

# Indhold

<b>1</b>	<b>Uge 3</b>	<b>1</b>
1.1	Basis opgaver . . . . .	1
1.1.1	i . . . . .	1
1.1.2	ii . . . . .	1
1.2	Standard opgaver . . . . .	1
1.2.1	3.1 . . . . .	1
1.2.2	3.2 . . . . .	2
1.2.3	3.3 . . . . .	2
1.2.4	3.4 . . . . .	2
1.2.5	3.5 . . . . .	2
1.2.6	3.6 . . . . .	2
1.3	Øvelser til fordybelse . . . . .	3
1.3.1	3.7 . . . . .	3
1.3.2	3.8 . . . . .	3
1.3.3	3.9 . . . . .	3
	<b>Litteratur</b>	<b>5</b>



Alle tal, f.eks. 2.4, refererer til opgaver i [Hesselholt and Wahl, 2017]. Opgaver med bogstaver refererer til ugesedler på Canvas. Det er yderligere indforstået hvorvidt en given variabel er en vektor eller skalar.

## 1. Uge 3

### 1.1 Basis opgaver

#### 1.1.1 i

Per [Hesselholt and Wahl, 2017, Eksempel 3.2.25] fås determinanten til  $2 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 5$ .

#### 1.1.2 ii

Vi udregner determinanten af den første matrice til  $1 \cdot 3 - 4 \cdot 2 = -5 \neq 5$ . De er da ikke lig med hinanden.

### 1.2 Standard opgaver

#### 1.2.1 3.1

i  $2 \cdot 1 - (-1) \cdot 1 = 3$ .

ii Vi bruger Laplace udvikling langs 3. søjle. (husk fortegn)

$$\det \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 2 \det \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + 1 \det \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = 2(-2 - 9) + (6 + 8) = -22 + 14 = -8.$$

iii Laplace udvikling langs første søjle

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & \pi & 5 \\ 2 & 1/2 & 2 \end{pmatrix} &= 1 \det \begin{pmatrix} \pi & 5 \\ 1/2 & 2 \end{pmatrix} - 2 \det \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + 1 \det \begin{pmatrix} 5 & \pi \\ 2 & 1/2 \end{pmatrix} \\ &= 2\pi - 5/2 - 2(10 - 10) + 5/2 - 2\pi = 0 \end{aligned}$$

### 1.2.2 3.2

**A** Vi laver matricen om til en øvre triangulær matrice og bruger [Hesselholt and Wahl, 2017, Sætning 3.3.3]. Vi får

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

**B** Vi får determinanten  $\cos \theta^2 + \sin \theta^2 = 1$ , hvor den sidste lighed kommer af grundrelation mellem cosinus og sinu.

**C** Det ses at determinanten er  $(1+i)(1-i) - 2 = 0$

### 1.2.3 3.3

**i** Det ses let ved en triangulation at determinanten er  $-24$ .

**ii** Det ses let ved en triangulation at determinanten er  $-24$ .

### 1.2.4 3.4

**a** Ja, kan indses ved direkte udregning eller Laplace udvikling af første søjle

**b** Den er ikke på øvre eller nedre triangulær form, men ved at få den på dette ses det at determinanten er  $-abc$ .

**c** Det er en triangulær matrix, det er sandt.

**d** Med samme argument som i **b** er det sandt.

### 1.2.5 3.5

Ved en længere Laplace udvikling fås determinanten til  $a^4b - 2ba^2 + b$ .

### 1.2.6 3.6

**i** Determinanten er  $4 - 1 = 3$ .

**ii** Determinanten er 4.

iii Determinanten er 5.

## 1.3 Øvelser til fordybelse

### 1.3.1 3.7

Determinanten er 1. Den drejer rummet, effektivt laver den om på akserne.

### 1.3.2 3.8

i Determinanten er  $(2 + i)(1 - i) - 12i = 3 - i - 12i = 3 - 13i$ .

ii Determinanten er  $1 + 9i$ .

### 1.3.3 3.9

**a**

Dette bliver exchange matricen (enhedsmatricen spejlet).

**b**

Det lader til determinanten skifter fra  $-1$  til  $1$  for hver anden dimension du går op.

**c**

Kan indses ved at 'ombytte' rækker og huske på at fortegnet skifter ved hver operation. Med dette ses det at determinanten er bestemt ved

$$\begin{cases} (-1)^{\frac{n}{2}} & n \text{ er lige} \\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} & n \text{ er ulige} \end{cases},$$

hvilket præcis giver det ønskede.

**d**

Når  $\frac{n(n-1)}{2}$ , hvor  $n$  er dimensionen af matricen, er lige.



## Litteratur

[Hesselholt and Wahl, 2017] Hesselholt, L. and Wahl, N. (2017). *Lineær Algebra*. Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet, København, 2 edition.