Simulating Visual Geometry

Patrick Bayer

24. Januar 2017

Inhalt

Konstruktion eines Simulationsnetzes

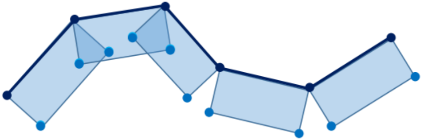
Input:

- beliebiges Netz zur Visualisierung bestehend aus drei- oder viereckigen Elementen
- Meistens nicht zur Simulation geeignet
- Physikalische Eigenschaften des Objektes (Materialdicke, . . .)

Idee:

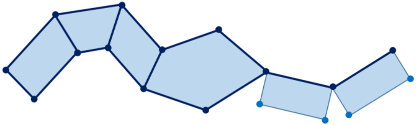
- Konvexe Formen als Primitive für das Simulationsnetz

Konstruktion eines Simulationsnetzes



(1) Elemente werden nach innen extrudiert.

$\Rightarrow$ volumetrische, konvexe Primitive



(2) Bereits vorhandene konvexe Formen werden direkt in Primitive transformiert

Konstruktion eines Simulationsnetzes

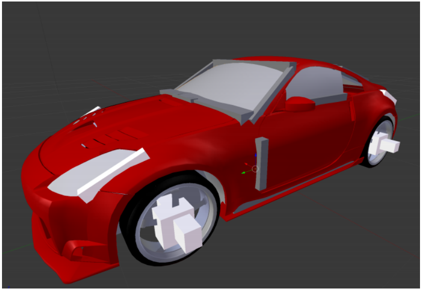
Verbinden der Primitive:

- Ausgangssituation: Ruhelage des Objektes
- Graph mit Primitiven als Knoten und Verbindungen als Kanten
- Zwei Primitive i, j sind verbunden $\Leftrightarrow$ Die Primitive i, j berühren oder überlappen sich

Konstruktion eines Simulationsnetzes

Verbinden von Subnetzen:

- Verwendung von Joints definiert durch Boxen
- Ball joint, Hinge-Joint, Slider Joints

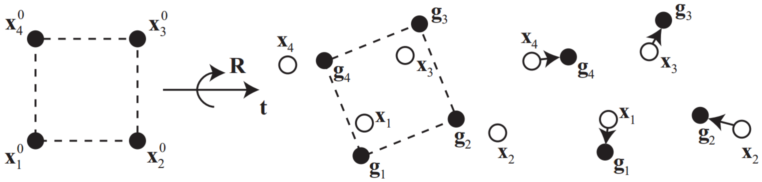


Die Simulationsmethode

- **Oriented particle method**
- Geometrisch motiviert
- Einfach und schnell
- Partikel haben neben den linearen Attributen (Position, Geschwindigkeit) eine Rotation und Winkelgeschwindigkeit
- Basiert auf Shape Matching und Position Based Dynamics

Generalized Shape Matching:

- Arbeitet mit Partikeln ohne Verbindungen
- Simulation von Elastizität



Die Simulationsmethode

- Berechne $\mathbf{R}, \bar{\mathbf{t}}$ und $\mathbf{t}$ durch Minimieren von

$$\sum_i \mathbf{m}_i(\mathbf{R}(\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{t}}) + \mathbf{t} - \mathbf{x}_i)^2$$

- Es stellt sich heraus, dass

$$\bar{\mathbf{t}} = \bar{\mathbf{x}}_{cm} = \frac{\sum_i \mathbf{m}_i \bar{\mathbf{x}}_i}{\sum_i \mathbf{m}_i} \text{ and } \mathbf{t} = \mathbf{x}_{cm} = \frac{\sum_i \mathbf{m}_i \mathbf{x}_i}{\sum_i \mathbf{m}_i}$$

- Seien $\mathbf{q}_i = \bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}}_{cm}$ und $\mathbf{p}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{cm}$, dann minimiere

$$\sum_i \mathbf{m}_i(\mathbf{A}\mathbf{q}_i - \mathbf{p}_i)^2$$

wobei $\mathbf{A}$ die optimale lineare Transformation ist.

