

# Laboratoire 3 : Espace vectoriel

## Espace vectoriel

1. Nous avons défini en classe l'ensemble  $V$  et les opérations suivantes (12 pts):

$$\circ V = \left\{ \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \mid u_1 \in \mathbb{R} \wedge u_2 \in \mathbb{R} \right\}.$$

$$\circ \text{ Si } u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \text{ et } v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, a \in \mathbb{R} :$$

$$\blacksquare u \oplus v = \begin{bmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$\blacksquare a \odot u = \begin{bmatrix} a \cdot u_1 \\ a \cdot u_2 - a + 1 \end{bmatrix}$$

Nous avons démontré que  $V$  respecte les premières propriétés d'un espace vectoriel.

Démontrer les trois dernières propriétés (8-9-10), soit :

$$8. (c + d) \odot u = c \odot u \oplus d \odot u$$

$$9. c \odot (d \odot u) = (cd) \odot u$$

$$10. 1 \odot u = u$$

2. Soit  $V$  un espace vectoriel dont les opérations sont  $\oplus$  et  $\odot$  (10 pts).

Démontrer que :

$$\circ 0 \odot u = 0$$

$$\circ -u = -1 \odot u$$

3. Soit l'ensemble  $V = \left\{ \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \mid u_1 \in \mathbb{R} \wedge u_2 \in \mathbb{R} \wedge u_3 \in \mathbb{R} \right\}$  munit des deux opérations suivantes sur

$u \in V, v \in V, a \in \mathbb{R} :$

$$\circ u \oplus v = \begin{bmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \\ u_3 + v_3 \end{bmatrix}$$

$$\circ a \odot u = \begin{bmatrix} a \cdot u_1 \\ a \cdot u_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Déterminer les propriétés d'un espace vectoriel (parmi les 10 de la page 206 du manuel) qui sont respectées par  $V$  et ses deux opérations. Démontrer chacun de vos résultats (20 pts).

## Remise

- 3 points sont réservés pour la présentation du travail.
- Déposer le fichier Excel sur Moodle.

- Remettre 1 copie par étudiant de la question 1 avant le **mardi 9 décembre 12h30** dans ma case au 4<sup>me</sup> étage au DIM ou en main propre au cours 8THE105 (déjà fait pour la majorité).
- Remettre 1 copie par équipe de 2 ou 3 étudiants des questions 2-3 avant le **mercredi 9 décembre 12h30** dans ma case au 4<sup>me</sup> étage au DIM ou en main propre au cours 8THE105.