Métricas de inventario simuladas ($s=20$, $S=60$)

| Métrica | Simulado |
|------------------------|--------------|
| Costo de orden | \$372,722.50 |
| Costo de mantenimiento | \$11,581.95 |
| Costo de faltante | \$30,452.18 |
| Costo total | \$414,756.62 |

Distribución porcentual de costos en la simulación

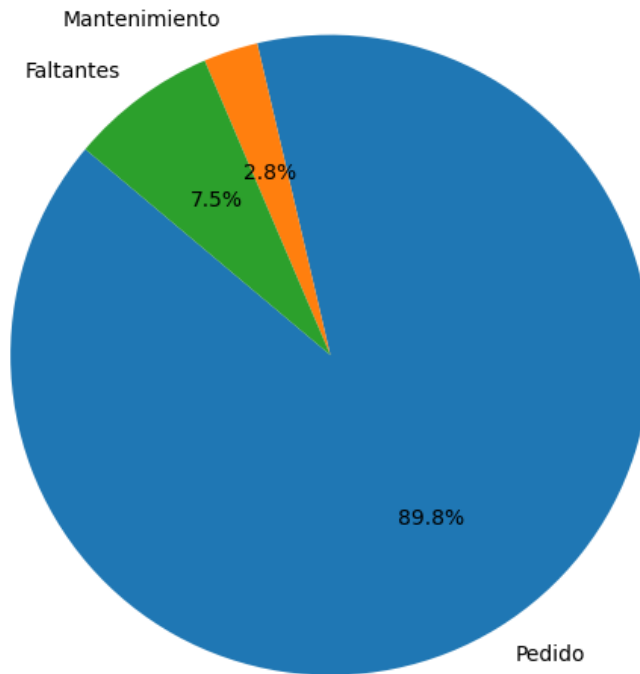


Figure 8: Simulación de costos de inventario ($s=20$, $S=60$) en Python.

Table 29: Métricas de inventario simuladas ($s=25$, $S=90$)

| Métrica | Simulado |
|------------------------|--------------|
| Costo de orden | \$382,367.50 |
| Costo de mantenimiento | \$22,174.94 |
| Costo de faltante | \$14,213.12 |
| Costo total | \$418,755.57 |

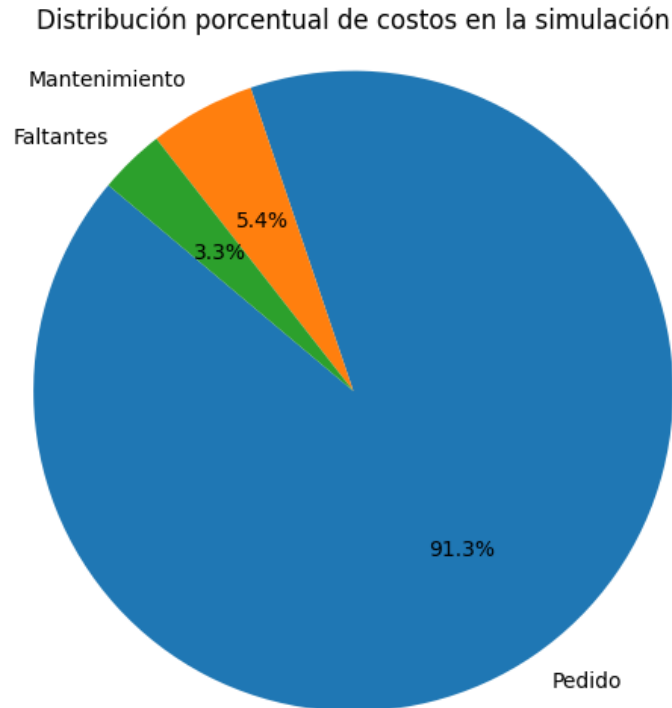


Figure 9: Simulación de costos de inventario ($s=25$, $S=90$) en Python.

4.1.8 Análisis de resultados

Los resultados del modelo de inventario permiten observar con claridad la relación entre los parámetros de la política de reabastecimiento (s, S) y los costos totales del sistema:

- **Al aumentar los valores de (s, S)** , se reduce considerablemente el *costo por faltante*, ya que el sistema mantiene mayores niveles de inventario y por lo tanto es menos probable quedarse sin stock.
- Este beneficio tiene como contrapartida un *aumento del costo de mantenimiento*, como es esperable en cualquier sistema con más inventario en promedio.
- El *costo de orden* se mantiene relativamente estable, con pequeñas variaciones, ya que depende directamente de la frecuencia de reabastecimiento.
- La mejor configuración observada, en términos de *costo total mínimo*, corresponde al caso $(s = 20, S = 60)$, donde se logra un equilibrio entre disponibilidad de productos y costos logísticos.
- El caso más conservador $(s = 25, S = 90)$ logra casi eliminar los faltantes, pero con un costo de mantenimiento notablemente más alto, lo que no justifica la mejora marginal respecto a $(s = 20, S = 60)$.

Estos resultados reflejan cómo las decisiones de política de inventario impactan de forma directa en los costos operativos, permitiendo identificar configuraciones eficientes bajo distintos criterios de gestión.

4.2 Resultados en AnyLogic

Además de la implementación en Python, se realizó una simulación del modelo M/M/1 y del modelo de inventario utilizando la herramienta AnyLogic. El objetivo fue validar los resultados obtenidos con nuestra implementación propia y aprovechar las capacidades gráficas e interactivas que ofrece AnyLogic.

4.2.1 Modelo de Inventario

En esta sección se presentan los resultados de la simulación del sistema de inventario en AnyLogic, utilizando una política de revisión continua tipo (s, S) .

Para ello, se realizaron múltiples corridas con parámetros fijos y se midieron los costos acumulados de orden, mantenimiento y faltante, así como el costo total. En particular, se utilizaron como valores de referencia $s = 33$ y $S = 39$, obtenidos a partir de un análisis probabilístico de la demanda durante el tiempo de entrega.

Table 30: Comparación de métricas de rendimiento del modelo de inventario simulado y teóricas

| Métrica | Valor Teórico | Valor Simulación en Python | Valor Simulación en Anylogic |
|------------------------|---------------|----------------------------|------------------------------|
| Costo de orden | \$155,000.00 | \$ 375,110.00 | \$372,768.59 |
| Costo de mantenimiento | \$27,000.00 | \$6,532.44 | \$7,414.76 |
| Costo de faltante | \$00.00 | \$25,223.15 | \$24,656.02 |
| Costo total | \$182,00.00 | \$406,865.58 | \$403,326.98 |

Distribución porcentual de costos en la simulación

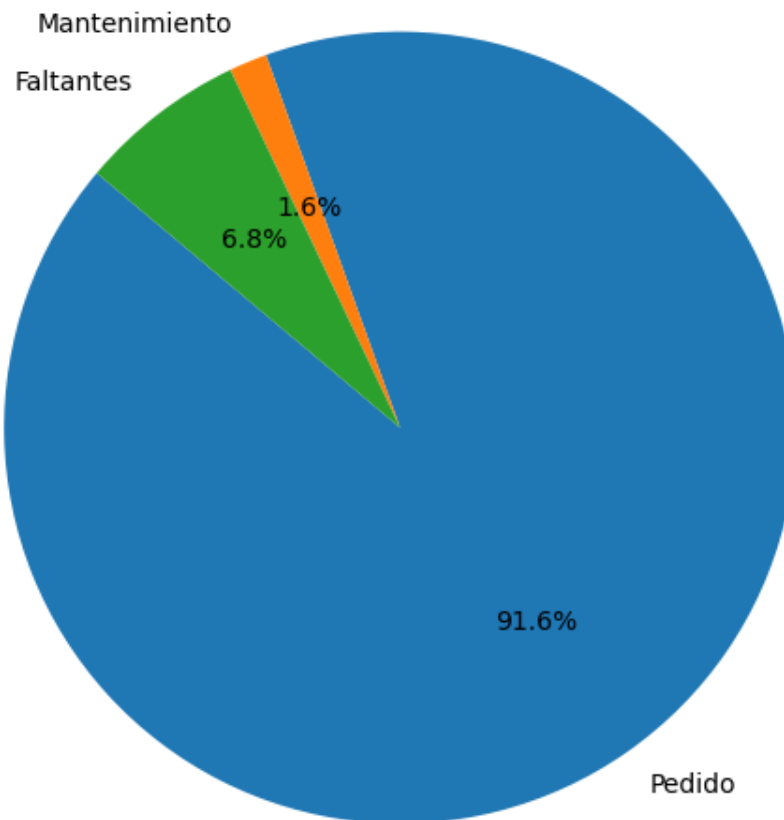


Figure 10: Distribución porcentual de costos en la simulación en python

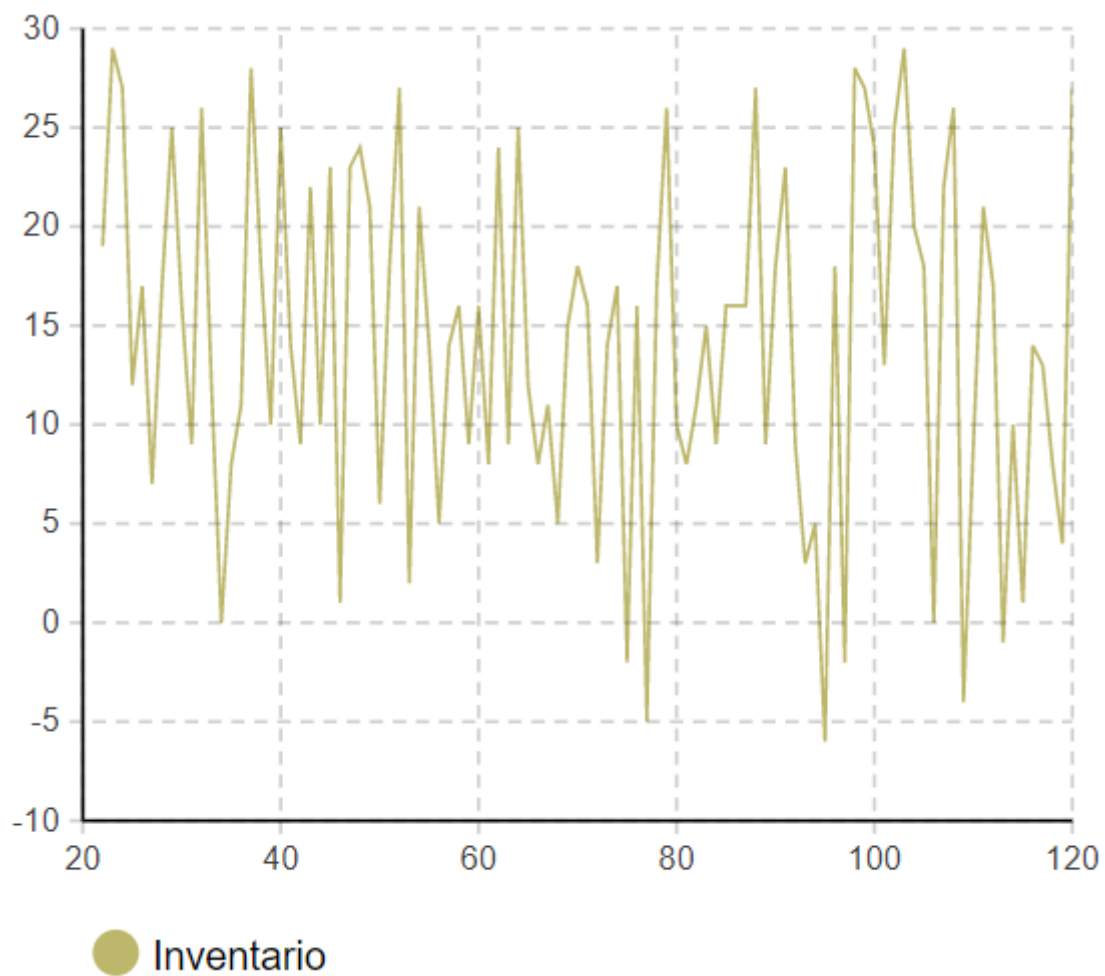


Figure 11: Evolución del inventario (en cantidad de unidades) con respecto al tiempo (en meses) en la simulación en Anylogic

