MEMORIA AR y BA AED II

Usuario utilizado: G2_82

Nombre Completo	Email	DNI
Juan Pedreño García	juan.pedrenog@um.es	,
Patricia Cuenca Guardiola	patricia.cuencag@um.es	

Índice

1.INTRODUCCION		
2.LISTA DE PROBLEMAS RESUELTOS	2	
3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	3	
3.1 AVANCE RÁPIDO	3	
3.1.1 DISEÑO SOLUCIÓN		
PSEUDOCÓDIGO	3	
EXPLICACIÓN DEL ALGORITMO	5	
3.1.2 IMPLEMENTACIÓN: PROGRAMACIÓN ALGORITMO	5	
3.1.3 ESTUDIO TEÓRICO		
3.1.4 ESTUDIO EXPERIMENTAL	8	
3.1.5 CONTRASTE ESTUDIO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL		
3.2 BACKTRACKING		
3.2.1 DISEÑO SOLUCIÓN	11	
PSEUDOCÓDIGO BACKTRACKING	11	
PSEUDOCÓDIGO BACKTRACKING CON PODA		
EXPLICACIÓN DEL ALGORITMO		
3.2.2 IMPLEMENTACIÓN: PROGRAMACIÓN DEL ALGORITMO		
3.2.3 ESTUDIO TEÓRICO		
3.2.5 CONTRASTE ESTUDIO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL	31	
4 CONCLUSIONES	22	

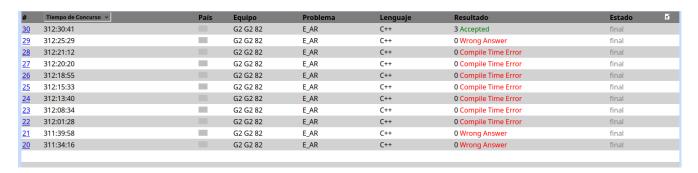
1.INTRODUCCIÓN

La memoria de esta práctica describe el proceso de diseño, implementación y valoración de la solución para el problema E_AR y E_BA, resueltos usando el algoritmo de avance rápido y de backtracking respectivamente.

2.LISTA DE PROBLEMAS RESUELTOS

Avance Rápido:

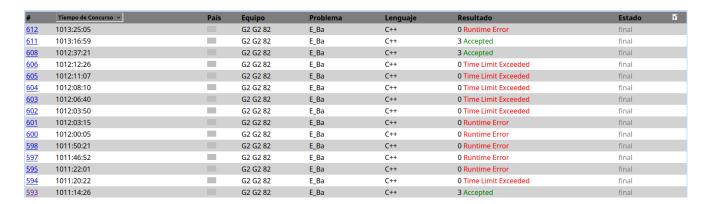
El mejor envío es el 30:



Al principio daba wrong answer porque no se tenía en cuenta el número de averías que podía reparar. Luego el compile time error se debe a que había una variable entera declarada y no inicializada correctamente.

Bactracking:

El mejor envío es el 611



#	Tiempo de Concurso 🔻	País	Equipo	Problema	Lenguaje	Resultado	Estado ?	
<u>590</u>	1011:06:11		G2 G2 82	E_Ba	C++	0 Compile Time Error	final	
<u>589</u>	1011:05:37		G2 G2 82	E_Ba	C++	0 Runtime Error	final	
<u>588</u>	1010:54:50		G2 G2 82	E_Ba	C++	0 Runtime Error	final	
<u>302</u>	745:51:30		G2 G2 82	E_Ba	C++	3 Accepted	final	
<u>301</u>	745:43:42		G2 G2 82	E_Ba	C++	0 Runtime Error	final	
<u>255</u>	658:28:01		G2 G2 82	E_Ba	C++	3 Accepted	final	

Al principio se diseñó una solución que empleaba matrices globales con un tamaño máximo (100). Sin embargo, decidimos que era mejor utilizar una matriz que dependiese del tamaño de entrada y por eso tenemos varios envíos con runtime error, ya que no conseguimos que el envío fuese aceptado, aunque los casos de prueba nos funcionasen. Por último decidimos implementar un algoritmo con poda que usase un algoritmo voraz como cota superior y usando vectores declarados en el main,. En el proceso de diseño de esta última solución daba time limit exceeded porque no estábamos calculando bien la aproximación.

