

Algoritmos e Estruturas de Dados III

Tipos de Grafos - Parte 2

Patrícia Lucas

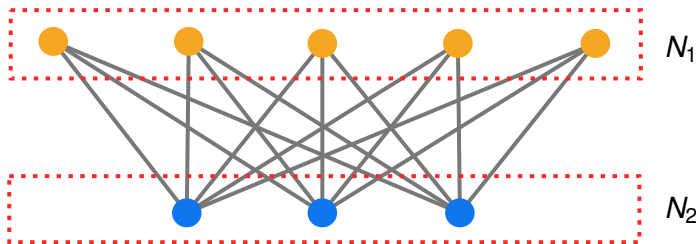
Bacharelado em Sistemas de Informação
IFNMG - Campus Salinas

Salinas
Dezembro 2020

Grafo bipartido

Tipos de Grafos

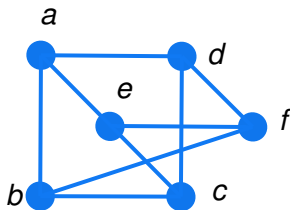
- Um grafo é bipartido se seus vértices podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos não-vazios N_1 e N_2 , tal que dois vértices são adjacentes se, e somente se, um deles pertence a N_1 e outro a N_2 .
- Se cada vértice de N_1 é adjacente a todos os vértices de N_2 , e vice-versa, temos um grafo bipartido completo.
- Notação do exemplo: $K_{5,3}$



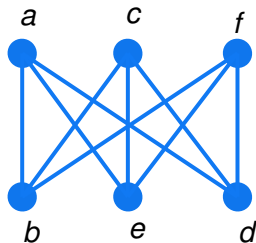
Grafo bipartido

Tipos de Grafos

Um grafo G é bipartido se e somente se todo ciclo de G possuir comprimento par.



(a)

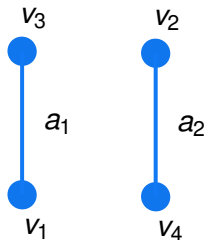


(b)

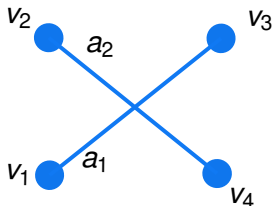
Grafos isomorfos

Tipos de Grafos

- Dois grafos podem parecer diferentes em sua representação visual, mas ainda assim serem o mesmo grafo segundo a definição formal.
- O importante é saber distinguir entre dois grafos que têm estruturas fundamentais diferentes.



Grafo G



Grafo H

Grafos isomorfos

Tipos de Grafos

Para mostrar que duas estruturas são isomorfas, precisamos:

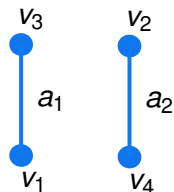
- Obter uma bijeção entre os elementos das duas estruturas.
- Mostrar que as suas propriedades fundamentais são preservadas.

No caso dos grafos, os elementos são vértices e arestas, e a propriedade fundamental é “quais arestas conectam quais vértices” .

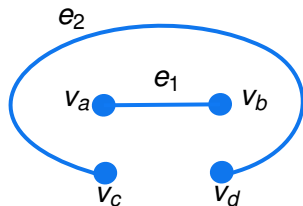
Grafos isomorfos

Tipos de Grafos

Os grafos G e H a seguir são, essencialmente, o mesmo grafo, considerando as bijeções:



Grafo G



Grafo H

Bijeção entre os vértices: s

$$v_1 \Leftrightarrow v_a$$

$$v_2 \Leftrightarrow v_c$$

$$v_3 \Leftrightarrow v_b$$

$$v_4 \Leftrightarrow v_d$$

Bijeção entre as arestas: t

$$a_1 \Leftrightarrow e_1$$

$$a_2 \Leftrightarrow e_2$$

Grafos isomorfos

Tipos de Grafos

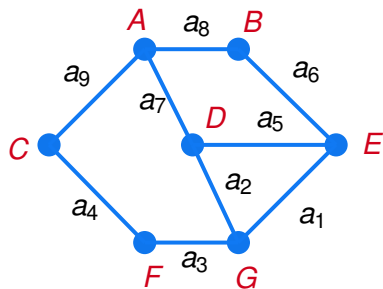
Exemplos de condições nas quais dois grafos não são isomorfos:

- Um grafo tem mais vértices que o outro;
- Um grafo tem mais arestas que o outro;
- Um grafo tem arcos paralelos, um laço ou um ciclo, e o outro não;
- Um grafo tem um vértice de grau k e o outro não;
- Um grafo é conexo e outro não, etc.