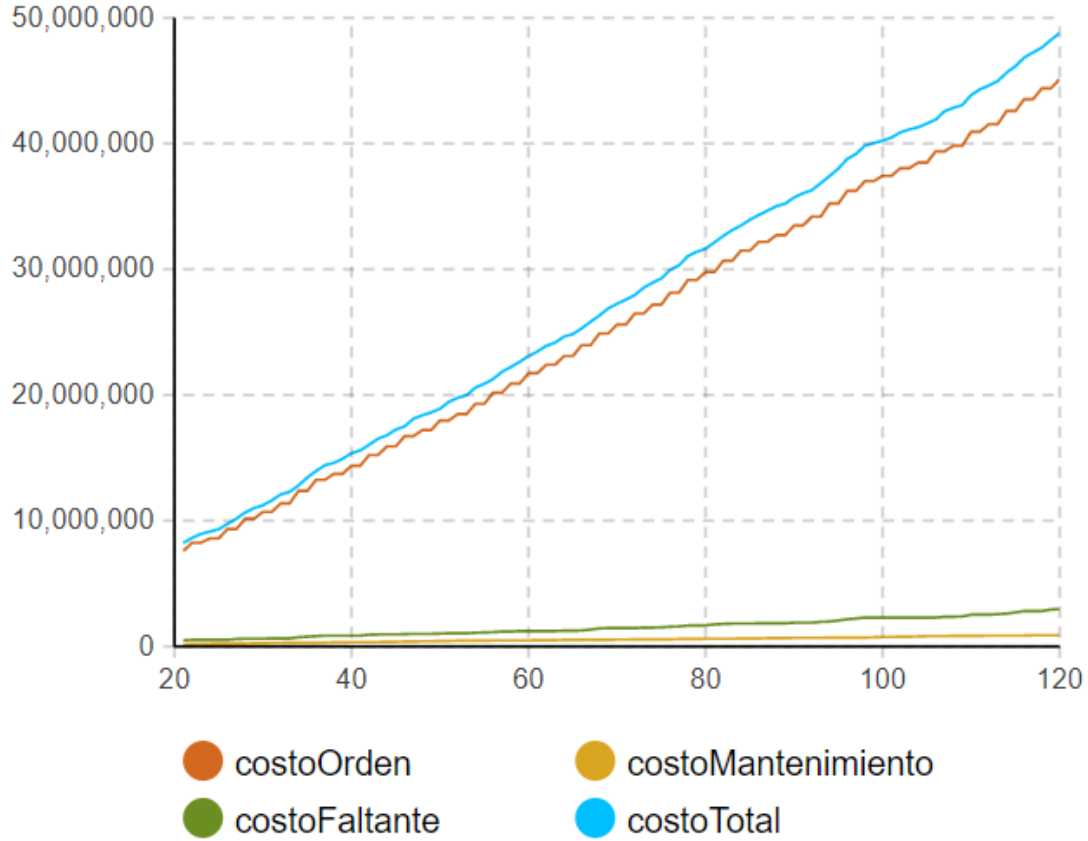


Figure 12: Evolución de los costos (en \$) con respecto al tiempo (en meses) en la simulación en Anylogic

Justificación del uso de $s = 33$ y $S = 39$ Para definir el punto de reposición s y el nivel de inventario máximo S , se utilizó un enfoque basado en la teoría de control de inventarios con demanda estocástica.

Dado que la demanda por cliente es aleatoria, y que el tiempo de entrega también presenta variabilidad (modelo con lead time estocástico), se aplica el criterio del ****nivel de servicio ciclo-a-ciclo**** para garantizar que en al menos el 95% de los ciclos no se agoten las existencias.

Este nivel de confianza se traduce estadísticamente en un valor $z = 1.645$, correspondiente al cuantil 95% de una distribución normal estándar. Así, el punto de reposición se calcula como:

$$s = \mathbb{E}[D_T] + z \cdot \sigma_{D_T}$$

donde $\mathbb{E}[D_T]$ es la demanda esperada durante el tiempo de entrega, y σ_{D_T} su desvío estándar.

El stock máximo S , en cambio, busca cubrir la demanda mensual media con un margen de seguridad también del 95%, resultando en:

$$S = \mathbb{E}[D_{\text{mes}}] + z \cdot \sigma_{\text{mes}}$$

Este enfoque garantiza que las decisiones de reaprovisionamiento estén fundamentadas en una política estadísticamente robusta que equilibra el costo de faltantes con los costos de mantenimiento y de orden.

4.2.2 Parámetros utilizados en AnyLogic - Modelo de Inventario

Para la implementación del modelo de inventario en AnyLogic, se utilizaron los siguientes datos:

- **Llegadas de clientes:** distribución **Exponencial** con tasa $\lambda = 10$ clientes/mes.

- **Demanda por cliente:** variable discreta con la siguiente distribución:
 - 1 unidad con probabilidad 1/6
 - 2 unidades con probabilidad 1/3
 - 3 unidades con probabilidad 1/3
 - 4 unidades con probabilidad 1/6
- **Tiempo de entrega (lead time):** distribución uniforme $U(0.5, 1)$ meses.
- **Nivel de servicio deseado:** 95% ($z = 1.645$)
- **Punto de reposición:** $s = 33$
- **Stock máximo:** $S = 39$

Table 31: Parámetros y resultados intermedios del modelo de inventario

| Parámetro | Valor |
|--|----------------|
| $\mathbb{E}[D]$ | 2.5 unidades |
| $\text{Var}(D)$ | 0.9167 |
| $\mathbb{E}[L]$ | 0.75 meses |
| $\text{Var}(L)$ | 0.0208 |
| $\mu_T = \mathbb{E}[D_T]$ | 18.75 unidades |
| $\sigma_T = \sqrt{\text{Var}(D_T)}$ | 8.17 unidades |
| z (nivel de confianza 95%) | 1.645 |
| $s = \mu_T + z \cdot \sigma_T$ | 33 unidades |
| $S = \mu_{\text{mes}} + z \cdot \sigma_{\text{mes}}$ | 39 unidades |

4.2.3 Modelo M/M/1

En esta sección se presentan los resultados obtenidos a partir de la simulación del modelo M/M/1 utilizando AnyLogic, para diferentes valores de la tasa de llegada λ . El sistema se modeló con una tasa de servicio $\mu = 1.0$.

El objetivo de este modelo es analizar el rendimiento del sistema de colas M/M/1, en el que se calcula el número promedio de clientes en el sistema, el tiempo promedio en el sistema y en cola, así como la utilización del servidor, y luego se compara con los valores teóricos.

4.2.4 Modelo M/M/1/K con $K = 0$

Table 32: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.193 | 0.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.000 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.965 | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.000 | inf |
| Utilización del servidor | 19.3 % | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 19% | 100.000% |

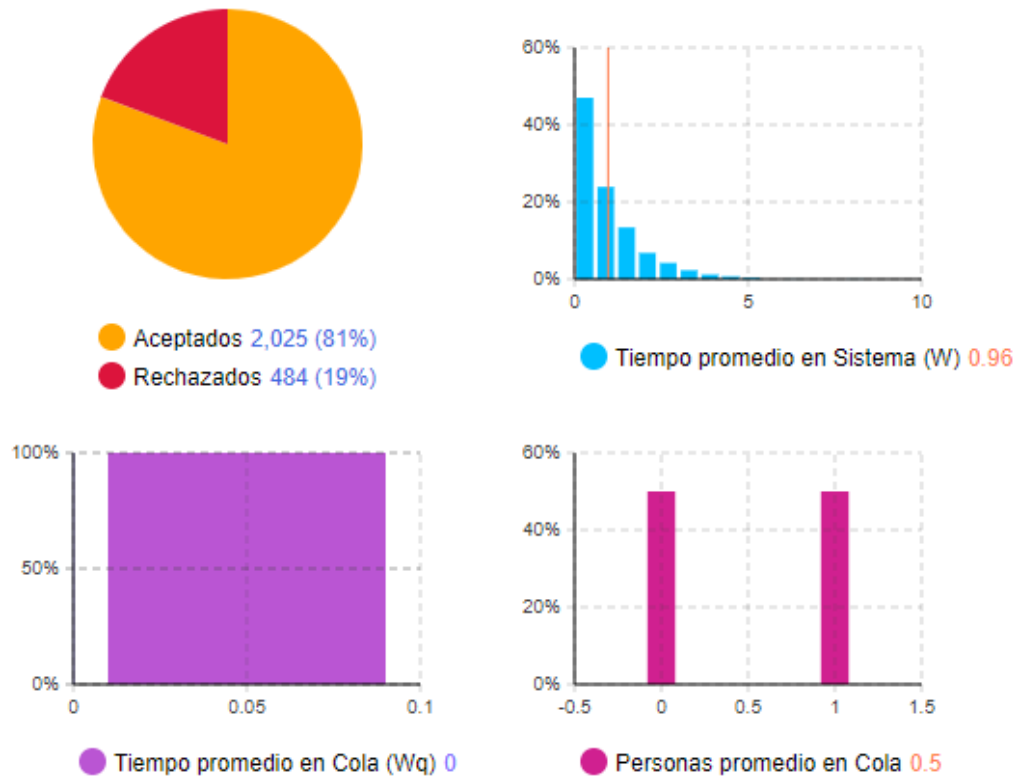


Figure 13: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

Table 33: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.50$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.33 | 1.000 |
| Clientes promedio en cola | 0 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.005 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 33% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 35% | 100.000% |

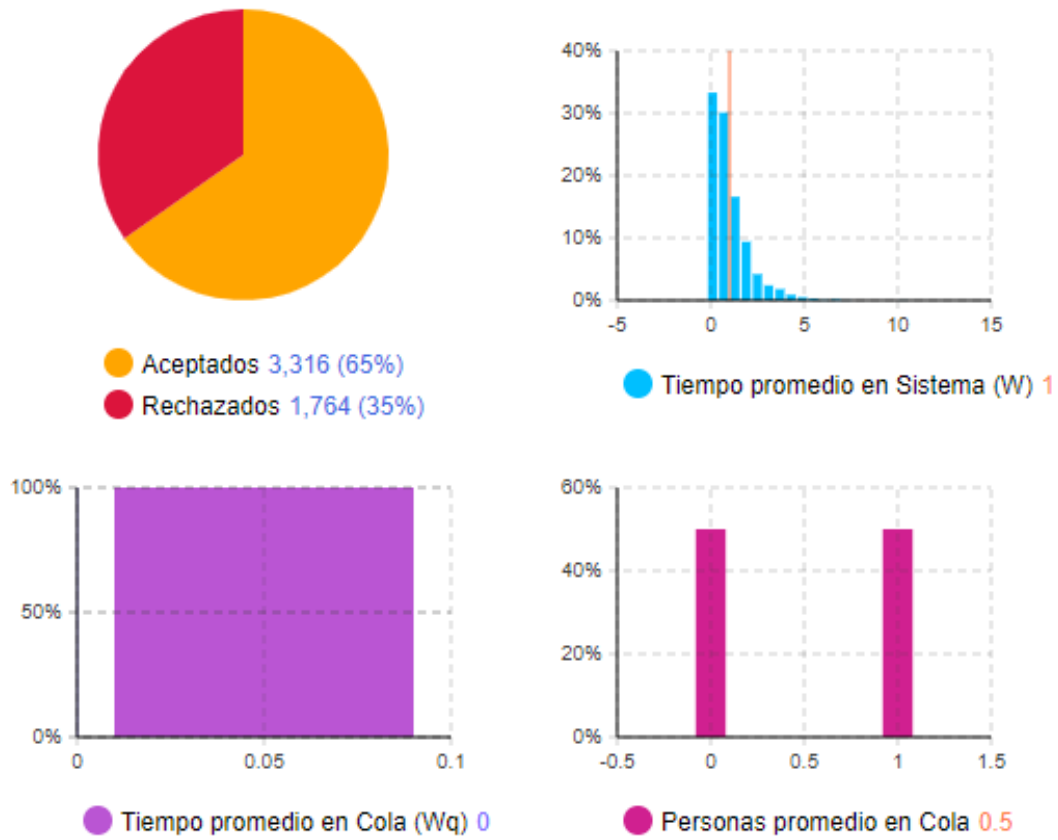


Figure 14: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

Table 34: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.75$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.43 | 1.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.000 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.995 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 42% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 43% | 100.000% |

