

# Algoritmos e Estruturas de Dados III

## Introdução à Teoria dos Grafos

Patrícia Lucas

Bacharelado em Sistemas de Informação  
IFNMG - Campus Salinas

Salinas  
Dezembro 2020

# Conceito

## Teoria dos grafos

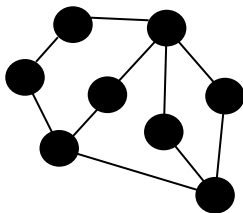
- A teoria dos grafos é um subconjunto da matemática discreta.
- Um grafo é usado para modelar coisas que têm relações com outras coisas - essa definição vaga sugere a enorme flexibilidade dos grafos na resolução de problemas.
- O notável poder da teoria dos grafos foi usado para resolver problemas em praticamente todas as áreas.

# Terminologia

## Teoria dos grafos

Um grafo simples  $G = (V, E)$  consiste de um conjunto não vazio  $V$  de vértices e um conjunto que pode ou não ser vazio  $E$  de arestas, cada aresta sendo um conjunto de dois vértices  $(v_i, v_j)$  a partir de  $V$ , sendo  $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$ .

O número de vértices e arestas é denotado por  $|V|$  e  $|E|$ , respectivamente.



Exemplo: Grafo com  $|V| = 8$  e  $|E| = 10$

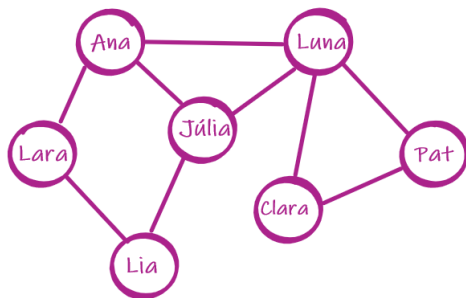
# Aplicações

## Teoria dos grafos

- O projeto do sistema de água municipal utiliza a teoria dos grafos para modelar o fluxo de água para garantir que os requisitos de pressão sejam atendidos.
- Redes sociais como Facebook e Twitter usam a teoria dos grafos para sugerir amigos e vender anúncios.
- A Netflix usa a teoria dos grafos para recomendar filmes.
- O Google Maps usa a teoria dos grafos para encontrar o caminho mais curto da sua casa até o seu destino.
- A infraestrutura da Internet se baseia na teoria dos grafos para rotear seu tráfego de nó em nó na infraestrutura física da internet.
- Os engenheiros de videogame usam a teoria dos grafos para direcionar os NPCs (personagens não jogadores) por seus mundos virtuais.

# Aplicações

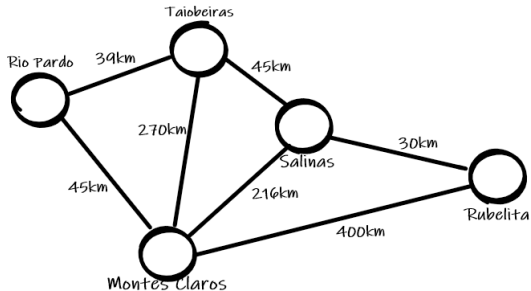
## Teoria dos grafos



Representação da relação entre pessoas numa rede social.

# Aplicações

## Teoria dos grafos

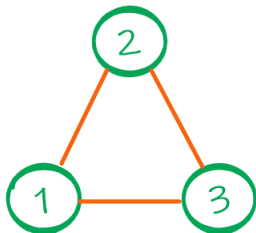


Representação da ligação entre cidades e suas distâncias.

