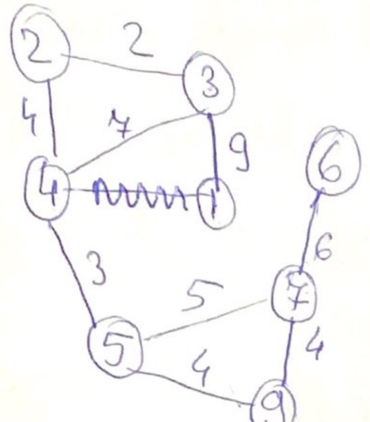
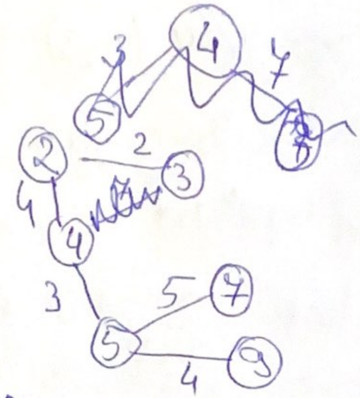
Manole Patricia-Theodora

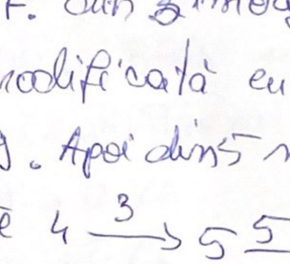
Examen Algoritmi Fundamentali
partea 2





1) Plecăm din vf 4. Mergem spre 5 distanta până la 5 e 3. Mergem spre 3 distanta e 7. din 3 mergem în 2. Distanta de la 4 la 3 va fi modificată cu (4, 2, 3). Ne întoarcem la 5. Mergem în 9. Apoi din 5 mergem în 7. Dist de la 4 la 7 este $4 \xrightarrow{3} 5 \xrightarrow{5} 7$

2) Alg lui Kruskal calculeaza APCM. La un pas este selectată o muchie de cost minim din G care nu formează cicluri cu muchiile deja selectate (care unei 2 comp. conexe din graful deja construit.
La primul pas va alege muchia (2,3)
La al 2lea va alege muchia de cost min mai mare ca (2,3)



Adica (4,5) Apoi muchia (5,9). Apoi (9,7) deoarece are cost tot 4! La fel, și (4,2) Va sări peste muchia de cost 5 pt că închide un ciclu și va alege (6,7).

3) Graful nu este bipartit deoarece există cicluri cu 3 elem. (toate ciclurile din G nu sunt ...)

$\Rightarrow$ nu se poate realiza o 2 colorare.

Numărul minim de muchii care trebuie eliminate este 2 (spre exemplu (4,3) și (5,7)) astfel încât să nu mai existe 3-cicluri. Numărul maxim de muc... al unui graf bipartit cu 6 vârfuri

$K_{3,3}$ $|E| = \sum_{u \in V} d(u) = 3 \cdot 3 \cancel{+ 3 \cdot 3 = 18}$

9 muchii.

5) Fluxul reprezintă totalitatea mărfii care ajunge de la sursă la destinație. Într-o rețea de trasport $N = (G, S, T, I, c)$ este o funcție $f: E \to \mathbb{N}$ cu prop.

a) $0 \le f(e) \le c(e)$ $\forall e \in E(G)$

2) Pt orice vf intermediar $v \in I$

$$\sum_{uv \in E} f(v) = \sum_{vu \in E} f(vu)$$

O s-t tăietură $(K = (X, Y))$ în rețea este o (bi)partiție (X, Y) a mulțimii vârfurilor V aî $s \in X$ și $t \in Y$

