

Algoritmos e Estruturas de Dados III

Caminhos Euleriano e Hamiltoniano

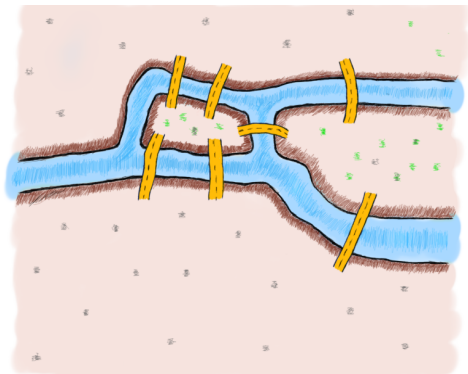
Patrícia Lucas

Bacharelado em Sistemas de Informação
IFNMG - Campus Salinas

Salinas
Dezembro 2020

Caminhos Eulerianos

História



- Havia sete pontes em Königsberg conectando duas grandes ilhas cercadas pelo rio Prególia e duas porções de continentes divididas pelo mesmo rio.
- O problema ou apenas um quebra-cabeças com as pontes de Königsberg era poder andar pela cidade atravessando todas as sete pontes apenas uma vez.
- Não deve haver nenhuma ponte não cruzada.
- As pontes devem ser atravessadas uma única vez.

Caminhos Eulerianos

História

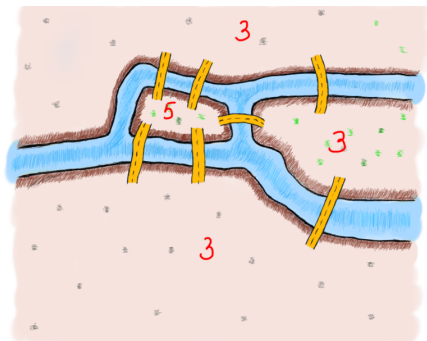


Às vezes é razoável desistir rapidamente. Foi assim que Euler resolveu esse problema - ele desistiu logo.

Em vez de tentar resolvê-lo, ele adotou uma abordagem diferente, tentando provar que não é possível andar pela cidade atravessando cada ponte uma única vez.

Caminhos Eulerianos

História



Existem quatro lugares distintos: duas ilhas e duas partes do continente.

Existem sete pontes interligando esses lugares.

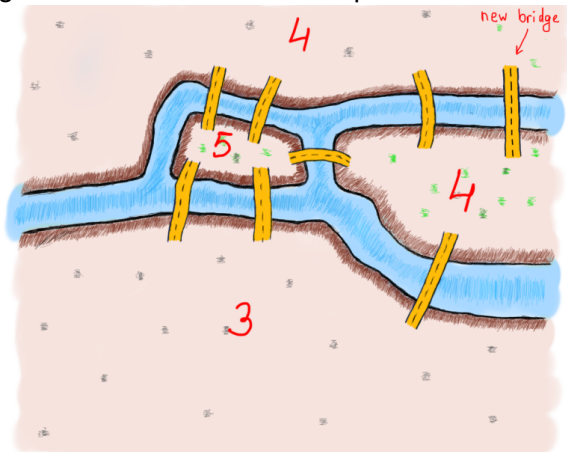
Padrões encontrados:

- Há um número ímpar de pontes conectadas a cada terra.
- Se você tiver que atravessar cada ponte uma vez, poderá entrar em um terreno e deixá-lo, se houver 2 pontes.

Caminhos Eulerianos

História

Vamos adicionar uma nova ponte para ver como o número de pontes conectadas gerais muda e se resolve o problema.

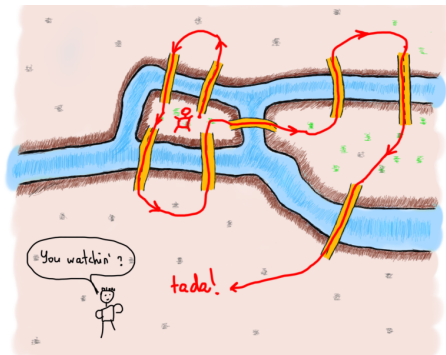
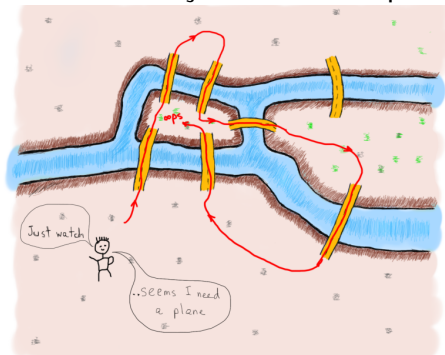


Fonte da imagem: <https://bit.ly/36sPR8J>

Caminhos Eulerianos

História

Agora que temos dois pares (4 e 4) e dois ímpares (3 e 5) de pontes conectando os quatro pedaços de terra, vamos desenhar uma nova rota com a adição desta nova ponte.

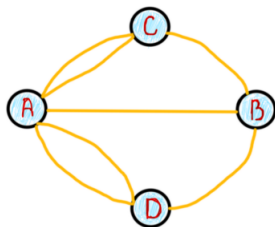
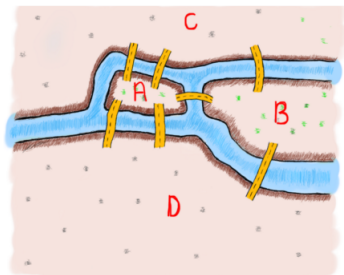


Ou seja, o número de pontes pares e ímpares determina se a solução é possível ou não.