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

3.1 AVANCE RÁPIDO

3.1.1 DISEÑO SOLUCIÓN

PSEUDOCÓDIGO

var mecánicos, averías

leer (mecánicos), leer(averías)

var matriz[mecánicos][averías]

var averíasPorMecánico[averías] := {0, 0, 0, 0,...}

var averíasReparadas[averías] := {F, F, F, F,...}

var mecanicoPorAvería[averías] := {0, 0, 0, 0, ...}

var mecanicosUsados[mecánicos] := {F, F, F, F,...}

//Montamos la matriz y el array de averías por mecánico

para i = 0...mecánicos hacer

para j=0...averías hacer

leer(matriz[i][j])

```
si matriz[i][j] entonces averíasPorMecánico[i]+=1 finsi
       finpara
finpara
//Decisión voraz: Cada avería la reparará el mecánico que pueda reparar menos averías a parte
de sobre la que se está iterando
para i=0...averías hacer
      var averiasMin = INFINITO
      var reparable = False
      var mecanico = 0
       para j=0...mecánicos hacer
             si matriz[j][i] AND NOT mecanicosUsados[j] entonces
                    reparable := True
                    si averiasPorMecanico[j] < averiasMin entonces
                           averiasMin := averiasPorMecanico[j]
                           mecanico = j
                    finsi
             finsi
      finpara
       si reparable AND NOT mecanicosUsados[mecanico] entonces
             averiasReparadas[i] := True
             mecanicoPorAvería[i] := mecanico+1
             mecanicosUsados[mecanico] := True
             reparaciones++
```

finsi

finpara

//Sacamos el resultado

Escribir(reparaciones)

para i = 0...averías hacer

Escribir(mecanicoPorAvería[i])

finpara

EXPLICACIÓN DEL ALGORITMO

En el algoritmo empezamos montando la matriz de Mecánicos y Averías. Además de eso contamos el número de Averías que puede reparar cada mecánico y las metemos en el array AveriasPorMecanico.

Después, hacemos lo que sería el algoritmo en sí y donde tomamos la decisión voraz. La decisión voraz es que para cada Avería, se asignará el mecánico que pueda reparar dicha Avería y pueda resolver menos Averías. Al ser un algoritmo voraz, una vez asignada la Avería a un Mecánico no se le puede cambiar. Si una Avería es reparable, en la array mecanicosUsados indicamos que ese mecánico ya tiene una tarea asignada. Y en la array mecanicoPorAveria apuntamos el Mecánico asignado.

En la parte final del algoritmo escribimos la solución.

3.1.2 IMPLEMENTACIÓN: PROGRAMACIÓN ALGORITMO

```
#include<iostream>
#include<vector>
#define MAX 2147483647
using namespace std;
```

```
int main(){
 int nCasos;
 cin >> nCasos;
 cout << nCasos << endl;</pre>
 for(int i = 0;i < nCasos;i++) {</pre>
   cin >> M >> A;
   int matriz[M][A];
    int reparaciones = 0;
   for (int j = 0; j < M; j++) {
      for (int k = 0; k < A; k++) {
        cin >> matriz[j][k];
        if (matriz[j][k] == 1) averiasPorMecanico[j]++;
```

```
int averiasMin = MAX;
bool reparable = false;
for (int k = 0; k < M; k++) {
    if (matriz[k][j] == 1 && !mecanicos[k]) {
        reparable = true;
        if(averiasPorMecanico[k] < averiasMin){</pre>
            averiasMin = averiasPorMecanico[k];
            mecanico = k;
if(reparable && !mecanicos[mecanico]){
    averiasReparadas[j] = true;
    mecanicoPorAveria[j] = mecanico+1;
    mecanicos[mecanico] = true;
   reparaciones++;
```

```
//Sacamos el resultados

cout << reparaciones << endl;

for(int j = 0; j < A; j++) {
      cout << mecanicoPorAveria[j] << " ";
    }

cout << endl;
}</pre>
```

3.1.3 ESTUDIO TEÓRICO

Para hacer el estudio teórico de este algoritmo podemos simplemente ver el número de veces se van a ejecutar los distintos bucles que hay en el problema.