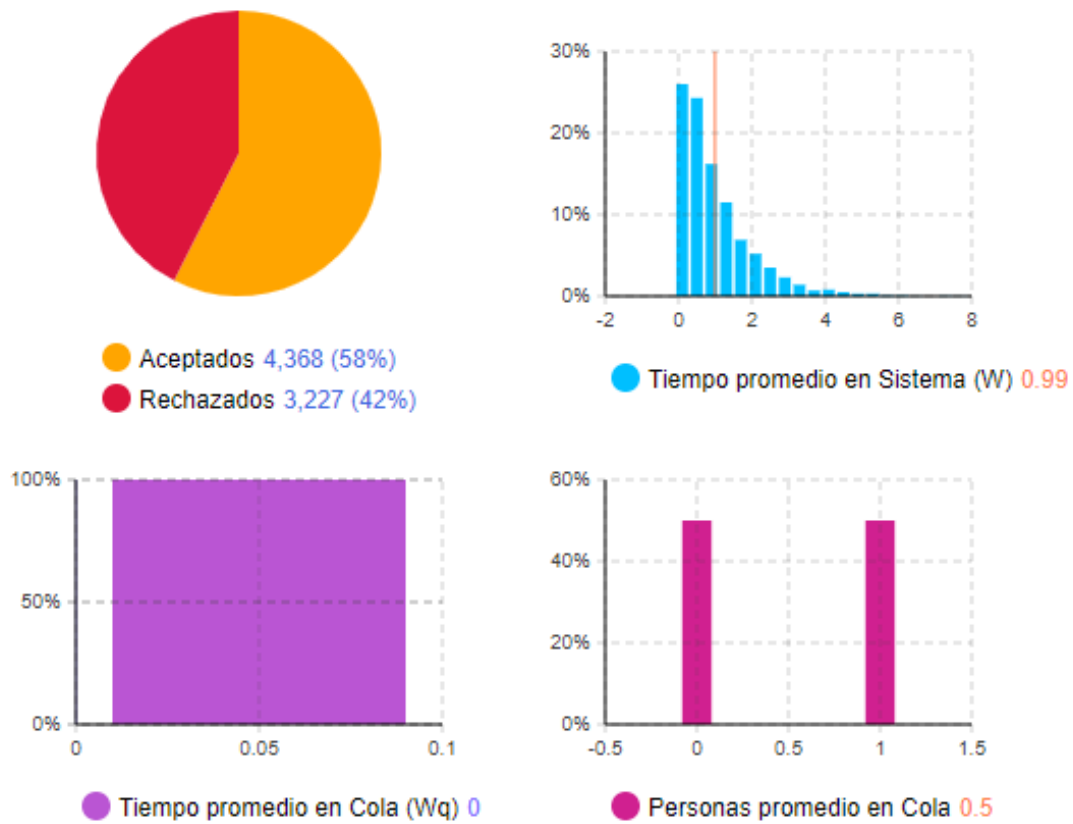


Figure 15: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

Table 35: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|-----------------------------|---------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.492 | 3.000 |
| Cientes promedio en cola | 0 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.985 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 49.2% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 49% | 100.000% |

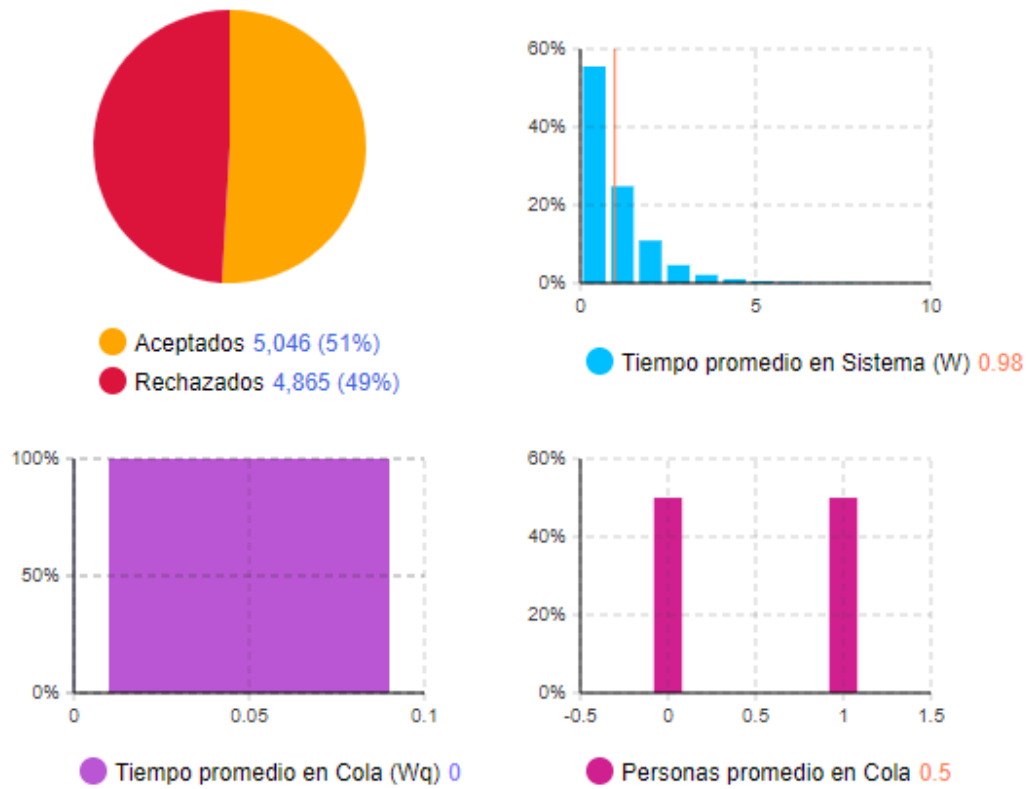


Figure 16: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 1$ ($\rho = 1$)

Table 36: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1.25$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.55 | 3.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.00 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 0.986 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 55% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 55% | 100.000% |

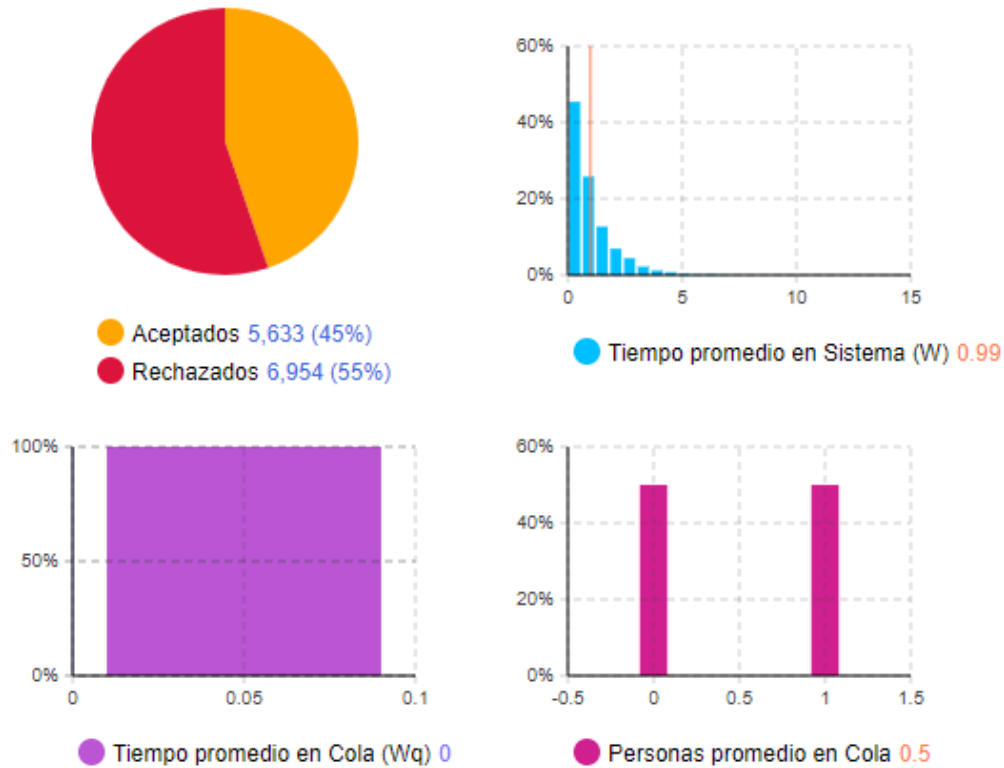


Figure 17: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

Justificación del uso de los valores de λ Los valores de λ seleccionados (0.50 y 1.25) fueron escogidos para evaluar el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones de carga, desde un escenario en el que el sistema está ligeramente ocupado hasta otro en el que la carga del servidor es más alta. Este rango permite observar cómo las métricas clave del modelo $M/M/1$ responden a la variación en la tasa de llegada.

Resultados de las simulaciones Los resultados simulados en AnyLogic se comparan con los valores teóricos derivados de las fórmulas estándar del modelo $M/M/1$. La tabla muestra que los valores obtenidos mediante simulación son consistentes con los resultados teóricos, con una pequeña desviación debido a las características estocásticas de la simulación. La utilización del servidor también sigue de cerca el valor teórico esperado, mostrando que el sistema está operando de acuerdo con las expectativas.

4.2.5 Modelo $M/M/1/K$ con $K = 2$

Table 37: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.292 | 0.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.05 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.226 | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.211 | inf |
| Utilización del servidor | 24.2 % | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 5% | 100.000% |

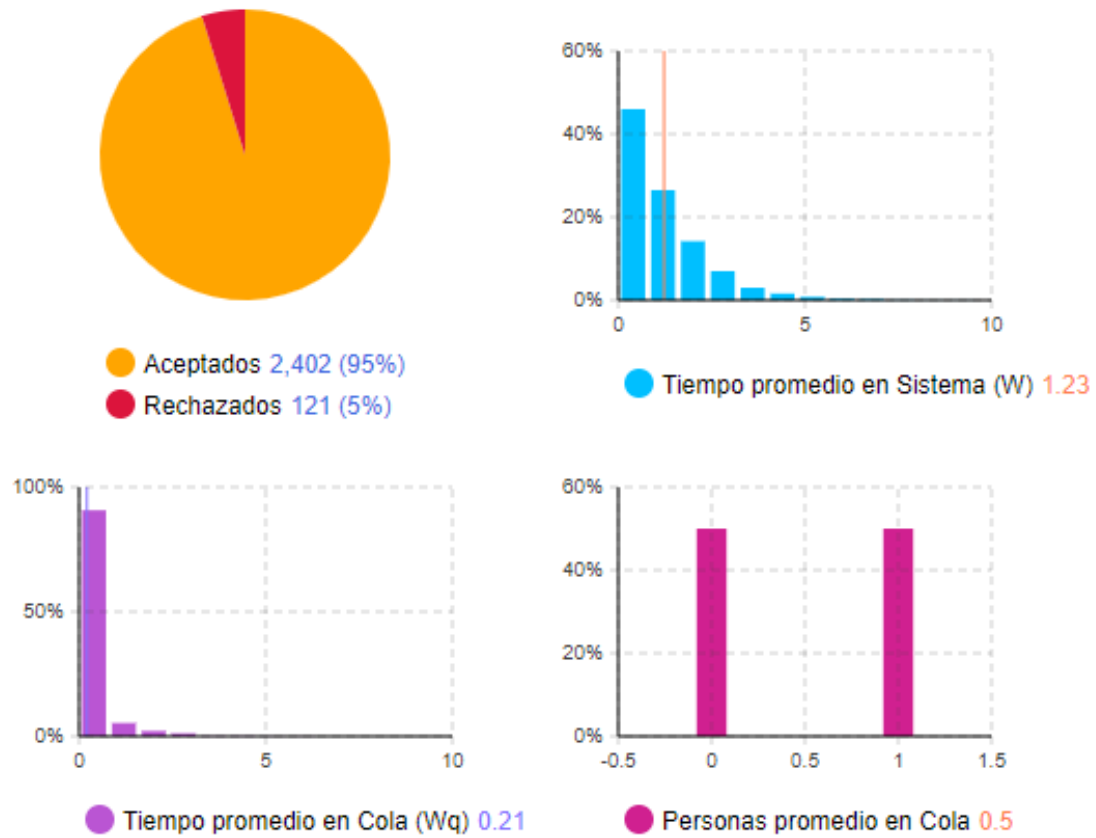


Figure 18: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

Table 38: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.50$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|-----------------------------|---------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.567 | 1.000 |
| Cientes promedio en cola | 0.014 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.336 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0.329 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 42.8% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 14% | 100.000% |

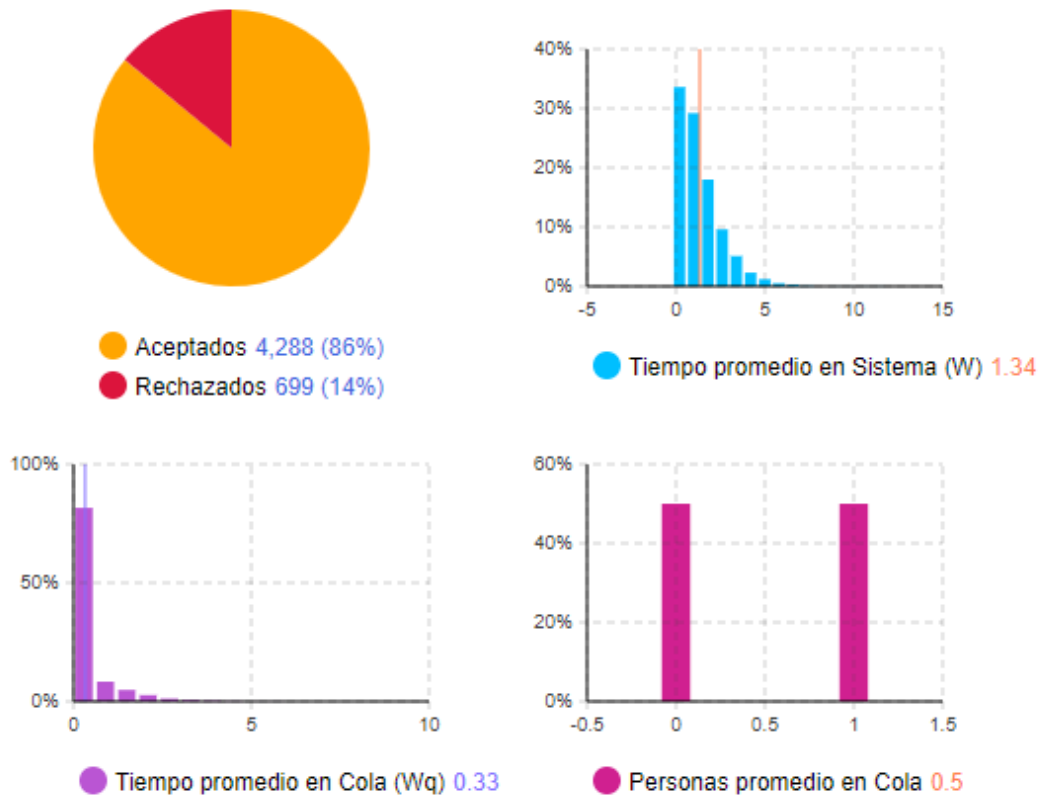


Figure 19: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

Table 39: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.75$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.8 | 1.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.242 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.406 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0.426 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 55.8% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 23% | 100.000% |

