

Algoritmos e Estruturas de Dados III

Introdução à Teoria dos Grafos

Patrícia Lucas

Bacharelado em Sistemas de Informação
IFNMG - Campus Salinas

Salinas
Dezembro 2020

Conceito

Teoria dos grafos

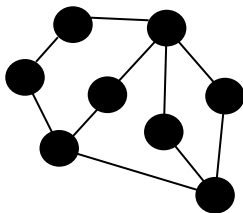
- A teoria dos grafos é um subconjunto da matemática discreta.
- Um grafo é usado para modelar coisas que têm relações com outras coisas - essa definição vaga sugere a enorme flexibilidade dos grafos na resolução de problemas.
- O notável poder da teoria dos grafos foi usado para resolver problemas em praticamente todas as áreas.

Terminologia

Teoria dos grafos

Um grafo simples $G = (V, E)$ consiste de um conjunto não vazio V de vértices e um conjunto que pode ou não ser vazio E de arestas, cada aresta sendo um conjunto de dois vértices (v_i, v_j) a partir de V , sendo $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$.

O número de vértices e arestas é denotado por $|V|$ e $|E|$, respectivamente.



Exemplo: Grafo com $|V| = 8$ e $|E| = 10$

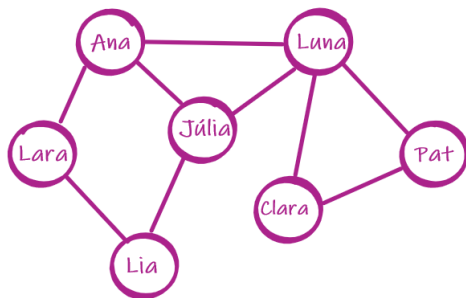
Aplicações

Teoria dos grafos

- O projeto do sistema de água municipal utiliza a teoria dos grafos para modelar o fluxo de água para garantir que os requisitos de pressão sejam atendidos.
- Redes sociais como Facebook e Twitter usam a teoria dos grafos para sugerir amigos e vender anúncios.
- A Netflix usa a teoria dos grafos para recomendar filmes.
- O Google Maps usa a teoria dos grafos para encontrar o caminho mais curto da sua casa até o seu destino.
- A infraestrutura da Internet se baseia na teoria dos grafos para rotear seu tráfego de nó em nó na infraestrutura física da internet.
- Os engenheiros de videogame usam a teoria dos grafos para direcionar os NPCs (personagens não jogadores) por seus mundos virtuais.

Aplicações

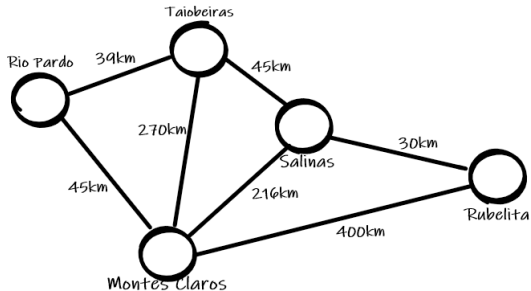
Teoria dos grafos



Representação da relação entre pessoas numa rede social.

Aplicações

Teoria dos grafos

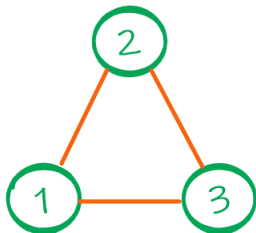


Representação da ligação entre cidades e suas distâncias.

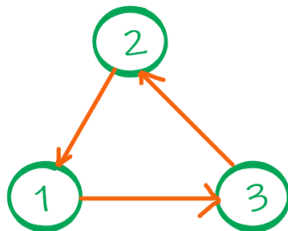
Dígrafos

Teoria dos grafos

Um **dígrafo** ou **grafo dirigido** consiste de um conjunto não vazio V de vértices e um conjunto E de arestas (que também podem ser chamadas de arcos), onde cada aresta é da forma (v_i, v_j) , sendo: $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$.