En el primer bucle nos encargamos de rellenar la matriz y el array de averíasPorMecánico depende de las averías y los mecánicos que haya así que su tiempo de ejecución sería M*A.

El siguiente bucle en el que se toma la decisión voraz. Se itera sobre cada avería y en cada repetición se itera sobre cada mecánico, ya que se le asignará la avería al mecánico que menos averías pueda reparar, el tiempo de ejecución de este bucle sería A*M = M*A.

El último bucle sería sacar la solución, que depende del número de averías.

En este análisis deducimos que el su tiempo de ejecución sería $M^*A + M^*A + A$ que tiene un $O(M^*A)$.

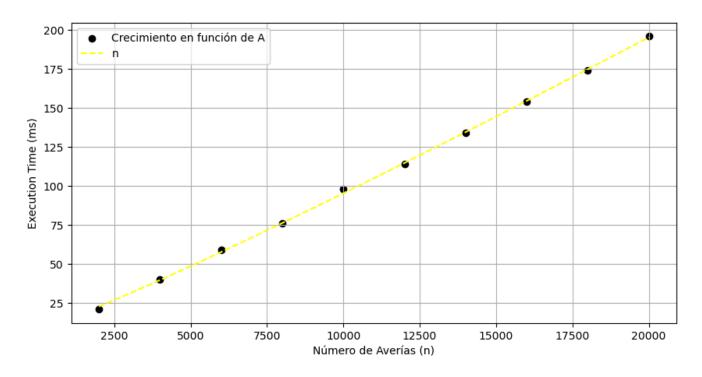
3.1.4 ESTUDIO EXPERIMENTAL

Vamos a hacer 3 estudios diferentes:

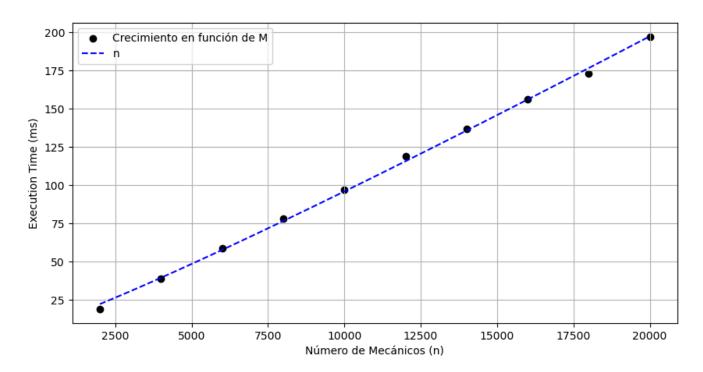
- Tiempo de ejecución en función de A y M constante (M = 100)
- Tiempo de ejecución en función de M y A constante (A = 100)
- Tiempo de ejecución en función de A y M

Si nuestro estudio teórico está bien, en los dos primeros deberíamos ver un crecimiento lineal del tiempo de ejecución y en el último un crecimiento cuadrático ya que vamos a aumentar A y M lo mismo.