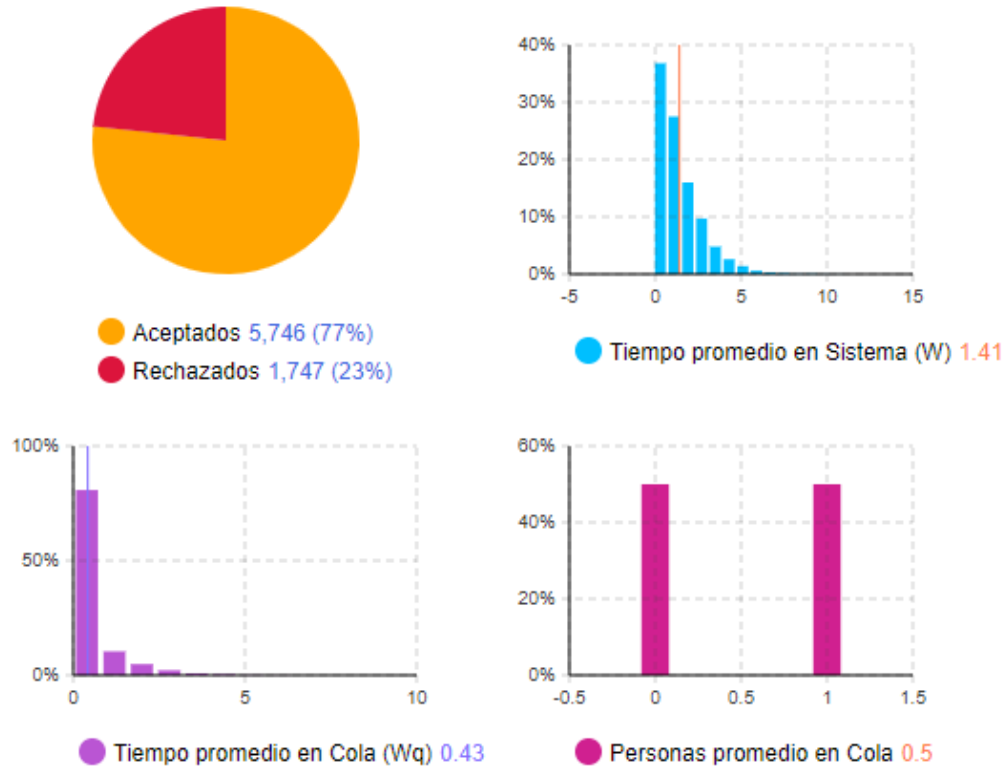


Figure 20: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

Table 40: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|-----------------------------|---------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 1.018 | 3.000 |
| Cientes promedio en cola | 0.344 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.523 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0.514 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 67.4% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 34% | 100.000% |

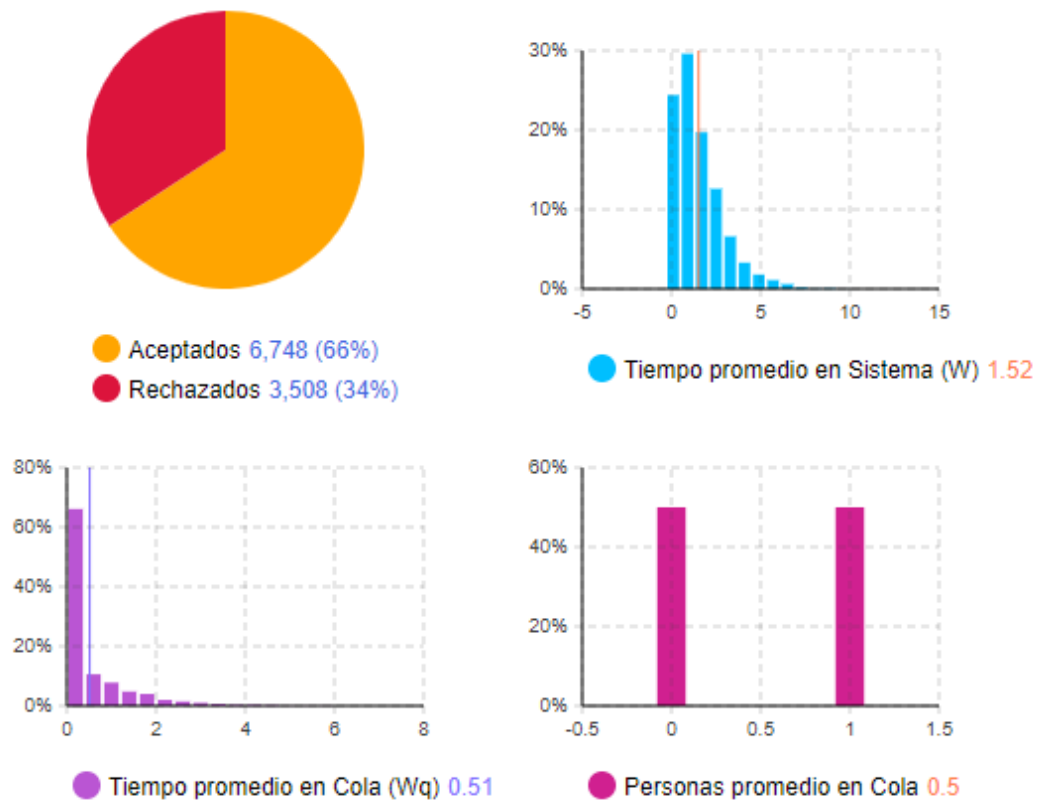


Figure 21: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 1$ ($\rho = 1$)

Table 41: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1.25$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 1.167 | 3.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.423 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.571 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0.569 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 74.4% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 41% | 100.000% |

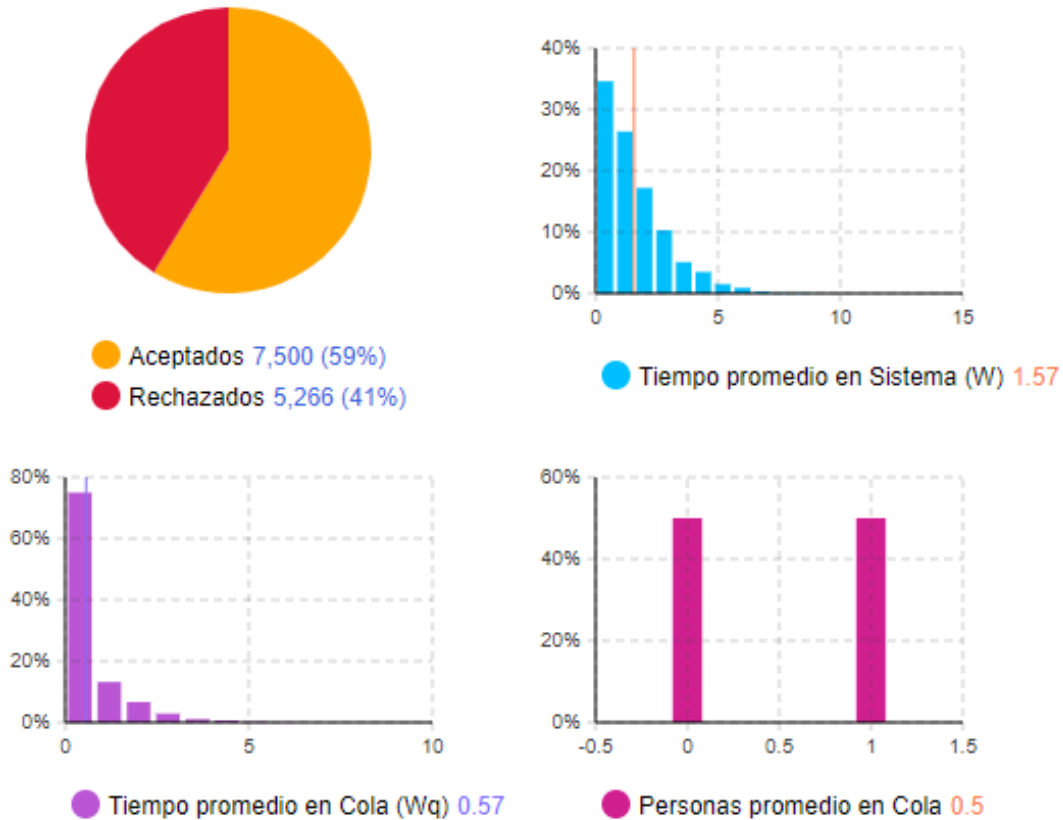


Figure 22: Métricas de rendimiento para $M/M/1/2$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

Justificación del uso de los valores de λ Los valores de λ seleccionados (0.50 y 1.25) fueron escogidos para evaluar el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones de carga, desde un escenario en el que el sistema está ligeramente ocupado hasta otro en el que la carga del servidor es más alta. Este rango permite observar cómo las métricas clave del modelo $M/M/1$ responden a la variación en la tasa de llegada.

Resultados de las simulaciones Los resultados simulados en AnyLogic se comparan con los valores teóricos derivados de las fórmulas estándar del modelo $M/M/1$. La tabla muestra que los valores obtenidos mediante simulación son consistentes con los resultados teóricos, con una pequeña desviación debido a las características estocásticas de la simulación. La utilización del servidor también sigue de cerca el valor teórico esperado, mostrando que el sistema está operando de acuerdo con las expectativas.

4.2.6 Modelo $M/M/1/K$ con $K = 5$

Table 42: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.358 | 0.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.102 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.451 | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.413 | inf |
| Utilización del servidor | 25.6 % | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 0% | 100.000% |

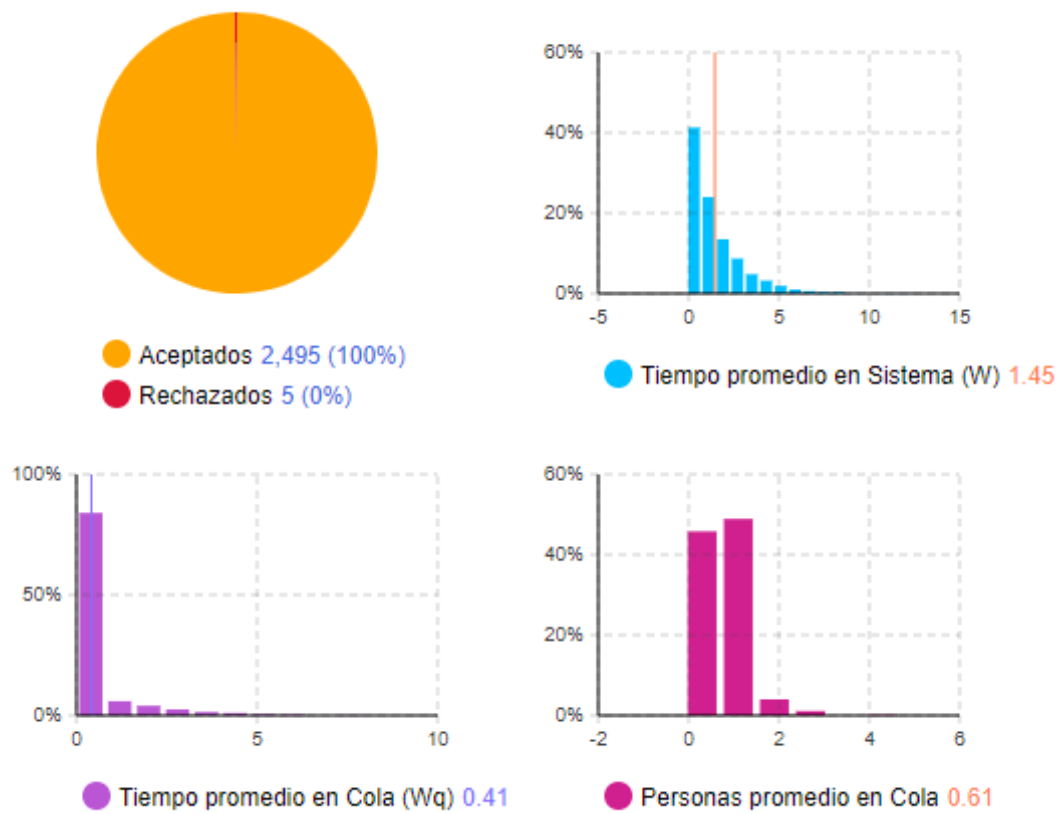


Figure 23: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

Table 43: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.50$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|-----------------------------|---------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 0.883 | 1.000 |
| Cientes promedio en cola | 0.401 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.788 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 0.812 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 48.2% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 2% | 100.000% |