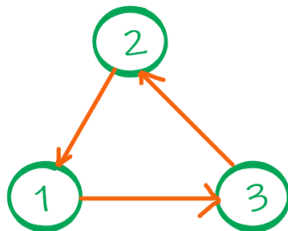
# Dígrafos

## Teoria dos grafos

Um **dígrafo** ou **grafo dirigido** consiste de um conjunto não vazio  $V$  de vértices e um conjunto  $E$  de arestas (que também podem ser chamadas de arcos), onde cada aresta é da forma  $(v_i, v_j)$ , sendo:  $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$ .



$$V = \{1, 2, 3\}$$
$$E = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$$

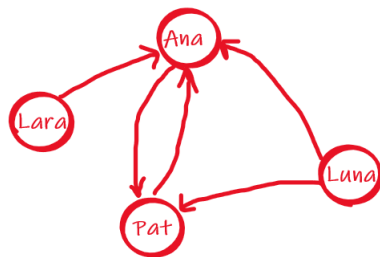
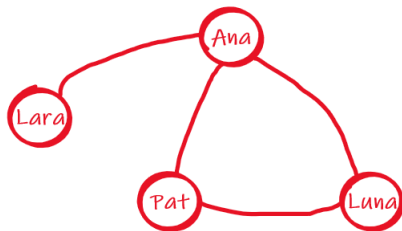


$$V = \{1, 2, 3\}$$
$$E = \{(2, 1), (1, 3), (3, 2)\}$$

# Dígrafos

Teoria dos grafos

## Facebook x Twitter





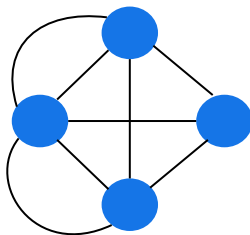
# Multigrafo

## Teoria dos grafos

Um **multigrafo** é um grafo que possui mais de uma aresta interligando os mesmos dois vértices (arestas múltiplas ou arestas paralelas).

Formalmente, um multigrafo  $G = (V, E, f)$  é composto por um conjunto de vértices  $V$ , um conjunto de arestas  $E$  e uma função  $f$ :

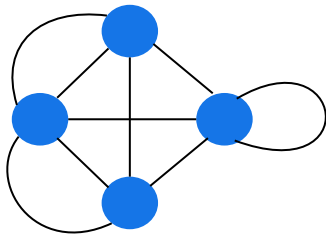
$$f : \{E \rightarrow v_i, v_j \in V \text{ e } v_i \neq v_j\}$$



# Pseudografo

## Teoria dos grafos

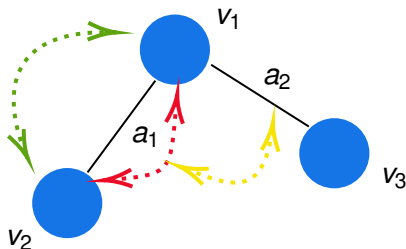
Um pseudografo é um multigrafo com a condição  $v_i \neq v_j$  removida na função  $f$ , ou seja, um vértice pode ser unido a ele mesmo por uma aresta (laço).



# Incidência

## Teoria dos grafos

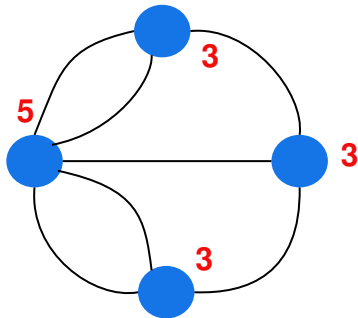
- Seja dois vértices  $v_i$  e  $v_j$ , e uma aresta  $a_k = (v_i, v_j)$ .
- A aresta  $a_k$  é dita **incidente** a ambos vértices  $v_i$  e  $v_j$ .
- Duas arestas não paralelas que são incidentes a um mesmo vértice são ditas **adjacentes**.
- Dois vértices que são ligados por uma mesma aresta também são ditos **adjacentes**.



# Grau de um Vértice

## Teoria dos grafos

O grau de um vértice é definido como o número de arestas incidentes em tal vértice.



# Exercício

## Teoria dos grafos

**Teorema 1:** a soma dos graus de todos os vértices de um grafo  $G$  é igual a duas vezes o número de arestas do grafo.

**Teorema 2:** o número de vértices de grau ímpar de um grafo é sempre par.

**Pergunta:** Se  $G$  é um grafo com 14 vértices e 25 arestas, cujos vértices têm grau 3 ou 5, quantos vértices tem grau 3 e quantos tem grau 5?