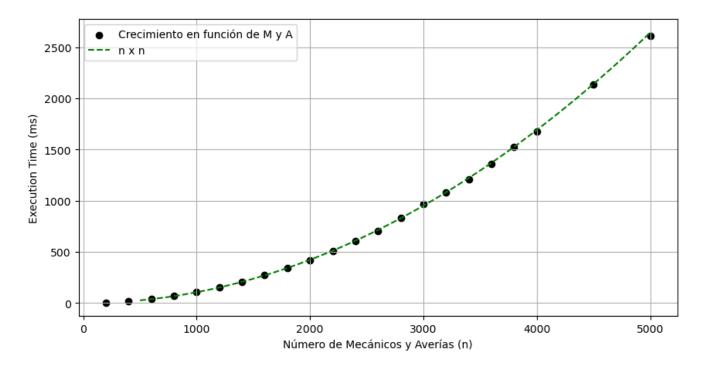
En función de A:



En función de M:



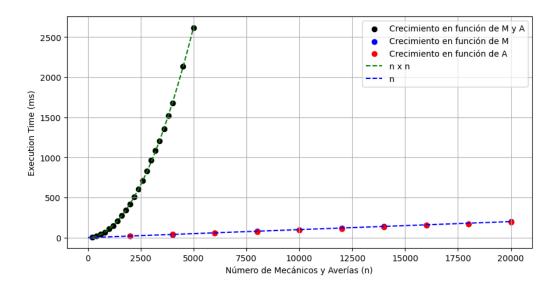
En función de A y M:



3.1.5 CONTRASTE ESTUDIO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL

Como muestran los resultados que hemos obtenido, no hay discrepancias entre nuestro estudio teórico y el experimental.

En esta última gráfica mostramos una comparación entre los crecimientos teóricos y los obtenidos en el estudio experimental.



3.2 BACKTRACKING

3.2.1 DISEÑO SOLUCIÓN

PSEUDOCÓDIGO BACKTRACKING

var B[MAXN][MAXN]; // matriz de distancias

var voa = -INF; // valor óptimo actual

var soa[MAXN]; // mejor solución encontrada

var m; // tamaño del subconjunto

operacion valor(s: vector de enteros, m: entero, B:matriz de enteros):

var total:=0

para i:=0, ..., m hacer

para j:=i+1, ..., m hacer

total += B[s[i]][s[j]] + B[s[j]][s[i]]

finpara

finpara

devolver total

operacion generar(nivel: entero, s: vector de enteros)

si nivel == 1 entonces

s[nivel] = 0

sino

s[nivel] := s[nivel -1] +1

sino

s[nivel]++

```
operacion criterio( nivel, n: entero, s: array entero):
 devolver s[nivel] < n;</pre>
operacion solucion(nivel: entero) :
 devolver nivel == m + 1;
operacion masHermanos(nivel, n: entero, s: array entero)
 devolver s[nivel] < n - (m - nivel);
operacion retroceder(nivel:entero, s:vector de enteros):
        s[nivel] = -1
        nivel - -
operacion backtracking(n: entero):
 var s[-1, ..., -1];
 var nivel := 1;
  var voa := -INF;
  mientras nivel != 0 hacer
    generar(nivel, s);
    si solucion(nivel) entonces
      vat bact := valor(s);
       si bact > voa entonces
         voa := bact;
         soa := s
       finsi
    finsi
    si criterio(nivel, s, n) entonces
      nivel++;
```

```
s[nivel] := -1;
    finsi
    sino
     mientras NOT masHermanos(nivel, s, n) AND nivel > 1 hacer
        retroceder(nivel, s)
       finmientras
      si nivel == 1 AND NOT masHermanos(nivel, s, n) entonces
        nivel := 0;
      finsi
  finsino
 finmientras
 Escribir(voa)
PSEUDOCÓDIGO BACKTRACKING CON PODA
operacion voraz( n:entero, B: matriz de enteros):
       var voa:=0
       para i:=0, ..., n hacer
               para j:=i+1, ..., n hacer
                      voa:=max(voa, B[i][j] + B[j][i]
               finpara
       finpara
       devolver voa
operacion valor(s: vector de enteros, m: entero, B:matriz de enteros):
       var total:=0
       para i:=0, ..., m hacer
```

```
para j:=i+1, ..., m hacer
                        total += B[s[i]][s[j]] + B[s[j]][s[i]]
                finpara
       finpara
        devolver total
operacion generar(nivel: entero, s: vector de enteros)
        si s[nivel] == -1 entonces
                si nivel == 0 entonces
                        s[nivel] = 0
                sino
                        s[nivel] := s[nivel -1] +1
                finsino
        sino
                s[nivel]++
       finsino
operacion criterio(nivel, m, voa: entero, s: vector de enteros, B:matriz de enteros):
        var parcial := valor(s, nivel+1, B)
       var faltan := m - (nivel +1)
       var estimado := parcial
        para i := 0, ..., faltan hacer:
                estimado += voa
       finpara
        devolver estimado > voa
operacion solucion(nivel, m:entero):
```

```
devolver nivel == m -1
operacion masHermanos(nivel, n, m:entero, s:vector de enteros):
        devolver s[nivel] < n - (m -1 -nivel)
operacion retroceder(nivel:entero, s:vector de enteros):
       s[nivel] = -1
        nivel - -
operacion bactracking(n, m: entero, B: matriz de enteros):
       var soa =[-1, .., -1]
       var s =[-1, ..., -1]
       var nivel := 0
       var voa := voraz(n, B)
       var bact := 0
        mientras nivel >=0 hacer:
               generar(nivel,s)
               si NOT masHermanos(nivel, s, n, m) entonces:
                       retroceder(nivel, s)
                       continuar
               finsi
               si solucion(nivel, m) entonces
                       bact := valor(s, m, B)
                       si bact > voa entonces
                               voa := bact
                               soa := s
```