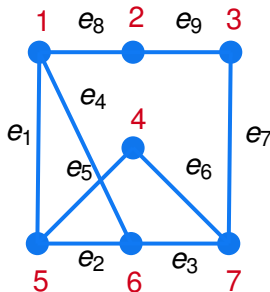
Exercícios

Tipos de Grafos

Os grafos G e H a seguir são isomorfos? Se sim, apresente as bijeções que estabelecem o isomorfismo.



Grafo G

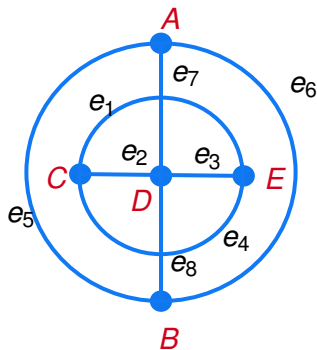
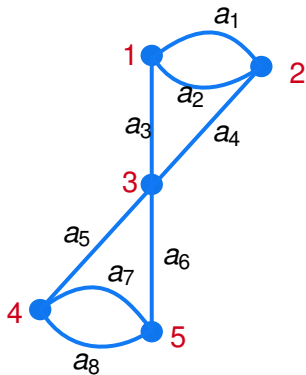


Grafo H

Exercícios

Tipos de Grafos

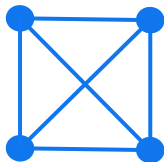
Os grafos G e H a seguir são isomorfos? Se sim, apresente as bijeções que estabelecem o isomorfismo.



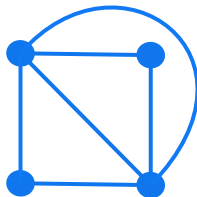
Exercícios

Tipos de Grafos

Prove que os dois grafos a seguir não são isomorfos.



Grafo G

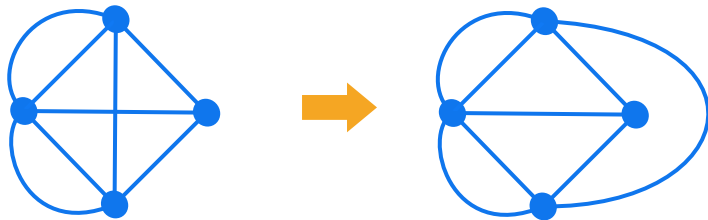


Grafo G

Grafos Planares

Tipos de Grafos

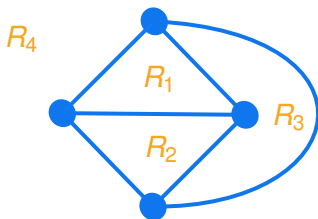
Um grafo planar é um grafo que pode ser representado em um plano de modo que suas arestas não se interceptam.



Grafos Planares

Tipos de Grafos

- A representação planar de um grafo divide o plano em regiões (uma é ilimitada).
- Seja G um grafo plano conexo com $|E|$ arestas e $|V|$ vértices, com um número R de regiões na representação planar de G , temos: $R = |E| - |V| + 2$ (fórmula de Euler)



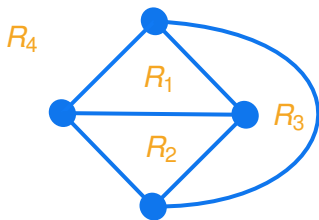
$$R = 6 - 4 + 2$$

$$R = 4$$

Grafos Planares

Tipos de Grafos

Seja G é um grafo planar simples com $|V|$ vértices e $|E|$ arestas, tal que $|V| \geq 3$. Temos que: $|E| \leq 3 * |V| - 6$.



$$|E| \leq 3 * 4 - 6$$

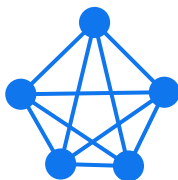
$$|E| \leq 6$$

$$6 \leq 6$$

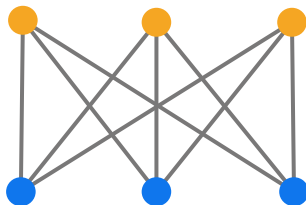
Grafos Planares

Tipos de Grafos

- Todo grafo planar simples tem um vértice de grau no máximo 5.
- Os grafos completos K_5 e $K_{3,3}$ não são planares.



K_5



$K_{\{3,3\}}$