$$V = \{1, 2, 3\}$$
$$E = \{(1, 2),$$
$$(2, 3),$$
$$(3, 1)\}$$

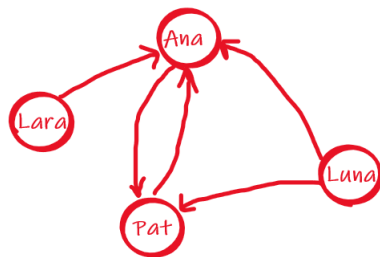
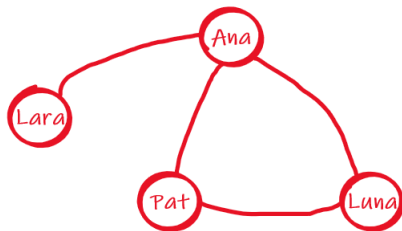


$$V = \{1, 2, 3\}$$
$$E = \{(2, 1),$$
$$(1, 3),$$
$$(3, 2)\}$$

Dígrafos

Teoria dos grafos

Facebook x Twitter



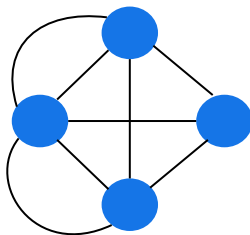
Multigrafo

Teoria dos grafos

Um **multigrafo** é um grafo que possui mais de uma aresta interligando os mesmos dois vértices (arestas múltiplas ou arestas paralelas).

Formalmente, um multigrafo $G = (V, E, f)$ é composto por um conjunto de vértices V , um conjunto de arestas E e uma função f :

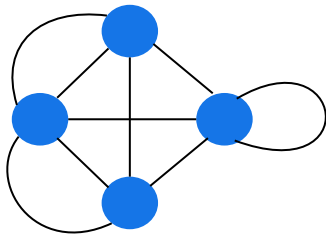
$$f : \{E \rightarrow v_i, v_j \in V \text{ e } v_i \neq v_j\}$$



Pseudografo

Teoria dos grafos

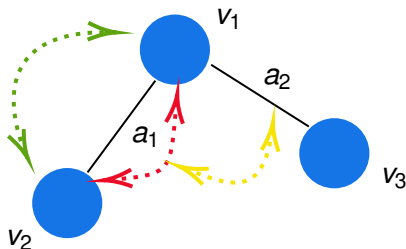
Um pseudografo é um multigrafo com a condição $v_i \neq v_j$ removida na função f , ou seja, um vértice pode ser unido a ele mesmo por uma aresta (laço).



Incidência

Teoria dos grafos

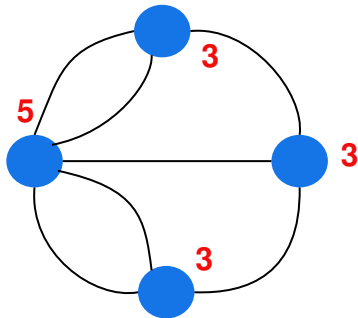
- Seja dois vértices v_i e v_j , e uma aresta $a_k = (v_i, v_j)$.
- A aresta a_k é dita **incidente** a ambos vértices v_i e v_j .
- Duas arestas não paralelas que são incidentes a um mesmo vértice são ditas **adjacentes**.
- Dois vértices que são ligados por uma mesma aresta também são ditos **adjacentes**.



Grau de um Vértice

Teoria dos grafos

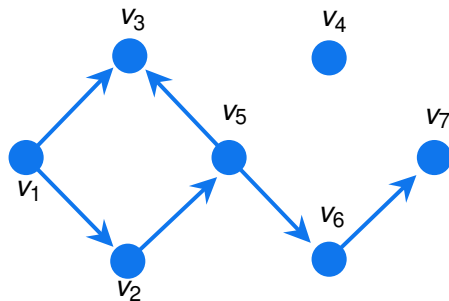
O grau de um vértice é definido como o número de arestas incidentes em tal vértice.



Grau de um Vértice

Teoria dos grafos

Como definir os graus do vértice em um dígrafo?



Grafo G

Vértice	Grau de entrada	Grau de saída
v_1	0	2
v_2	1	1
v_3	2	0
v_4	0	0
v_5	1	2
v_6	1	1
v_7	1	0

Exercício

Teoria dos grafos

Teorema 1: a soma dos graus de todos os vértices de um grafo G é igual a duas vezes o número de arestas do grafo.

Teorema 2: o número de vértices de grau ímpar de um grafo é sempre par.

Pergunta: Se G é um grafo com 14 vértices e 25 arestas, cujos vértices têm grau 3 ou 5, quantos vértices tem grau 3 e quantos tem grau 5?