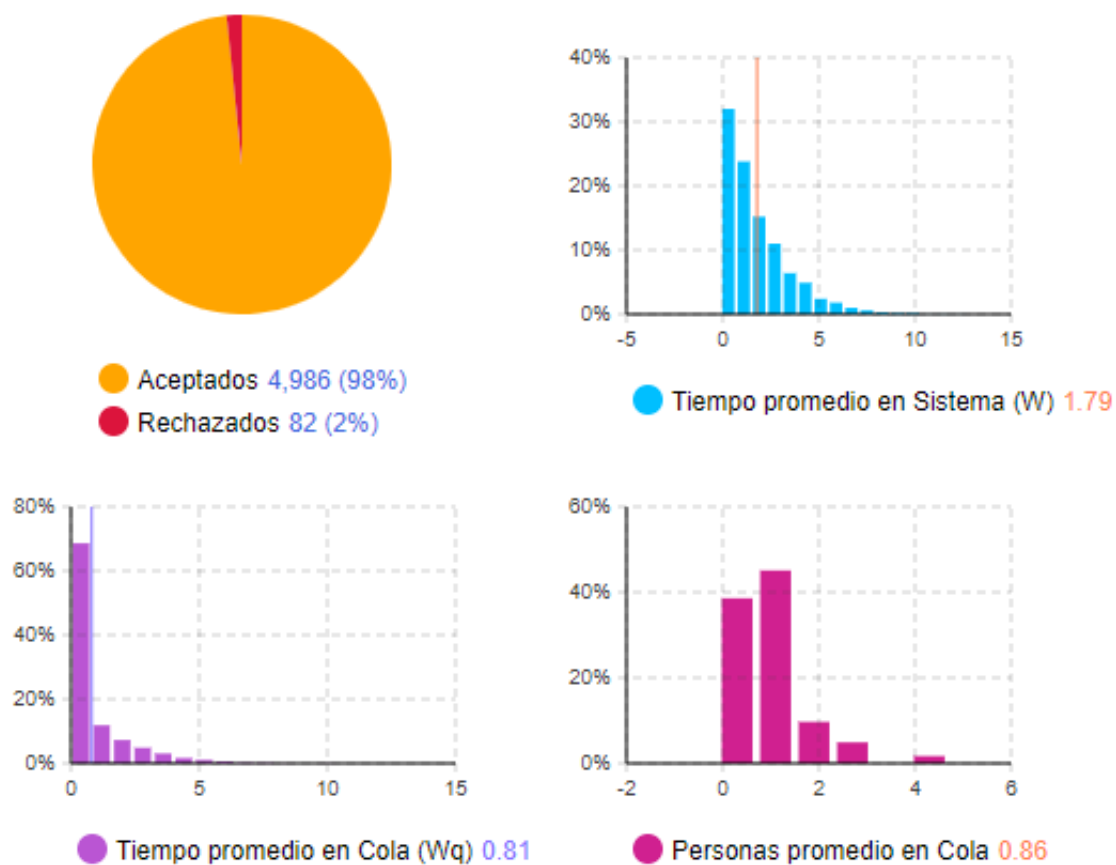


Figure 24: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

Table 44: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.75$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|-----------------------------|---------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 1.763 | 1.000 |
| Cientes promedio en cola | 1.058 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 2.534 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 1.521 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 70.5% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 8% | 100.000% |

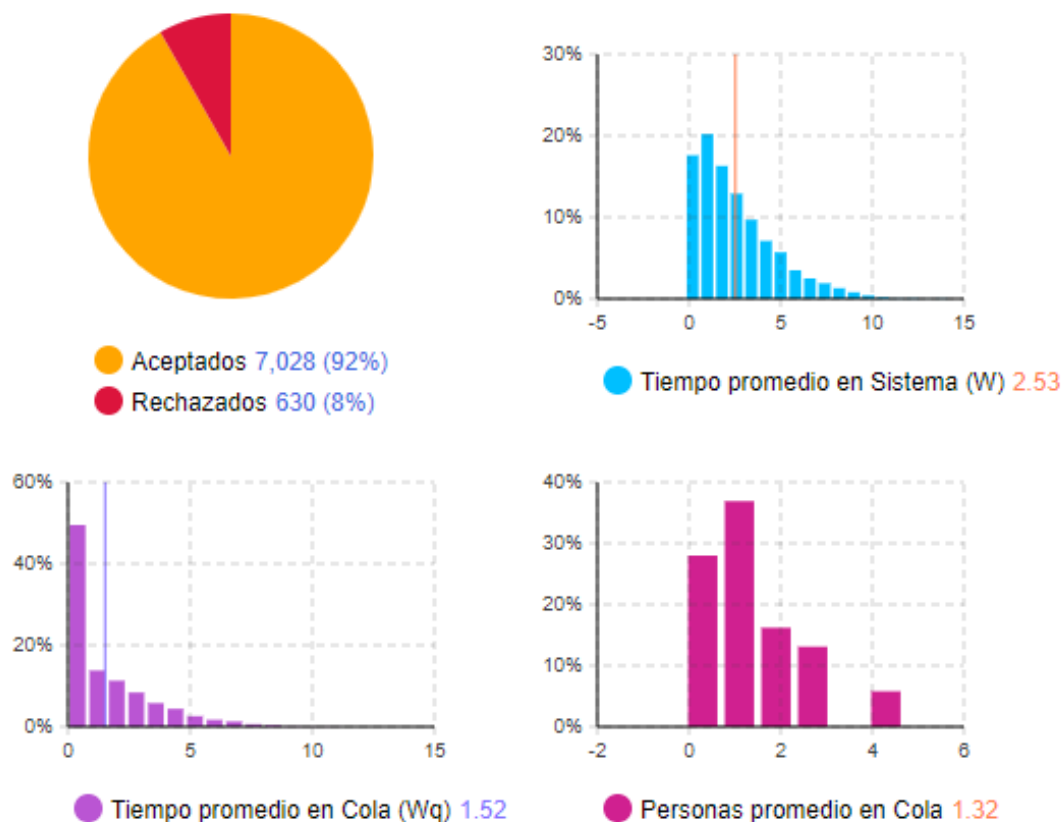


Figure 25: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

Table 45: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 2.568 | 3.000 |
| Clientes promedio en cola | 1.72 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 3.063 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 2.051 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 84.8% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 17% | 100.000% |

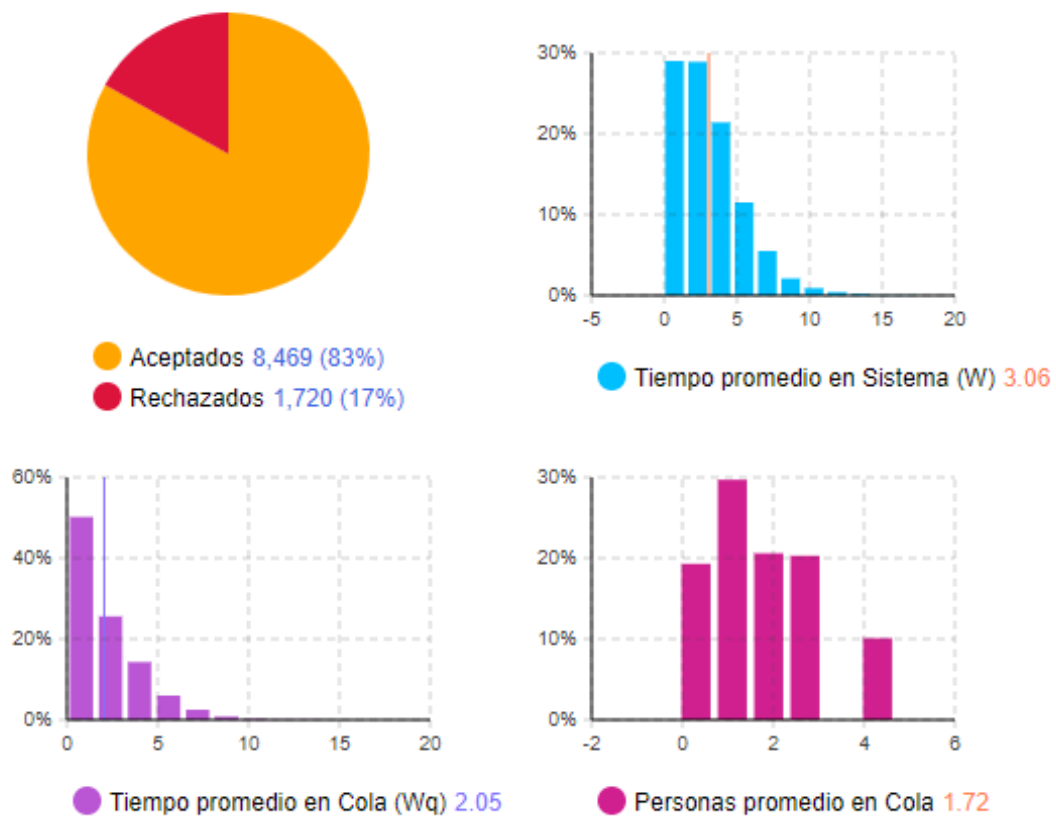


Figure 26: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 1$ ($\rho = 1$)

Table 46: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1.25$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 3.121 | 3.000 |
| Clientes promedio en cola | 2.214 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 3.439 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 2.44 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 90.7% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 27% | 100.000% |

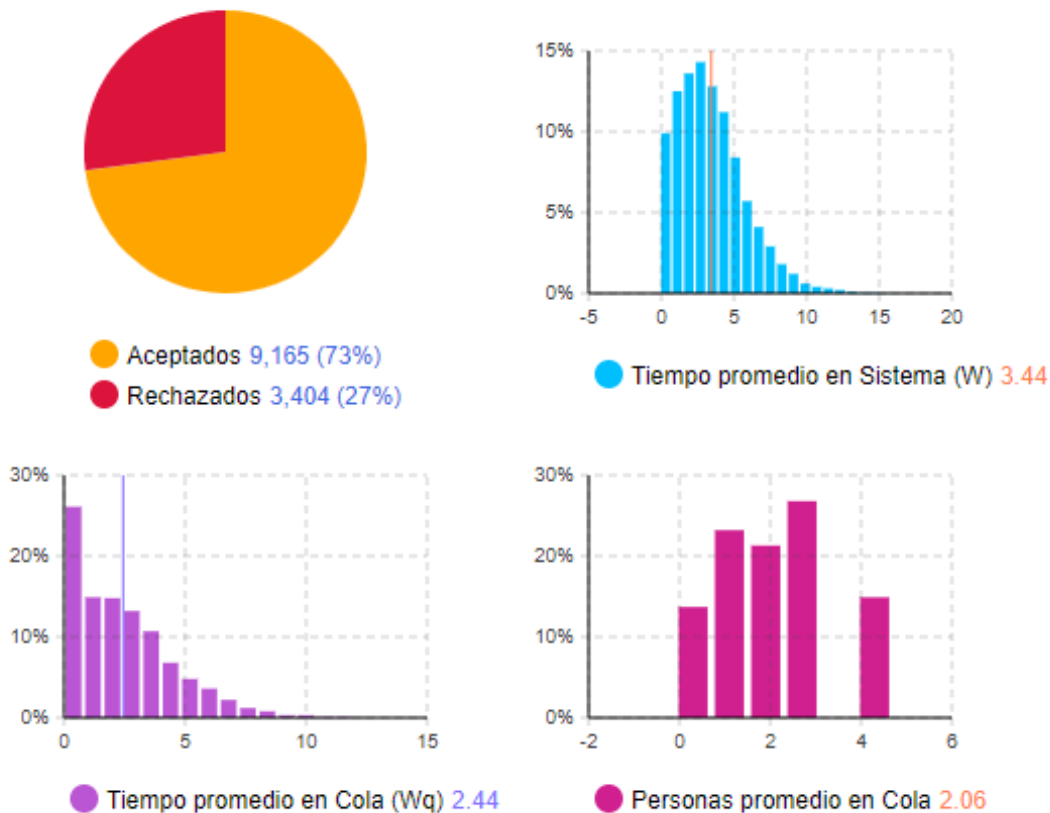


Figure 27: Métricas de rendimiento para $M/M/1/5$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

Justificación del uso de los valores de λ Los valores de λ seleccionados (0.50 y 1.25) fueron escogidos para evaluar el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones de carga, desde un escenario en el que el sistema está ligeramente ocupado hasta otro en el que la carga del servidor es más alta. Este rango permite observar cómo las métricas clave del modelo $M/M/1$ responden a la variación en la tasa de llegada.