Die Simulationsmethode

- Es stellt sich heraus, dass

$$\mathbf{A} = (\sum_i \mathbf{m}_i \mathbf{p}_i \mathbf{q}_i^T)(\sum_i \mathbf{m}_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T)^{-1} = \mathbf{A}_{pq}\mathbf{A}_{qq}$$

- $\mathbf{A}_{qq}$ ist symmetrisch, enthält also keine Rotation
- Eine Polarzerlegung von $\mathbf{A}_{pq}$ liefert

$$\mathbf{A}_{pq} = \mathbf{RS} \text{ wobei } \mathbf{S} = \sqrt{\mathbf{A}_{pq}^T \mathbf{A}_{pq}} \text{ und } \mathbf{R} = \mathbf{A}_{pq}\mathbf{S}^{-1}$$

- Berechne die Zielposition jedes Partikels

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{R}(\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}}_{cm}) + \mathbf{x}_{cm}$$

Die Simulationsmethode

- Co-Planarität oder Co-Linearität der Punkte $\Rightarrow$ Unstabilität
- $\mathbf{A}_{pq}$ für zwei Partikelmengen mit Moment Matrizen $\mathbf{A}_1$ und $\mathbf{A}_2$

$$\mathbf{A}_{pq} = \sum_i \mathbf{m}_i \mathbf{x}_i \bar{\mathbf{x}}_i^T - M\mathbf{x}_{cm}\bar{\mathbf{x}}_{cm}^T$$

- $\mathbf{A}_{pq}$ mit Moment Matrizen $\mathbf{A}_i$ für jedes einzelne Partikel

$$\mathbf{A}_{pq} = \sum_i (\mathbf{A}_i + \mathbf{m}_i \mathbf{x}_i \bar{\mathbf{x}}_i^T) - M\mathbf{x}_{cm}\bar{\mathbf{x}}_{cm}^T$$

wobei M die Summe der Massen $\mathbf{m}_i$ ist

Die Simulationsmethode

- Berechne die Moment Matrizen der einzelnen Partikel mit orthonormaler Orientierungsmatrix $\mathbf{R}$ für Kugeln mit Radius r Volumen V_r und Ellipsoide mit Radien a, b und c

$$\mathbf{A}_{sphere} = \int_{V_r} \rho(\mathbf{Rx})\mathbf{x}^T dV = \frac{1}{5} m r^2 \mathbf{R}$$

$$\mathbf{A}_{ellipsoid} = \frac{1}{5} m \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & 0 \\ 0 & 0 & c^2 \end{bmatrix} \mathbf{R}$$

Generalized Position Based Dynamics

- Integrationsmechanismus zur Simulation von Partikeln
- Partikel haben eine Position $\mathbf{x}$, eine Geschwindigkeit $\mathbf{y}$, eine Rotation $\mathbf{q}$ und eine Winkelgeschwindigkeit ω
- Schritt 1: Vorhersage von $\mathbf{x}$ und $\mathbf{q}$

$$\mathbf{x}_p \leftarrow \mathbf{x} + \mathbf{v}\Delta\mathbf{t}$$

$$\mathbf{q}_p \leftarrow [\frac{\omega}{|\omega|} sin(\frac{|\omega|\Delta\mathbf{t}}{2}), cos(\frac{|\omega|\Delta\mathbf{t}}{2})]\mathbf{q}$$

- Schritt 2: Korrektur der Positionen $\mathbf{x}$ anhand gegebener Zwangsbedingungen

Die Simulationsmethode

- Schritt 3: Update von $\mathbf{x}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{q}$, ω

$$\mathbf{v} \leftarrow \frac{\mathbf{x}_p - \mathbf{x}}{\Delta \mathbf{t}}$$

$$\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}_p$$

$$\mathbf{q} \leftarrow \mathbf{q}_p$$

$$\omega \leftarrow \frac{axis(\mathbf{q}_p \mathbf{q}^{-1}) * angle(\mathbf{q}_p \mathbf{q}^{-1})}{\Delta \mathbf{t}}$$

