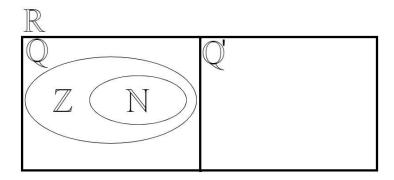
Les grands ensembles



- \mathbb{N} : les nombres naturels . Ce sont les nombres positifs en plus du 0. Ex.: $\left\{0,\ 1,\ \frac{4}{2},\ \sqrt{4}\right\}$
- \mathbb{Z} : les entiers relatifs. Ce sont les nombres sans partie fractionnaire. Ex.: $\left\{0, -1, -\sqrt{16}, \frac{-12}{-4}\right\}$
- \mathbb{Q} : les nombres rationnels. Ce sont les nombres à représentation décimale finie ou infine périodique. Ex.: $\left\{-2 ; 0 ; 1 ; \frac{4}{3} ; 0, 13 ; 0, 1\overline{34} ; \frac{1}{3}\right\}$
- \mathbb{Q}' : les nombre irrationnels. Ce sont tous les nombre réels qui ne sont pas rationnels. Ex.: $\left\{\sqrt{3}, \ \pi, \ e, \ \frac{2\sqrt{7}}{3}\right\}$
- \mathbb{R} : les nombres réels. Ce sont l'ensemble des nombres rationnels et irrationnels. Dans ce cours, il n'y aura pas d'autres nombres. Lorsque l'on ne trouve pas de solution dans les réels, on dira qu'il n'y a pas de solution.
- \mathbb{C} : les nombres complexes. Ces nombres peuvent présenter une partie imaginaire (racine d'un nombre négatif). Ex.: $\left\{2, \sqrt{-4}, \sqrt{-5}, \frac{2+3i}{2}\right\}$

Arithmétique de base

Priorités des opérations

Les expressions arithmétiques (et algébriques) respectent une priorité des opérations. On évalue une expression en effectuant en bon ordre :

- 1. les parenthèses () ou []
- 2. les exposants
- 3. les multiplication (\times) et les divisions (\div)
- 4. les additions (+) et les soustractions (-)

Exemple:

•
$$2 \times 5 - 5 \times 3 = -5$$

•
$$-4 \times (-2+5) = -4 \times 3 = -12$$

•
$$(3+2) - 4^2 + 15 \div 3 = -6$$

•
$$(5-7)^2=4$$

$$\bullet \ \frac{4+2\times 5}{4+3} = 2$$

•
$$537 + 275 = 812$$

•
$$734 - 685 = 49$$

•
$$364 \times 435 = 158340$$

•
$$370728 \div 542 = 684$$

•
$$\frac{3}{4} + \frac{2}{7} = \frac{29}{28}$$

•
$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$

•
$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{8}$$

Propriétés des réels

Trois propriétés relativement simples sont le fondement de toute l'algèbre avancée que nous verrons dans ce cours. Il s'agit de la **commutativité** de l'addition et de la multiplication, l'**associativité** de l'addition et de la multiplication et finalement la **distributivité** à gauche et à droite de la multiplication sur l'addition.

Soit a, b et c trois réels. Alors :

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$$

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c$$

$$a \times (b+c) = ab + ac$$

$$(a+b) \times c = ac + bc$$

commutativité de l'addition

commutativité de la multiplication

associativité de l'addition

associativité de la multiplication

distributivité à gauche

distributivité à droite

Propriétés des exposants

Soit $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^*, m \in \mathbb{N}^*$ et $n \in \mathbb{N}^*$. Alors:

1.
$$a^0 = 1$$

$$2. b^m b^n = b^{m+n}$$

$$3.\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$$

$$4. (b^m)^n = b^{mn}$$

$$5. (ab)^n = a^n b^n$$

$$6. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$7. b^{-n} = \frac{1}{b^n}$$