Resultados de las simulaciones Los resultados simulados en AnyLogic se comparan con los valores teóricos derivados de las fórmulas estándar del modelo $M/M/1$. La tabla muestra que los valores obtenidos mediante simulación son consistentes con los resultados teóricos, con una pequeña desviación debido a las características estocásticas de la simulación. La utilización del servidor también sigue de cerca el valor teórico esperado, mostrando que el sistema está operando de acuerdo con las expectativas.

4.2.7 Modelo $M/M/1/K$ con $K = 10$

Table 47: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.347 | 0.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.094 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.395 | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.377 | inf |
| Utilización del servidor | 25.3 % | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 0% | 100.000% |

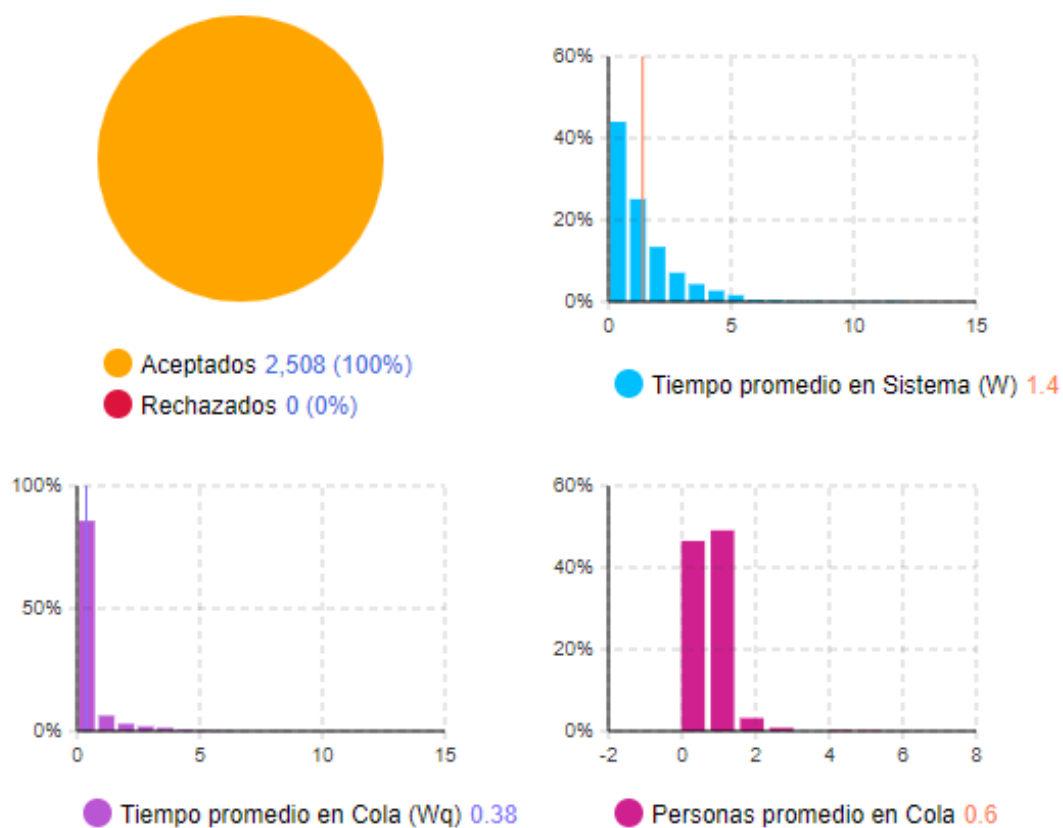


Figure 28: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

Table 48: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.50$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 1.013 | 1.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.508 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 2.034 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 1.019 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 50.5% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 0% | 100.000% |

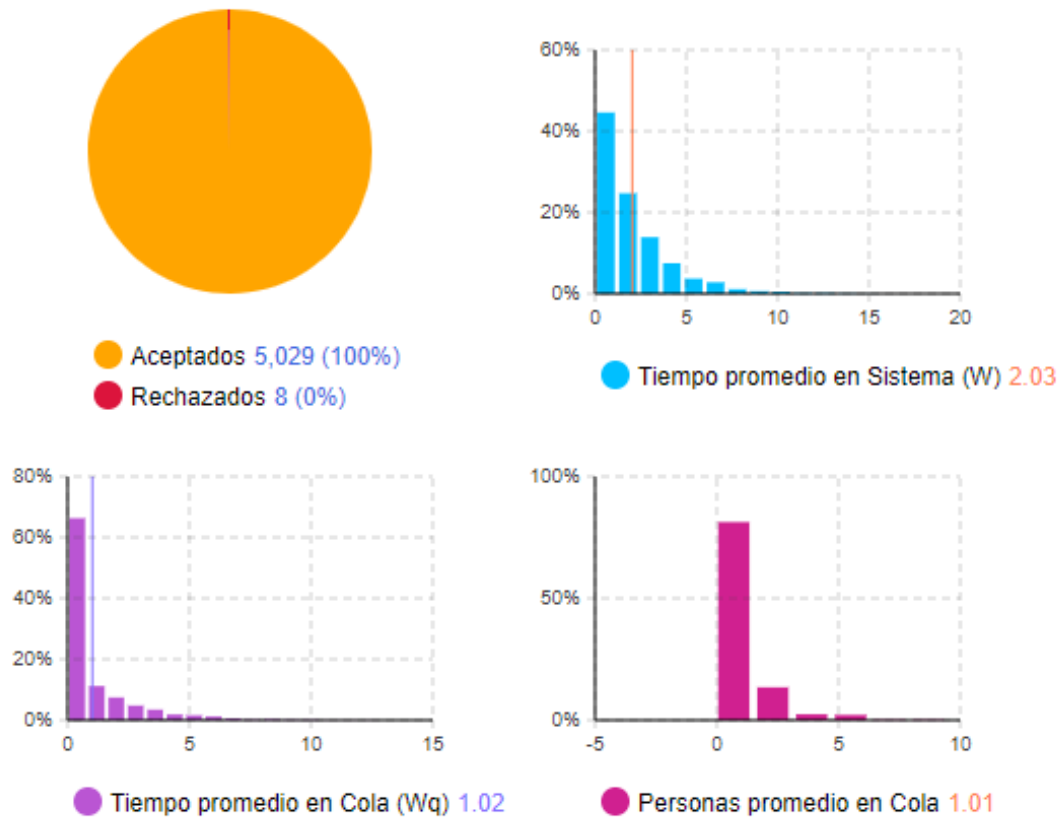


Figure 29: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

Table 49: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.75$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|-----------------------------|---------------------------|---------------|
| Cientes promedio en sistema | 2.646 | 1.000 |
| Cientes promedio en cola | 1.891 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 3.566 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 2.549 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 75.4% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 2 % | 100.000% |

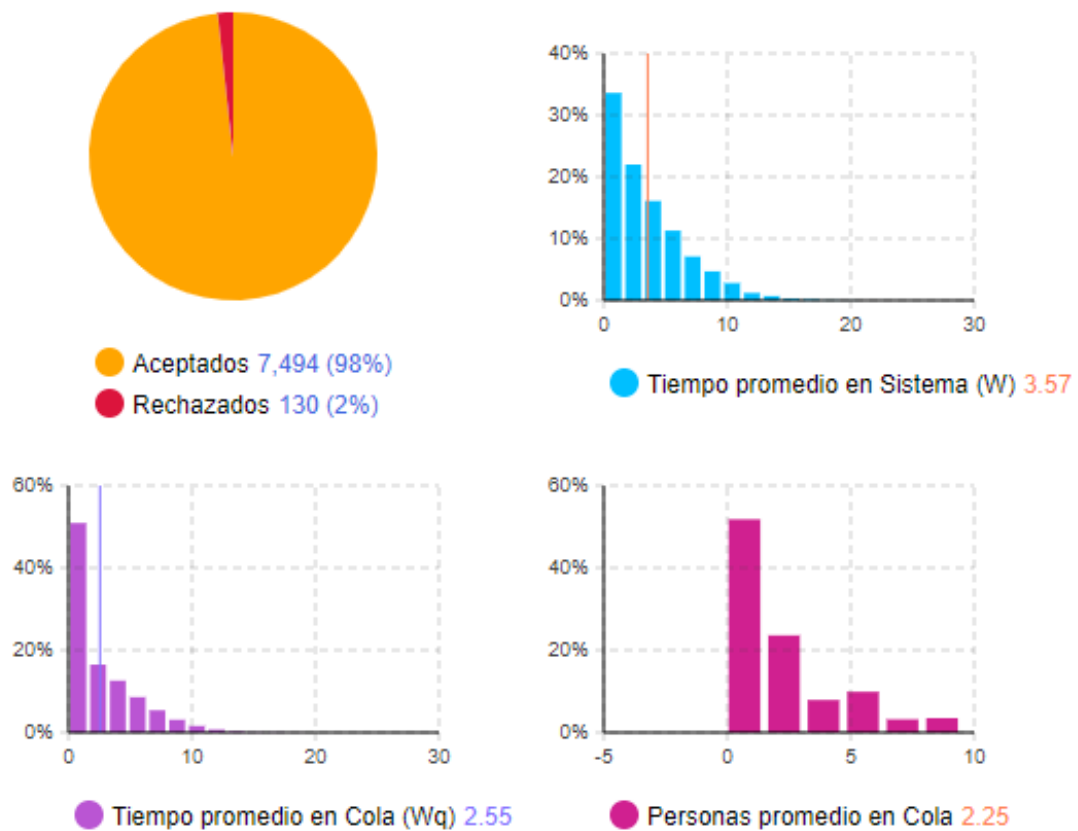


Figure 30: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

Table 50: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 5.093 | 3.000 |
| Clientes promedio en cola | 4.186 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 5.632 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 4.629 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 90.7% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 9% | 100.000% |

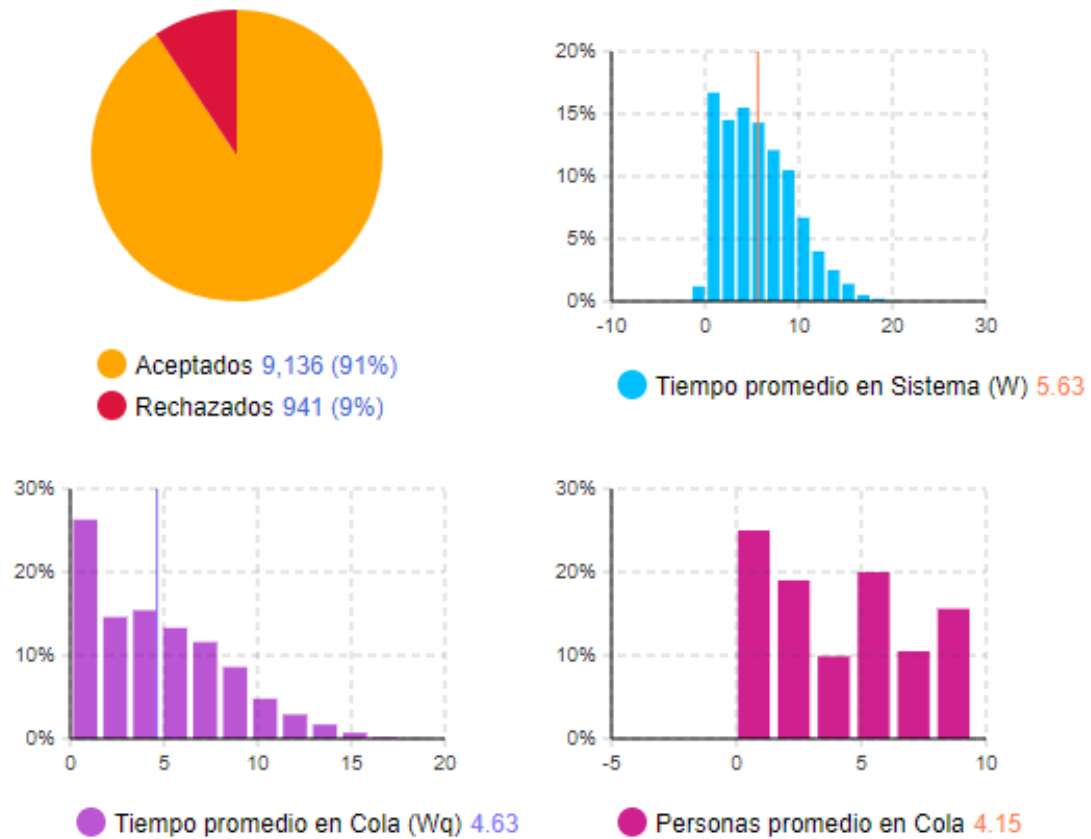


Figure 31: Métricas de rendimiento para $M/M/1/10$ con $\lambda = 1$ ($\rho = 1$)

Table 51: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1.25$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 6.827 | 3.000 |
| Clientes promedio en cola | 5.851 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 6.948 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 5.955 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 97.5% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 20% | 100.000% |

