Indhold

1 Uge 4 **1**

1.1 Basis opgaver 1

1.1.1 i 1

1.1.2 ii 1

1.2 Standard opgave 1

1.2.1 4.4 1

1.2.2 4.5 1

1.2.3 4.7 1

1.2.4 4.8 2

1.2.5 4.9 2

1.2.6 M5 2

1.3 Opgaver til fordybelse 3

1.3.1 4.6 3

Litteratur **5**

Alle tal, f.eks. 2.4, refererer til opgaver i [Hesselholt and Wahl, 2017]. Opgaver med bogstaver refererer til ugesedler på Canvas. Det er yderligere indforstået hvorvidt en given variabel er en vektor eller skalar.

1. Uge 4

1.1 Basis opgaver

1.1.1 i

Vi tjekker om U er stabil med hensyn til vektorrumsstrukturen vha. betingelse 1-3 i [Hesselholt and Wahl, 2017, Definition 4.1.4]. 1) 0 er en del U. 2) $(x, 0), (y, 0) \in U$, da er $(x + y, 0) \in U$ oplagt. 3) Antag $(x, 0)$, så er $a \cdot (x, 0) = (ax, 0) \in U$ også .U er også en delmængde af $\mathbb{R}^2$. Der er derfor et underrum.

1.1.2 ii

Den opfylder ikke A4 i [Hesselholt and Wahl, 2017, Definition 4.1.4] da f.eks. $(-a, -b)$ ikke findes i V.

1.2 Standard opgave

1.2.1 4.4

Den opfylder ikke tredje betingelse i [Hesselholt and Wahl, 2017, Definition 4.1.4] da $-2 \cdot (x_1, x_2, \ldots, x_n) \neq \mathbb{R}^n_{\geq 0}$.

1.2.2 4.5

Opfylder ej $V3$. Eks. i 2-dimensioner: $(1, 1) * ((1 + 1i) + (1 + 2i)) = (1, 1) * (2 + 3i) = (\sqrt{13}, \sqrt{13})$. Omvendt $(1, 1) * (1 + i) + (1, 1) * (1 + 2i) = (\sqrt{2}, \sqrt{2}) + (\sqrt{5}, \sqrt{5}) = (\sqrt{2} + \sqrt{5}, \sqrt{2} + \sqrt{5})$. Følger af trekantsluligheden at det ikke er sandt.

1.2.3 4.7

a

Det er oplagt kun $V1 - V4$ der kan gå galt. Disse kan let tjekkes at være opfyldt

b

Brug regneregler og indse at $a = -2$ og $b = 3$.

1.2.4 4.8

a Nej, $1/2 \cdot (1, 1)$ vil ikke være en del af underrummet og 3 vil ej være opfyldt.

b Ja, samme argument som i basis opgave i.

c Nej, 2 ej opfyldt. Tag en vektor hvor førstekoordinatet er 0 kun og en anden hvor andenkoordinatet 0 kun. Summen af disse vil ikke ligge i underrummet.

d Ja, tjekkes nemt

e Nej, 0 er ikke en del af underrumet.

1.2.5 4.9

a

1) Ja, da 0 er i begge underrum. 2) Hvis $x, y \in V \cap W$, så ligger $x, y \in V$ og $x, y \in W$. Dette betyder at $x + y \in V$ og $x + y \in W$ og videre at $x + y \in V \cap W$. 3) $x \in V \cap W$ så har vi at $a \cdot x \in V$ og $a \cdot x \in W$ og deraf at $a \cdot x \in V \cap W$ pga. de V og W selv er vektorrum.

b

1) Ja, 0 er i begge underrum. 2) Hvis $a, b \in V + W$ så har vi $a' + a'' = a$ hvor de hver ligger i henholdsvis V og W. Samme med $b' + b'' = b$. Da V og W hver især er vektorrum følger det at $(a' + b') + (a'' + b'') \in V + W$. 3) $a' + a'' = a$. $ca = c(a' + a'') = ca' + ca''$ og dette ligger i $V + W$ da de hver især er vektorrum.

1.2.6 M5

For at være linæer skal afbildningen opfylde to ting. $f(u + v) = f(u) + f(v)$ og $f(c \cdot u) = cf(u)$. Ergo vi skal tjekke 1) $(cA)^T = cA^T$ og 2) $(A + B)^T = A^T + B^T$. 1) er klart opfyldt og to følger af [Hesselholt and Wahl, 2017, Sætning 2.6.7]. Den er dermed linæer.

1.3 Opgaver til fordybelse

1.3.1 4.6

Vi ved allerede matrixsum opfylder A1-A4 i [Hesselholt and Wahl, 2017, Definition 4.1.1]. Vi tjekker V1-V4.

Litteratur

[Hesselholt and Wahl, 2017] Hesselholt, L. and Wahl, N. (2017). *Lineær Algebra*. Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet, København, 2 edition.