Interpolación

Es aquella que pasa a través de puntos dados como datos que se muestran por tablas de valores ó se consideran directamente de una función dada.

Es la base para varios modelos numéricos fundamentales.

La interpolación consiste en encontrar un valor dentro de un intervalo en el que se conocen los valores de los extremos.

Interpolación polinomial

La interpolación de los datos consiste en determinar el polinomio único de n-ésimo grado que se ajusta a n+1 puntos.

Se realiza mediante:

- a) Polinomio
- b) Función racional
- c) Función simple
- d) Series de Fourier

Interpolación por método:

- 1. Interpolación lineal
- 2. Newton hacia adelante
- 3. Newton hacia atrás
- 4. Newton con diferencias divididas
- 5. Lagrange

Interpolación Lineal

Consiste en unir dos puntos con una línea recta.

Es una aproximación a la primera derivada de la función (gradiente).

Se deduce del modelo de integración llamado regla del trapecio.

$$g(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} (x - a) + f(a)$$

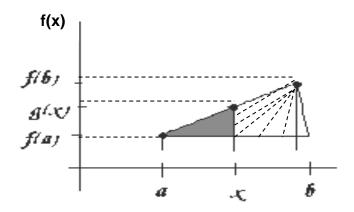
La notación de g(x) designa que éste es un polinomio de interpolación de primer grado.

El término $\underline{f(b) - f(a)}$ es una aproximación en la diferencia dividida finita a b - a

la primera derivada.

Es decir, cuanto menor sea el intervalo entre los datos, mejor será la aproximación.

Esto se debe a que conforme el intervalo disminuye una función continua estará mejor aproximada por una línea recta.



Margen de Error &

 $\varepsilon = |f(x) - g(x)| = |valor real - valor calculado|$

Ejemplo.

Estimar el Ln de 3 mediante interpolación lineal.

a) Primero realice el cálculo entre Ln 2 y Ln 5.

 $\varepsilon = |1.098612289 - 0.998577424|$

b) Después desarrolle el procedimiento pero esta vez con intervalos menores de Ln 2 y Ln 4.

Solución.

a)

Ln 2 = 0.69314718
Ln 5 = 1.609437912
a = 2
b = 5
f(a) = Ln 2 = 0.69314718
f(b) = Ln 5 = 1.609437912
x = 3
Ln 3 = 1.098612289
f(x) =
$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$
 (x - a) + f(a)

$$\frac{g(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$
 (3 - 2) + 0.69314718

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$
 (3 - 2) + 0.69314718

$$\frac{f(a) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$
 (3 - 2) + 0.69314718

 $\epsilon = 0.100034865$

b)
$$g(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad (x - a) + f(a)$$

$$Ln \ 2 = 0.69314718 \qquad \qquad b - a$$

$$Ln \ 4 = 1.386294361$$

$$a = 2$$

$$b = 4 \qquad \qquad g(x) = \frac{1.386294361 - 0.69314718}{4 - 2} \quad (3 - 2) + 0.69314718$$

$$f(a) = Ln \ 2 = 0.69314718 \qquad \qquad 4 - 2$$

$$f(b) = Ln \ 4 = 1.386294361$$

$$x = 3$$

$$Ln \ 3 = 1.098612289$$

$$f(x) = Ln \ 3 = 1.098612289$$

$$g(x) = \frac{1.386294361 - 0.69314718}{4 - 2} \quad (3 - 2) + 0.69314718$$

$$\varepsilon = |f(x) - g(x)|$$
 $\varepsilon = |1.098612289 - 1.039720771|$
 $\varepsilon = 0.058891517$