finsi

```
finsi

si criterio(nivel, s, m, voa, B) entonces

nivel ++

s[nivel] := -1

finsi

sino

mientras nivel > 1 AND NOT masHermanos(nivel, s, n, m) hacer

retroceder(nivel, s)

finmientras

si nivel == 0 AND NOT masHermanos(nivel, s, n, m) entonces

nivel := -1

finsi

finmientras
```

EXPLICACIÓN DEL ALGORITMO

Escribir(voa)

Para resolver el problema hemos decidido utilizar una una matriz de enteros simétrica, B, que representa las distancias entre pares de elementos. Además, se utilizan dos enteros: n (número total de elementos) y m (tamaño del subconjunto deseado).

El algoritmo busca un subconjunto s de tamaño m tal que la suma B[s[i]][s[j]] + B[s[j]][s[i]] (para cada par distinto del subconjunto) sea máxima.

En cuanto al diseño de la solución, la función voraz(n, B), calcula una cota superior simple, para poder llevar a cabo la poda. Para cada par (i, j), se evalúa B[i][j] + B[j][i] y se guarda el valor máximo observado. Este valor (voa) representa el mejor beneficio posible por par, y será usado para estimar cotas superiores en criterio.

Seguidamente, la. función valor(s, m, B) suma los valores reales de los pares del subconjunto s de tamaño m. El objetivo es calcular el valor actual de una solución completa (o parcial si m se reemplaza por nivel+1). Se emplea para evaluar soluciones completas y para construir estimaciones en la poda.

La función generar(nivel, s) asigna el siguiente valor válido en el nivel actual del vector s: si está vacío (-1), asigna el primer valor posible y si ya tenía un valor, lo incrementa para generar al "hermano siguiente". Genera combinaciones de elementos sin repetición y en orden creciente.

La función criterio(nivel, m, voa, s, B) estima el valor máximo posible de una solución a partir de un estado parcial. Suma el valor actual parcial con una estimación basada en cuántos elementos faltan por asignar y la cota voa por cada nuevo par. Si el valor estimado no supera el mejor valor (voa), se descarta esta rama del árbol (poda).

Además, tenemos las funciones: solucion(nivel, m), que verifica si ya se han seleccionado m elementos; masHermanos(nivel, n, m, s), comprueba si aún se pueden generar más combinaciones en este nivel y retroceder(nivel, s), que borra el valor actual y retrocede un nivel.

