

Laboratoire 3 : Espace vectoriel

Espace vectoriel

1. Nous avons défini en classe l'ensemble V et les opérations suivantes :

- $V = \left\{ \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \mid u_1 \in \mathbb{R} \wedge u_2 \in \mathbb{R} \right\}$.

- Si $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ et $v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, a \in \mathbb{R}$:

- $u \oplus v = \begin{bmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 - 1 \end{bmatrix}$

- $a \odot u = \begin{bmatrix} a \cdot u_1 \\ a \cdot u_2 - a + 1 \end{bmatrix}$

Nous avons démontré que V respecte les premières propriétés d'un espace vectoriel. Démontrer les trois dernières propriétés (8-9-10), soit :

8. $(c + d) \odot u = c \odot u \oplus d \odot u$

9. $c \odot (d \odot u) = (cd) \odot u$

10. $1 \odot u = u$

2. Soit V un espace vectoriel dont les opérations sont \oplus et \odot . Démontrer que :

- $0 \odot u = 0$

- $-u = -1 \odot u$

3. Soit l'ensemble $V = \left\{ \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \mid u_1 \in \mathbb{R} \wedge u_2 \in \mathbb{R} \wedge u_3 \in \mathbb{R} \right\}$ muni des deux opérations suivantes sur

$u \in V, v \in V, a \in \mathbb{R}$:

- $u \oplus v = \begin{bmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \\ u_3 + v_3 \end{bmatrix}$

- $a \odot u = \begin{bmatrix} a \cdot u_1 \\ a \cdot u_2 \\ 0 \end{bmatrix}$

Déterminer les propriétés d'un espace vectoriel (parmi les 10 de la page 206 du manuel) qui sont respectées par V et ses deux opérations. Démontrer chacun de vos résultats.

Remise

- 2 points sont réservés pour la présentation du travail.
- Déposer le fichier Excel sur Moodle.

- Remettre 1 copie par étudiant de la question 1 avant le **mardi 9 décembre 12h30** dans ma case au *4^{me}* étage au DIM ou en main propre au cours 8THE105 (déjà fait pour la majorité).
- Remettre 1 copie par équipe de 2 ou 3 étudiants des questions 2-3 avant le **mercredi 9 décembre 12h30** dans ma case au *4^{me}* étage au DIM ou en main propre au cours 8THE105.