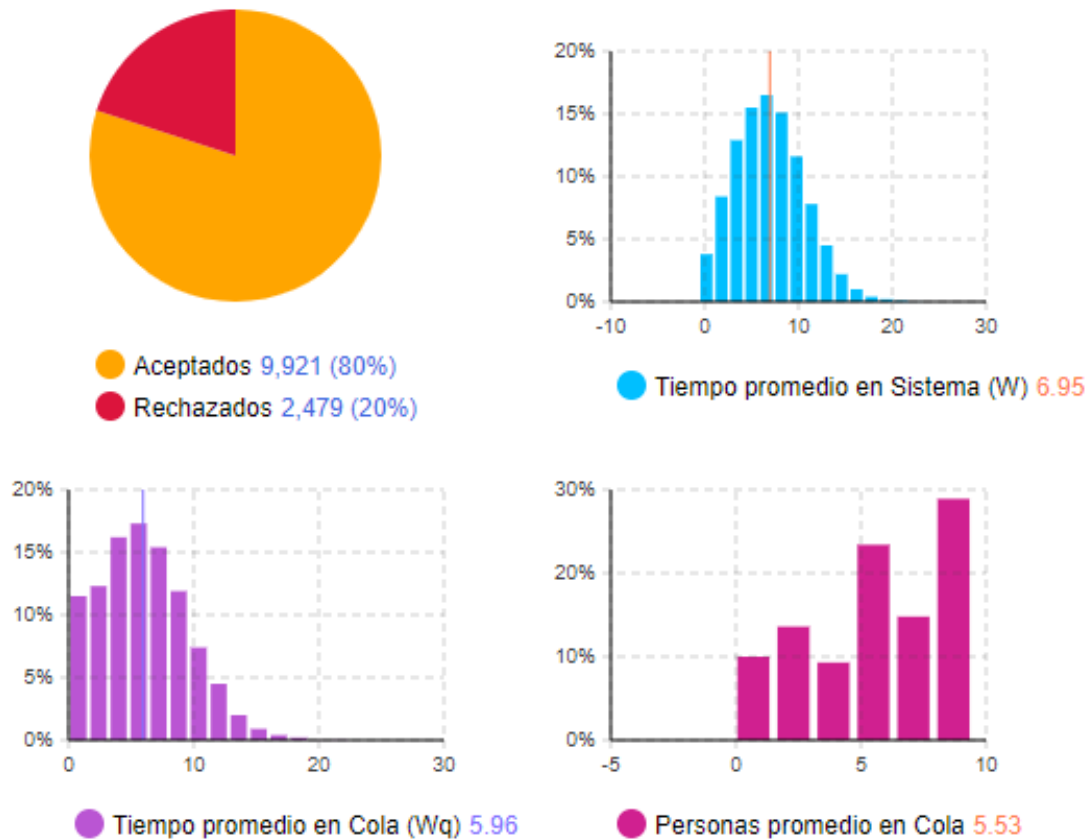


Figure 32: Métricas de rendimiento para $M/M/1/0$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

Justificación del uso de los valores de λ Los valores de λ seleccionados (0.50 y 1.25) fueron escogidos para evaluar el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones de carga, desde un escenario en el que el sistema está ligeramente ocupado hasta otro en el que la carga del servidor es más alta. Este rango permite observar cómo las métricas clave del modelo $M/M/1$ responden a la variación en la tasa de llegada.

Resultados de las simulaciones Los resultados simulados en AnyLogic se comparan con los valores teóricos derivados de las fórmulas estándar del modelo $M/M/1$. La tabla muestra que los valores obtenidos mediante simulación son consistentes con los resultados teóricos, con una pequeña desviación debido a las características estocásticas de la simulación. La utilización del servidor también sigue de cerca el valor teórico esperado, mostrando que el sistema está operando de acuerdo con las expectativas.

4.2.8 Modelo $M/M/1/K$ con $K = 50$

Table 52: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

| Métrica | Valor Simulado | Valor Teórico |
|------------------------------|----------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 0.334 | 0.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.087 | 0.000 |
| Tiempo promedio en sistema | 1.375 | inf |
| Tiempo promedio en cola | 0.357 | inf |
| Utilización del servidor | 24.7 % | 0.000% |
| Probabilidad de denegación | 0% | 100.000% |

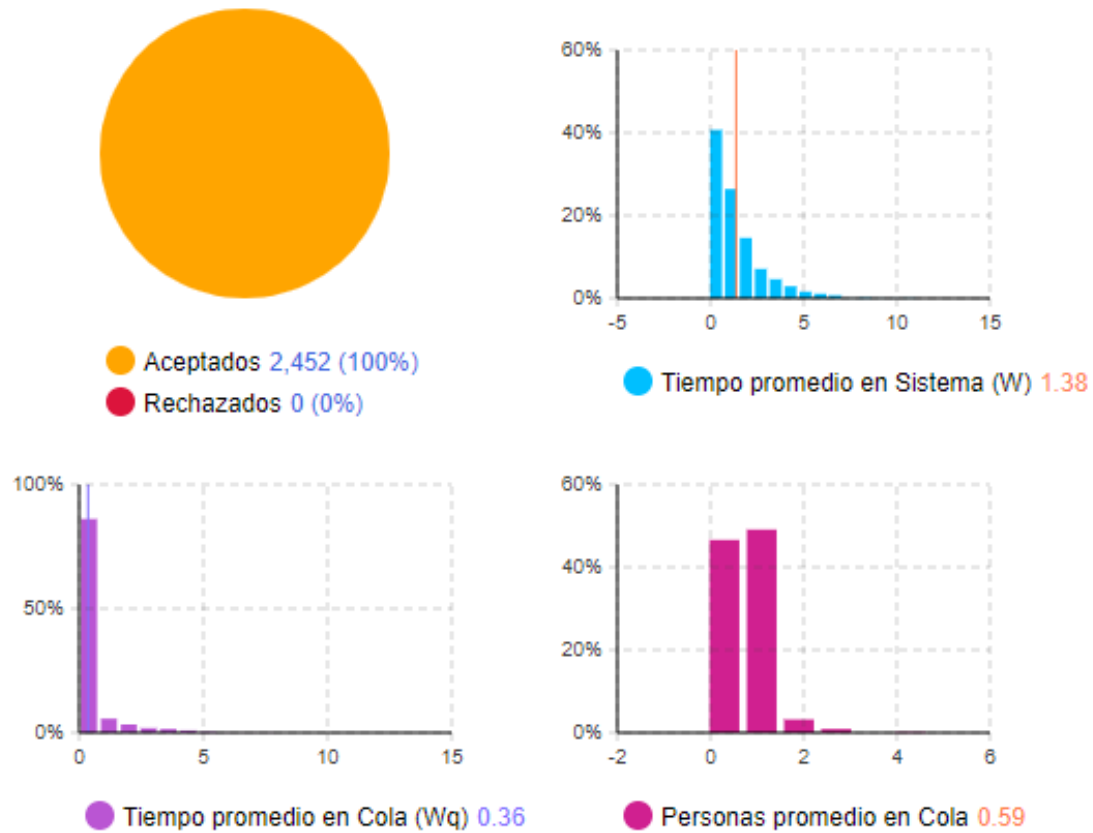


Figure 33: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 0.25$ ($\rho = 0.25$)

Table 53: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.50$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 1.047 | 1.000 |
| Clientes promedio en cola | 0.533 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 2.062 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 1.049 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 51.4% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 0% | 100.000% |

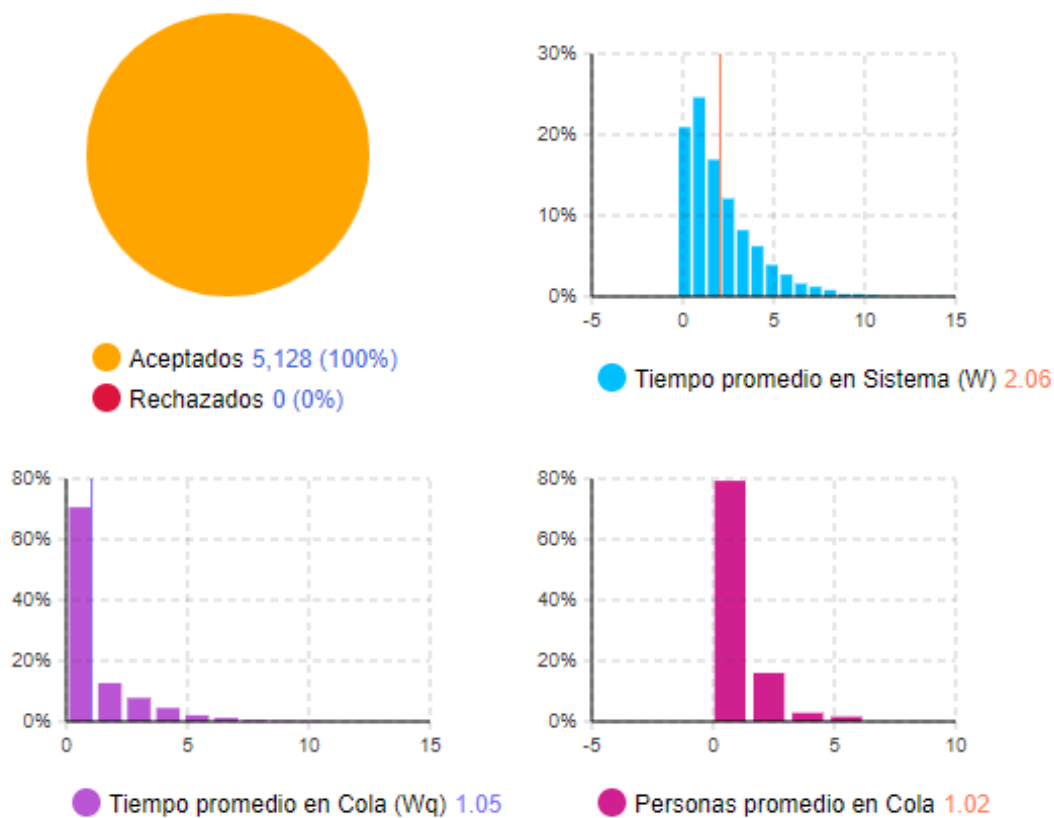


Figure 34: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 0.50$ ($\rho = 0.50$)

Table 54: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 0.75$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 2.639 | 1.000 |
| Clientes promedio en cola | 1.908 | 0.500 |
| Tiempo promedio en sistema | 3.551 | 2.000 |
| Tiempo promedio en cola | 2.566 | 1.000 |
| Utilización del servidor | 73.1% | 50.000% |
| Probabilidad de denegación | 0% | 100.000% |

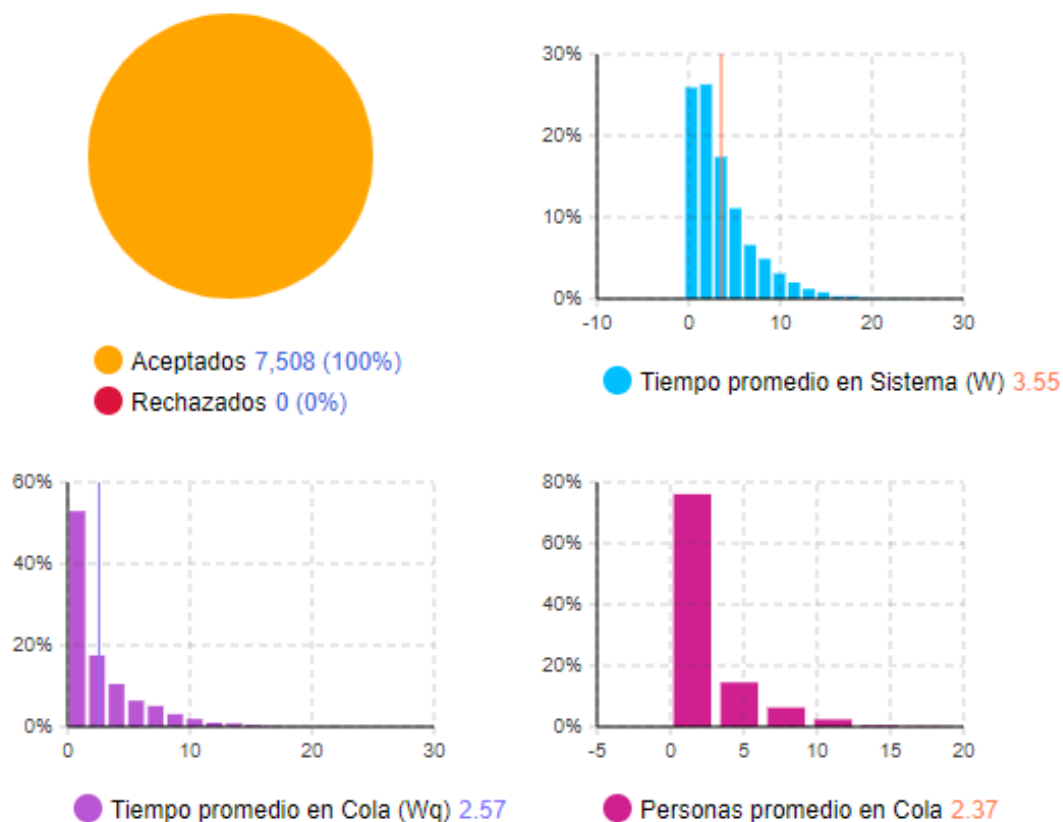


Figure 35: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 0.75$ ($\rho = 0.75$)