Por último, la función backtracking backtracking(n, m, B). Esta función implementa el algoritmo de búsqueda y poda. El árbol de nuestro problema es combinatorio, ya que cada nodo representa una combinación parcial ordenada de elementos, y se explora en profundidad con poda basada en una cota superior. Usa como estructuras de datos: un vector s que representa una combinación parcial, utiliza voa como mejor valor conocido, al llegar a una solución completa, se evalúa y se actualiza el óptimo si corresponde y usa criterio para decidir si continuar expandiendo o podar. Si ya hemos probado todas las posibles opciones en este nivel (nivel), retrocedemos (bajamos al nivel anterior) y continuamos con la siguiente iteración. Si hemos alcanzado el último nivel (nivel == m - 1), entonces tenemos una combinación completa. Calculamos su valor con valor(s, m, B) y, si mejora la mejor que teníamos (voa), la guardamos. Si la solución parcial que llevamos podría mejorar el valor óptimo (voa), avanzamos al siguiente nivel (nivel++) y preparamos ese nuevo nivel con s[nivel] := -1. Es decir, solo seguimos si tiene potencial de ser mejor que lo que ya tenemos. Si no vale la pena seguir con esta rama, empezamos a retroceder hasta encontrar un nivel donde aún queden opciones por explorar. Si estamos en la raíz (nivel = 0) y ya no hay más opciones, terminamos (nivel := -1). Al final del algoritmo, se muestra el valor óptimo (voa) que corresponde a la mejor combinación encontrada.

3.2.2 IMPLEMENTACIÓN: PROGRAMACIÓN DEL ALGORITMO

Sin poda:

```
#include <cstring>
using namespace std;

#define MAXN 100

#define INF 1000000000
```

```
int B[MAXN][MAXN]; // matriz de distancias
int voa = -INF; // valor óptimo actual
int soa[MAXN]; // mejor solución encontrada
int m;
int valor(int s[]) {
  int total = 0;
          total += B[s[i]][s[j]] + B[s[j]][s[i]];
  return total;
void generar(int nivel, int s[]) {
      if(nivel == 1) {
          s[nivel] = 0;
         s[nivel] = s[nivel -1] +1;
```

```
s[nivel]++;
bool criterio(int nivel, int s[], int n) {
bool solucion(int nivel) {
  return nivel == m + 1;
bool masHermanos(int nivel, int s[], int n) {
void retroceder(int &nivel, int s[]) {
  s[nivel] = -1;
  nivel--;
```

```
void backtracking(int n) {
  int s[MAXN]; // Solución parcial
  int nivel = 1;
  while (nivel != 0) {
     generar(nivel, s);
     if (solucion(nivel)) {
         int bact = valor(s);
            memcpy(soa, s, sizeof(int) * (m + 1));
      if (criterio(nivel, s, n)) {
         nivel++;
         s[nivel] = -1;
         while (!masHermanos(nivel, s, n) && nivel > 1)
          retroceder(nivel, s);
```

Con poda:

```
int voraz(int n, vector<vector<int>>& B) {
          voa = max(voa, B[i][j] + B[j][i]);
int valor(vector<int>& s, int m, vector<vector<int>>& B) {
  int total = 0;
          total += B[s[i]][s[j]] + B[s[j]][s[i]];
```

```
return total;
void generar(int nivel, vector<int>& s) {
  if (s[nivel] == -1) {
      if (nivel == 0) {
          s[nivel] = 0;
          s[nivel] = s[nivel - 1] + 1;
B) {
  int parcial = valor(s, nivel + 1, B);
  int faltan = m - (nivel + 1);
  int estimado = parcial;
```

```
return estimado > voa;
bool solucion(int nivel, int m) {
  return nivel == m - 1;
bool masHermanos(int nivel, vector<int>& s, int n, int m) {
  return s[nivel] < n - (m - 1 - nivel);</pre>
void retroceder(int& nivel, vector<int>& s) {
  s[nivel] = -1;
  nivel--;
void backtracking(int n, int m, vector<vector<int>>& B) {
  int nivel = 0;
  while (nivel >= 0) {
```

```
generar(nivel, s);
       voa = bact;
       soa = s;
   s[nivel] = -1;
       retroceder(nivel, s);
```

```
nivel = -1; // Terminar el backtracking
int main() {
      vector<vector<int>> B(n, vector<int>(n));
         cin >> B[i][j];
     backtracking(n, m, B);
```

