ANALISIS NUMERICO I
(75.12, 95.04, 95.13) – Curso nro. 6
Primer Cuatrimestre del 2015

TRABAJO PRÁCTiCO nro. 1

Errores de truncamiento.
Introducción :

La función error definida como $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^x e^{-t^2} \cdot dt$ nos da la probabilidad de que una serie de pruebas posean un valor a *x* unidades de la media, asumiendo que las pruebas poseen una distribución normal con media 0 y una desviación standard de $\sqrt{2}/2$.
Esta integral no puede evaluarse con funciones elementales por lo que deben utilizarse técnicas aproximadas.

Se pide:

a) Integre la serie de Mac Laurin para e^{-x^2} para mostrar que:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot x^{2k+1}}{(2k+1) \cdot k!}$$

b) La función error puede expresarse también como la serie:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k \cdot x^{2k+1}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2k+1)}$$

Verifique que las series de (a) y (b) se cumplen para k=1, 2, 3 y 4 (**HINT:** Use el desarrollo en serie de Mac Laurin de e^{-x^2}).

c) Use la serie de la parte (a) para estimar ***erf(1)*** con un error absoluto de 10^{-n} con *n=4, 6 y 8* (usar doble precisión en todos los cálculos) comparando el sumando con el valor de la serie.

d) Use la serie de la parte (b) para estimar ***erf(1)*** con un error absoluto de 10^{-n} con *n=4, 6 y 8* (usar doble precisión en todos los cálculos) comparando el sumando con el valor de la serie.

e) Calcular la integral $erf(1) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^1 e^{-t^2} \cdot dt$ mediante el método de cuadratura de Gauss-Legendre con *n* valores. Este método utiliza una tabla con los valores de *c* y *alfa* (se explicará el método de cálculo para utilizar solamente la fórmula, explicando el origen de la misma más adelante). Para ello aproximemos $erf(1) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^1 e^{-t^2} \cdot dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{-1}^1 e^{-t^2} \cdot dt \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \sum_{k=1}^{n} c_k \cdot e^{-\alpha_k^2}$.
Se pide utilizar los valores de *c* y *alfa* con *n=2, 3, 4 y 5* que se encuentra en el libro de Burden, tabla 4.12 pág. 232.

f) Comparar los 3 resultados de c, los 3 resultados de d y los 4 resultados de f con el valor provisto por Octave al ejecutar *"erf(1)"*. Determinar si las estimaciones de c y d cumplen las premisas del error absoluto o incurren en mayor error. Explique.

g) Si tuviera que calcular la función *"erf(4)"*, tendría el mismo comportamiento de la serie? Explique.

Fecha de Entrega: 27/04/2015 (por Campus).

Bibliografía:

[1] - "Numerical analysis", Burden R.L., Faires J.D. – 9na ed., Brooks Cole, 2010 (ISBN 10-0-538-73351-9) – S 1.1 ej. 26 pág. 16 y 17 y tabla 4.12 pág. 232.