Table 55: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 26.977 | 3.000 |
| Clientes promedio en cola | 25.996 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 27.503 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 26.5 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 98.1% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 3% | 100.000% |

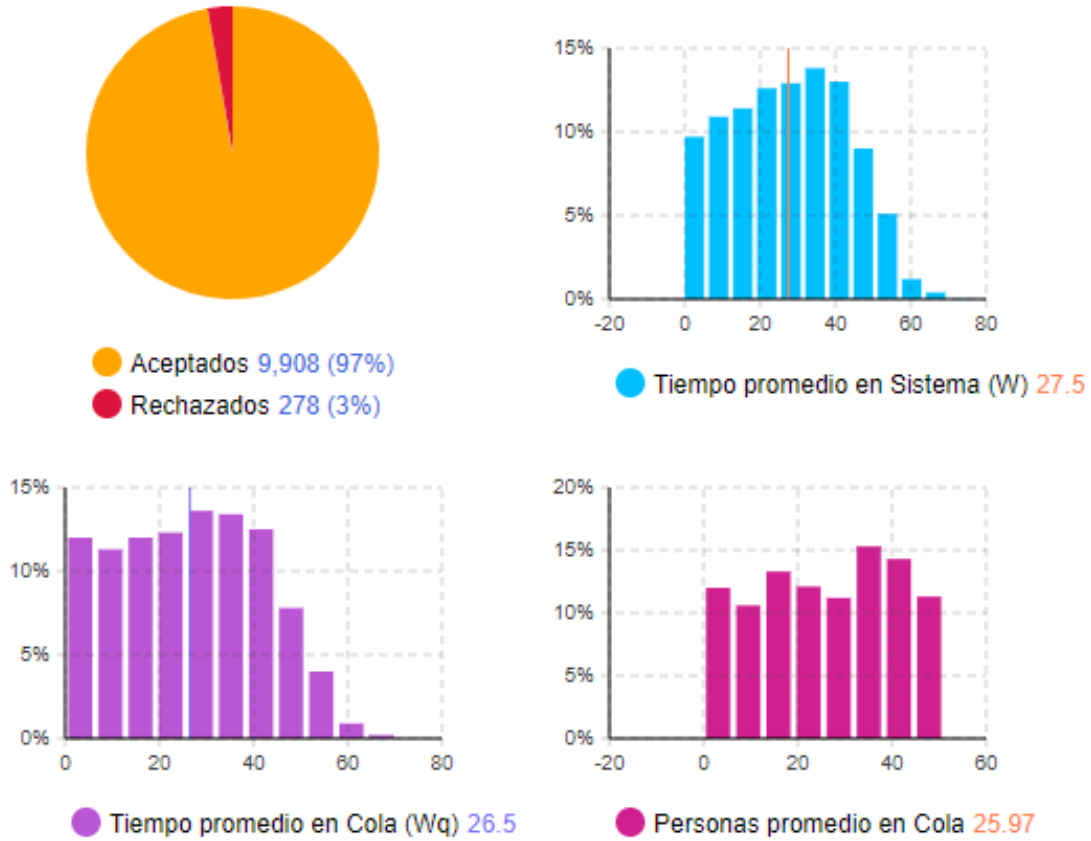


Figure 36: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 1$ ($\rho = 1$)

Table 56: Resultados de AnyLogic para $\lambda = 1.25$

| Métrica | Valor Simulado (AnyLogic) | Valor Teórico |
|------------------------------|---------------------------|---------------|
| Clientes promedio en sistema | 46 | 3.000 |
| Clientes promedio en cola | 45 | 2.250 |
| Tiempo promedio en sistema | 46.524 | 4.000 |
| Tiempo promedio en cola | 45.51 | 3.000 |
| Utilización del servidor | 100% | 75.000% |
| Probabilidad de denegación | 21% | 100.000% |

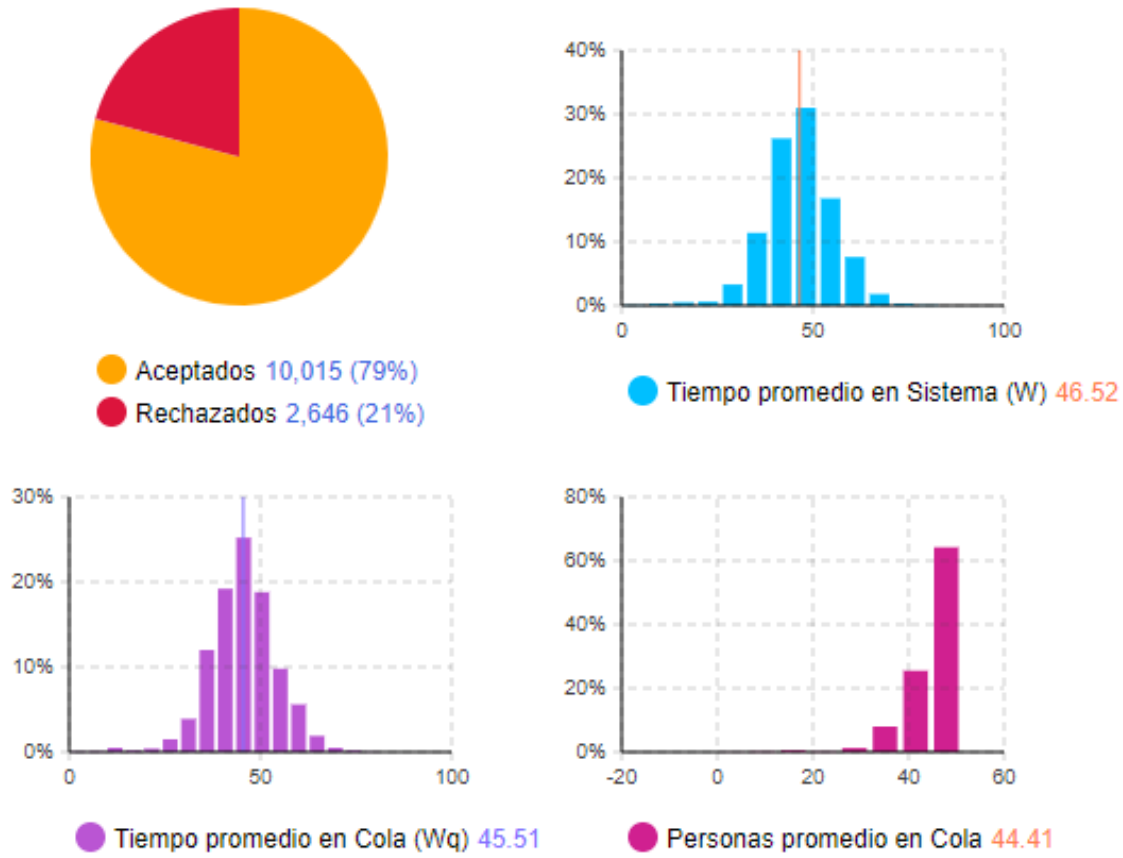


Figure 37: Métricas de rendimiento para $M/M/1/50$ con $\lambda = 1.25$ ($\rho = 1.25$)

Justificación del uso de los valores de λ Los valores de λ seleccionados (0.50 y 1.25) fueron escogidos para evaluar el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones de carga, desde un escenario en el que el sistema está ligeramente ocupado hasta otro en el que la carga del servidor es más alta. Este rango permite observar cómo las métricas clave del modelo $M/M/1$ responden a la variación en la tasa de llegada.

Resultados de las simulaciones Los resultados simulados en AnyLogic se comparan con los valores teóricos derivados de las fórmulas estándar del modelo $M/M/1$. La tabla muestra que los valores obtenidos mediante simulación son consistentes con los resultados teóricos, con una pequeña desviación debido a las características estocásticas de la simulación. La utilización del servidor también sigue de cerca el valor teórico esperado, mostrando que el sistema está operando de acuerdo con las expectativas.

4.3 Análisis comparativo AnyLogic vs Python

- Los resultados obtenidos en AnyLogic son consistentes con los valores teóricos esperados, lo que valida su correcto funcionamiento como herramienta de simulación para este tipo de sistemas.
- La comparación con los resultados de la implementación en Python muestra una alta concordancia, confirmando que ambos enfoques son equivalentes desde el punto de vista estadístico.
- AnyLogic resultó especialmente útil para visualizar el comportamiento dinámico del sistema en tiempo real, permitiendo observar la evolución del número de clientes en el sistema y en la cola, lo cual es valioso para la interpretación intuitiva de los fenómenos de congestión.
- Sin embargo, la implementación en Python ofrece una mayor flexibilidad y control para realizar múltiples réplicas, ajustar configuraciones experimentales y realizar análisis estadísticos detallados.

5 Conclusión

Este trabajo cumplió con los objetivos de simular y analizar en profundidad dos modelos clásicos: el sistema de colas $M/M/1$ (con y sin capacidad finita) y un modelo de inventarios con política (s, S) . Para cada experimento ($\rho = 0.25, 0.50, 0.75, 1.00$ y 1.25), se realizaron al menos diez réplicas en Python y en AnyLogic, recogiendo métricas de desempeño (clientes promedio en sistema y en cola, tiempos en sistema y en cola, utilización del servidor, distribución de estados P_n y probabilidad de denegación para colas de capacidad $K = 0, 2, 5, 10, 50$) y, en el caso del inventario, costos de pedido, mantenimiento, faltantes y costo total.

En el modelo de colas $M/M/1$, los resultados simulados concordaron estrechamente con las fórmulas teóricas de L , L_q , W , W_q y P_n cuando $\rho < 1$, y captaron correctamente el aumento no lineal de la congestión y las pérdidas de clientes cuando $\rho \geq 1$ o la cola era finita. En el modelo de inventario, tras justificar probabilísticamente la selección de parámetros de demanda y lead time, se compararon varias políticas (s, S) y se identificó que la configuración $s = 33$, $S = 39$ minimiza el costo total al equilibrar eficazmente los costos de mantenimiento y de faltantes.

La implementación en Python permitió un control preciso de parámetros, réplicas y análisis estadístico detallado; por su parte, AnyLogic potenció la visualización dinámica y la comprensión intuitiva de la evolución temporal de las variables. Ambos entornos arrojaron resultados coherentes entre sí y con los valores teóricos, validando el enfoque de simulación de eventos discretos.

Se recomienda complementar siempre las simulaciones con pruebas de convergencia y análisis de sensibilidad para asegurar la robustez de los resultados; facilitar la parametrización interactiva de λ , μ , s y S para explorar distintos escenarios en tiempo real; y extender el estudio a variantes más complejas ($M/M/c$, $M/G/1$ o políticas de revisión continua de inventario), así como investigar métodos automáticos de optimización de parámetros. En conjunto, este trabajo demuestra la potencia de la simulación para el diseño y evaluación de sistemas de servicio e inventario, integrando teoría y práctica en entornos complementarios.

Agradecimientos

Agradecemos a los profesores Juan I. Torres y Jorge A. Flamini por su orientación, y a la Universidad Tecnológica Nacional - FRRO por el apoyo brindado.

References

- [1] Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2021). *Introduction to Operations Research* (11th ed.). McGraw-Hill Education. *Fuente clave para teoría de colas, modelos M/M/1 y conceptos de inventario tipo (s, S).*
- [2] Taha, H. A. (2017). *Operations Research: An Introduction* (10th ed.). Pearson Education. *Incluye fundamentos de modelado estocástico, teoría de colas, y modelos de inventario con incertidumbre.*
- [3] Simchi-Levi, D., Kaminsky, P., & Simchi-Levi, E. (2008). *Designing and Managing the Supply Chain: Concepts, Strategies and Case Studies* (3rd ed.). McGraw-Hill. *Fuente sólida sobre política de inventarios (s, S), lead time aleatorio y nivel de servicio.*
- [4] Banks, J., Carson, J. S., Nelson, B. L., & Nicol, D. M. (2010). *Discrete-Event System Simulation* (5th ed.). Pearson. *Base teórica para la simulación en herramientas como Python y AnyLogic.*
- [5] Law, A. M. (2014). *Simulation Modeling and Analysis* (5th ed.). McGraw-Hill. *Texto fundamental sobre análisis estadístico en simulaciones y validación de modelos.*
- [6] Kelton, W. D., Sadowski, R. P., & Zupick, N. B. (2014). *Simulation with Arena* (6th ed.). McGraw-Hill. *Fuente clave para modelado y simulación de sistemas discretos, particularmente útil para herramientas de simulación como Arena.*