3.2.3 ESTUDIO TEÓRICO

Sin poda:

Si no se aplicara ningún criterio de poda, el algoritmo tendría complejidad exponencial, ya que cada solución se evalúa con la función valor(s, m, B), que es cuadrática en m. La cantidad de combinaciones posibles es:

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$$

Este es el número máximo de nodos hoja del árbol (es decir, soluciones completas). Además, hay nodos intermedios (soluciones parciales), que está acotado por O(n^m) si m es pequeño comparado con n. Por tanto, el número de nodos por el tiempo por nodo sería:

$$\Theta(n^m \cdot m^2)$$

Con poda (criterio):

En este caso, depende de la función que genera la cota superior, por tanto, tendría un orden de $O(C(n, m) * m^2)$. En general, e reduce el número de nodos explorados, pero la cota sigue siendo exponencial en el peor caso, es decir, sería $O(n^m * m^2)$.

3.2.4 ESTUDIO EXPERIMENTAL

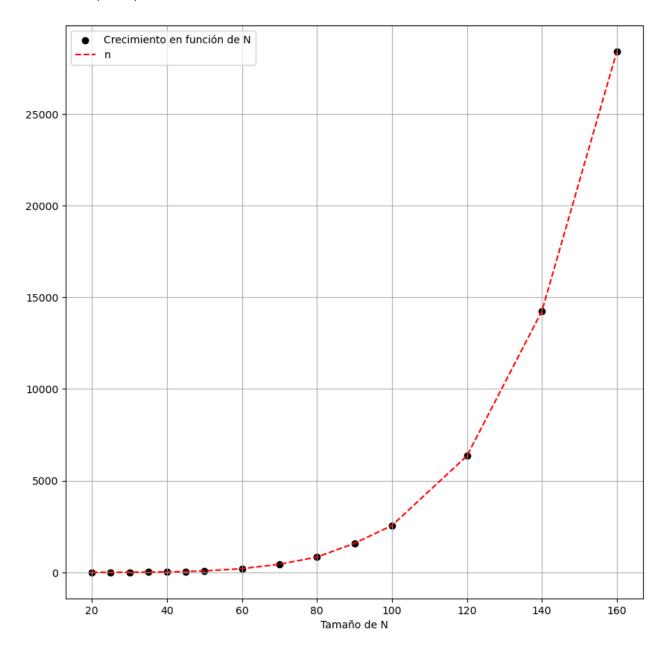
El algoritmo empleado para generar casos de prueba en backtracking:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstdlib>
#include <ctime>
using namespace std;
// Función para generar un número aleatorio entre min y max
int generarAleatorio(int min, int max) {
   return rand() % (max - min + 1) + min;
```

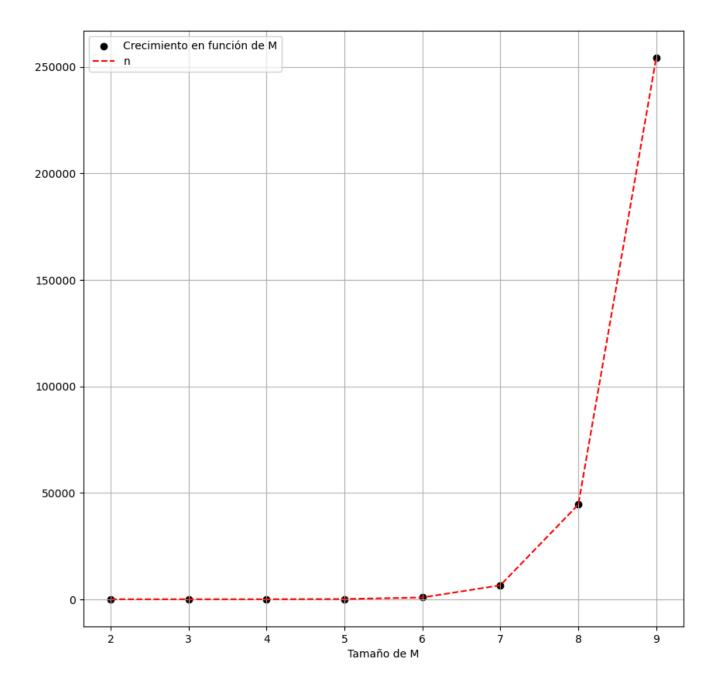
```
void generarCasosDePrueba(int T, int \max n = 100, int \max m = 5, int
max distancia = 100000000) {
  cout << T << endl; // Imprime el número de casos de prueba</pre>
      int n = generarAleatorio(2, max n); //cambiar para generar casos
      int m = generarAleatorio(1, min(n, max m));
      vector<vector<int>> distancias(n, vector<int>(n));
      for (int i = 0; i < n; i++) {
                 distancias[i][j] = generarAleatorio(9990000, max distancia);
                 distancias[i][j] = 0; // La distancia consigo mismo es 0
```