Caminhos Eulerianos

História

Foi quando Euler começou a "converter" terrenos e pontes em algo que conhecemos como grafos.



Euler mostrou que a possibilidade de um passeio pelo grafo (cidade) atravessando cada aresta (ponte) uma única vez depende estritamente dos graus dos vértices (terrenos). Esse caminho (em sua homenagem) ficou conhecido como **Caminho Euleriano**.

Fonte da imagem: <https://bit.ly/36sPR8J>

Caminhos Eulerianos

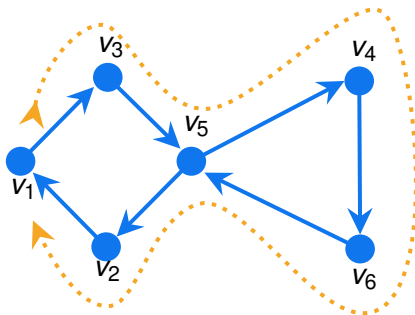
Definições

- Um **caminho euleriano** é um caminho que passa exatamente uma vez por cada aresta de um grafo;
- Um **ciclo euleriano** é um caminho euleriano fechado, ou seja, começa e termina no mesmo vértice;
- Um **grafo euleriano** é um grafo que contém um ciclo euleriano;
- Um **grafo semi-euleriano** é um grafo que não contém um ciclo euleriano, mas contém um caminho euleriano.

Grafo Euleriano

Caminhos Eulerianos

Um grafo conexo G é um grafo euleriano se e somente se todos os seus vértices possuem grau par.

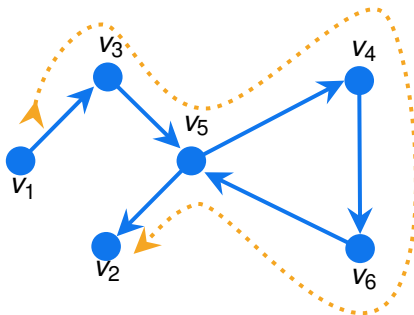


Grafo Semi-euleriano

Caminhos Eulerianos

Um grafo conexo G é um grafo semi-euleriano se e somente se existem no máximo 2 vértices de grau ímpar.

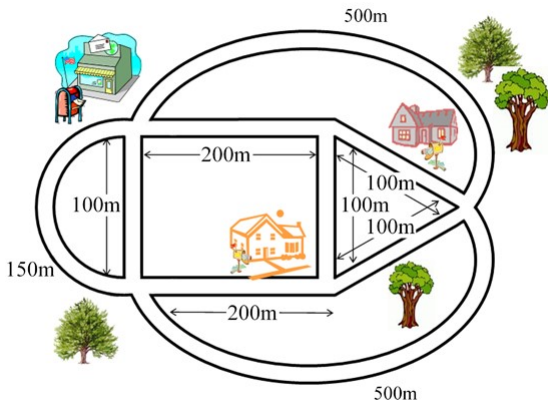
O caminho inicia-se em um vértice ímpar e termina em outro vértice ímpar.



Problema Euleriano: carteiro chinês

Caminhos Eulerianos

O carteiro deseja encontrar a rota mais curta possível que inclua cada uma das ruas no mapa uma única vez e o retorna ao seu ponto de partida nos correios.

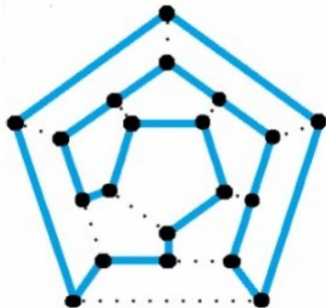


História

Ciclo Hamiltoniano

O ciclo hamiltoniano recebeu o nome de Sir William Rowan Hamilton que, em 1857, inventou um jogo de quebra-cabeça que envolvia a caça a um ciclo hamiltoniano.

O jogo, chamado de jogo Icosian, foi distribuído como um grafo dodecaedro com um buraco em cada vértice. Para resolver o quebra-cabeça ou vencer o jogo, era preciso usar estacas e cordas para encontrar o ciclo hamiltoniano - um circuito fechado que visitava todos os buracos exatamente uma vez.



Definições

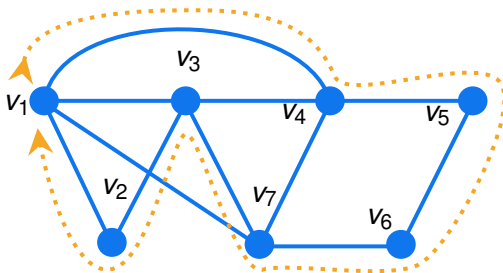
Caminho Hamiltoniano

- Um **caminho hamiltoniano** é um caminho que passa exatamente uma vez por cada vértice de um grafo;
- Um **ciclo hamiltoniano** é um caminho hamiltoniano fechado, ou seja, começa e termina no mesmo vértice;
- Um **grafo hamiltoniano** é um grafo que contém um ciclo hamiltoniano.

Grafo hamiltoniano

Caminho Hamiltoniano

Não existe uma regra para determinar se um grafo é hamiltoniano!



Problema hamiltoniano: caixeiro viajante

Caminho Hamiltoniano

Dada uma lista de cidades e as distâncias entre cada par de cidades, qual é o caminho mais curto possível que visita cada cidade uma única vez e retorna a cidade de origem?