O s-t tăietură $\tilde{K}$ este o tăietură minimă în N dacă

$c(\tilde{K}) = \min \{ c(K) \mid K \text{ tăietură în } N \}$

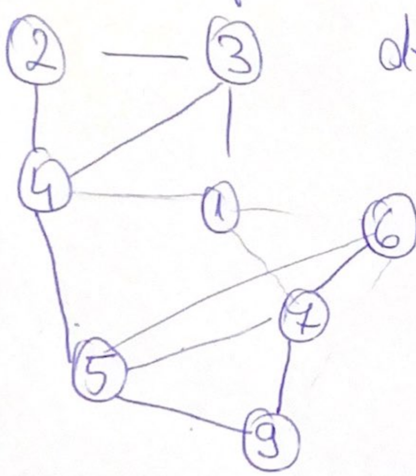
4) ~~Nu există un lanț eulerian.~~

~~Lanț eulerian: 1,3,2,4,5,9,7,6~~

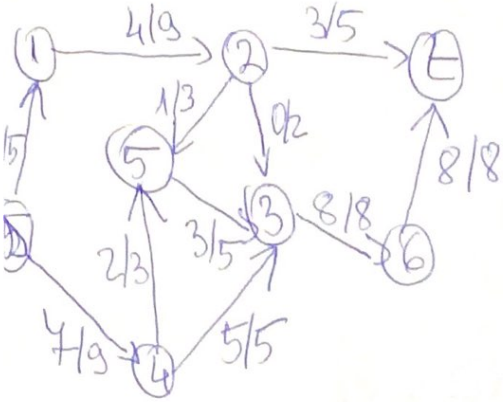
G lanț eulerian dacă orice vf din G are grad par.

Muchiile adăugate ar fi (4,1) și (6,5) deoarece nodurile 4, 7, 5, 6, 1 au grad impar. Iar (4,5), (5,7) și (6,7) există deja ca muchii

Nu se poate realiza lanț eulerian deoarece avem 5 noduri cu grad impar. Și adăugând mereu rămâne unul impar.

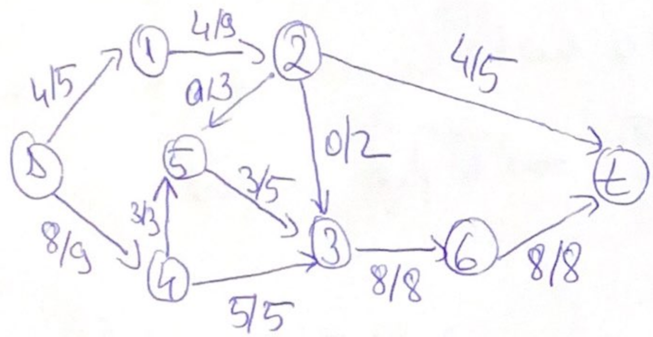


4) ~~Nu există un lanț eulerian~~.

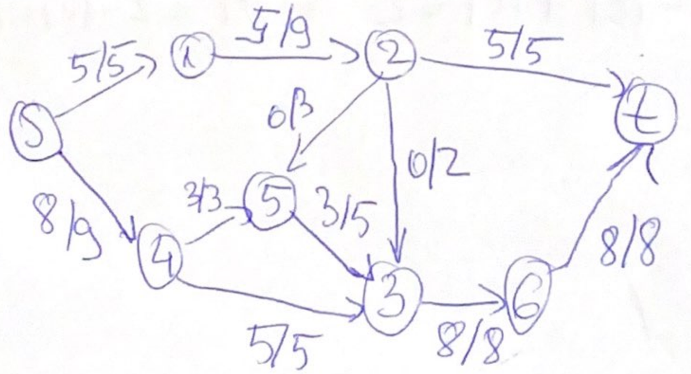


S ⟶ 4 ⟶ 5 ⟵ ~~3~~ 2 ⟶ t Se trimite fluxul înapoi și dins cu o unitate mai mult ⇒

G.



Apoi pe S ⟶ 1 ⟶ 2 ⟶ t se realizează că fluxul minim este 5 ⇒



⇒ Flux maxim

tăietura minimă în rețea va determina $X=\{S,1,2,3,4,5\}$ $Y\in\{6,t\}$

$c(\{s,1,2,3,4,5\},\{6,t\}) = c(2,t) + c(3,6) =$

$5+8 = 13$

Arce directe: $(2,t), (3,6)$

Arce inverse nu am.

O altă tăietură ar fi $\{s,1,2,4,5\}, \{3,6,t\}$

$c(\text{tăietură } 2) = (4,3)+(5,3)+(2,3)+(2,t)$

nu e minimă.

6) $M = (V,E,F)$ o hartă cu $n>3$ vf și m muchii

grad față >5

grad vârf >3 $\Rightarrow$ minim 12 fețe de grad 5.

$d_M(f_i) > 5$

$\sum_{f \in F} d_M(f) = 2|E| \Rightarrow 2|E| \geq 5 \cdot \text{nr fețe}$

$|V| - |E| + |F| = 2 \Rightarrow |F| = 2 - |V| + |E|$