El estudio experimental lo hemos realizado con un algoritmo sin poda, cambiando el tamaño máximo de la matriz, ya que en el caso de backtracking con poda depende de la estimación que se haga y cómo generamos valores aleatorios, el tiempo de ejecución del algoritmo es incoherente.

La primera gráfica depende del tamaño de n, es decir, del tamaño de la matriz, manteniendo el valor de m constante (M = 5).

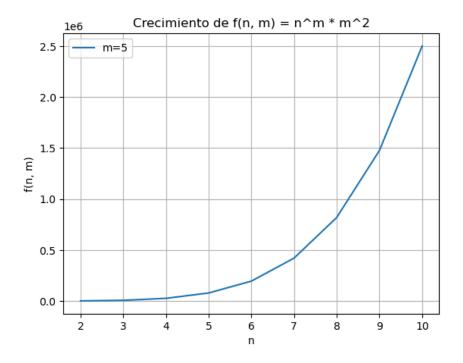


La segunda gráfica muestra el tiempo en función de M, manteniendo el valor de n constante (N = 50)

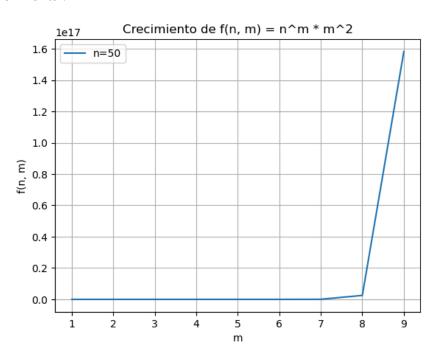


3.2.5 CONTRASTE ESTUDIO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL

Como podemos observar, si tomamos como constante el valor de m la gráfica teórica se asemeja mucho a la obtenida en el estudio experimental.



De la misma forma, si tomamos como constante el valor de n, la gráfica teórica también es muy parecida a la experimental.



4. CONCLUSIONES

Esta práctica nos ha parecido muy útil para entender tanto el algoritmo de avance rápido como el de backtracking, pues nos hemos tenido que enfrentar a un problema y aplicar de forma práctica lo aprendido en teoría. Para realizar el algoritmo nos ayudamos de las diapositivas de teoría, así como de los scripts de código que hemos encontrado en el repositorio.

Las mayores dificultades que hemos afrontado son el análisis tanto teórico como experimental, ya que en el caso de backtracking nos costó determinar el tipo de árbol así como cuanto tiempo tarda en ejecutar cada nodo.

Hemos calculado que aproximadamente le hemos dedicado unas 30 horas al proyecto cada miembro, contando el tiempo invertido planteando el algoritmo, refinando el código, haciendo los respectivos análisis, etc.

En definitiva, nos ha resultado un trabajo muy importante para lograr comprender las dos técnicas, aunque nos haya llevado su tiempo terminarlo.