

27-05-2019

Sia $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ un campione casuale da distribuzione esponenziale con parametro λ .

Si considerino i seguenti stimatori:

$$T_1 = X_3$$

$$T_2 = \frac{X_1 + 2X_2}{3}$$

$$T_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{6} + \frac{X_3 + X_4}{4}$$

1) QUALI TRA I PRECEDENTI STIMATORI SONO NON-DISTORTI?

$$E(T_1) = E(X_3) = \frac{1}{\lambda}$$

$$B(T_1) = E(T_1) - \frac{1}{\lambda} = 0 \quad \text{QUINDI NON DISTORTO}$$

$$E(T_2) = E\left(\frac{X_1 + 2X_2}{3}\right) = \frac{1}{3}E(X_1) + \frac{2}{3}E(X_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\lambda} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$$

$$B(T_2) = E(T_2) - \frac{1}{\lambda} = 0 \quad \text{QUINDI NON DISTORTO}$$

$$E(T_3) = E\left(\frac{2(X_1 + X_2 + X_3) + 3(X_3 + X_4)}{12}\right) = \frac{1}{12} \left[2 \cdot \frac{1}{\lambda} + 2 \cdot \frac{1}{\lambda} + 5 \cdot \frac{1}{\lambda} + 3 \cdot \frac{1}{\lambda} \right]$$
$$= \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{\lambda} [2 + 2 + 5 + 3] = \frac{1}{\lambda}$$

$$B(T_3) = E(T_3) - \frac{1}{\lambda} = 0 \quad \text{QUINDI NON DISTORTO}$$

TUTTI E TRE

\checkmark

2) CALCOLARE VARIANZA DELLO STIMATORE T_3

$$Var(T_3) = Var\left(\frac{2(X_1 + X_2 + X_3) + 3(X_3 + X_4)}{12}\right) = \frac{1}{144} \left(4 \cdot Var(X_1) + 4 \cdot Var(X_2) + 5 \cdot Var(X_3) + 9 \cdot Var(X_4) \right)$$
$$= \frac{1}{144} \cdot 42 \cdot \frac{1}{\lambda^2}$$

In R \rightarrow function(lambda) { ifelse(lambda > 0, (7/24) * (1/(lambda**2)), 0) }

3) Quale tra gli stimatori \tilde{E} PREFERIBILE (IN TERMINI DI ERRORE QUADRATICO MEDIO)?

SI SA CHE ERRORE QUADRATICO MEDIO = $Var(T)$ QUINDI QUALUNQUE QUELLO CON VARIANZA MINORE

$$Var(T_2) = Var\left(\frac{X_1 + 2X_2}{3}\right) = \frac{1}{9} \left(Var(X_1) + 4Var(X_2) \right) = \frac{1}{9} \cdot 5 \cdot \frac{1}{\lambda^2}$$

$$Var(T_1) = Var(X_3) = \frac{1}{\lambda^2}$$

\tilde{E} PREFERIBILE QUELLO CON VARIANZA MINORE QUINDI $3 \checkmark$

4) DOPO AVER DETERMINATO LO STIMATORE DI MASSIMA VEROSIMILIANZA
 $\hat{\lambda}$ PER λ INSERIRE LA STIMA PER IL SEGUENTE CAMPIONE:

3.90 | 1.80 | 8.60 | 7.30 | 6.90 | 0.20 | 0.60 | 7.70 | 0.10 | 0.30

VISTO A LEZIONE

$$\lambda = \frac{1}{\text{MEDIA}} = \frac{1}{3.74} = 0.2673797 \approx$$

$$\text{MEDIA} = 3.74$$