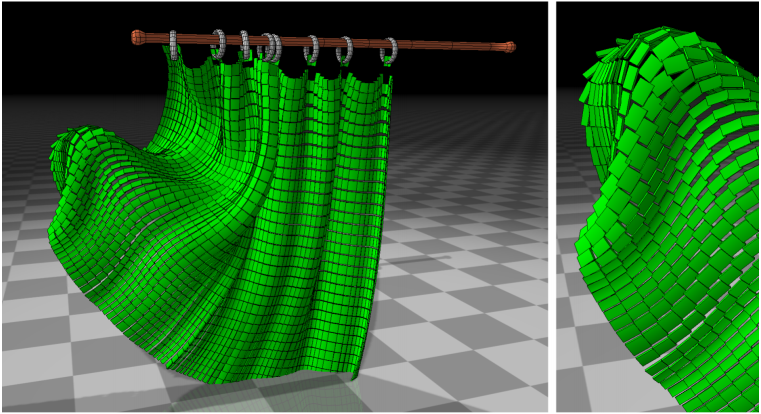
Die Simulationsmethode

Collision Handling:

- Finde Überschneidungen von Objektgrenzen
- Identifiziere alle beteiligten Primitive und prüfe für jedes Paar, ob eine Kollision auftritt
- Seperating Axis Theorem

Deformation der Primitive

- Oriented Particle Method führt zu visuellen Fehlern (Lücken, . . .)



Deformation der Primitve

- Konvexe Eigenschaft der Primitive muss erhalten bleiben $\Rightarrow$ Nutze die Local Affine Deformation Matrix $\mathbf{A}_{pq}$
- Berechne die Deformationsmatrix $\mathbf{D}$

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{A}}^{-1}$$

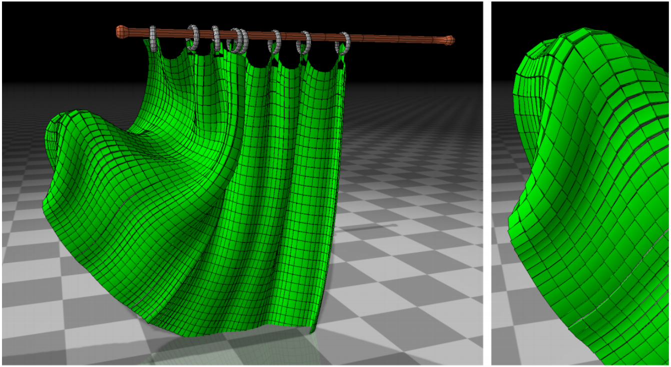
wobei

$$\bar{\mathbf{A}} = \sum_i (\bar{\mathbf{A}}_i + \mathbf{m}_i \bar{\mathbf{x}}_i \bar{\mathbf{x}}_i^T) - M \bar{\mathbf{x}}_{cm} \bar{\mathbf{x}}_{cm}^T$$

und

$$\mathbf{A}_i = \frac{1}{5} m r^2 \mathbf{I}$$

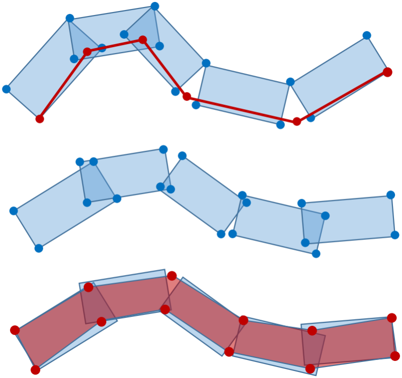
Das Visualisierungsnetz



- Auch nach der Deformation der Primitve sind kleine Lücken zu finden

Das Visualisierungsnetz

- Gruppiere die Eckpunkte der Primitive nach ihren Positionen
- Berechne den Durchschnitt der Positionen
- Die visuelle Position aller beteiligten Primitive ist der Durchschnitt der Positionen



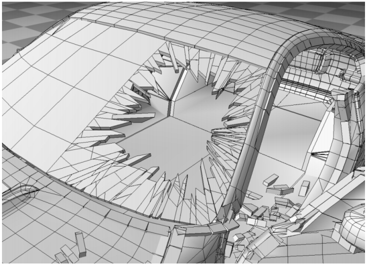
Plastische Deformation

- Behandle Objekte wie Starrkörper bis eine Deformation eintritt
- Schwellenwert für die Geschwindigkeit an den Kontaktpunkten
- Deformationsoffset = Geschwindigkeit * Time Step Size
- Primitive, die nach einer Deformation einen Joint überschneiden, werden als fix betrachtet

Brüche und Risse

Trennbrüche:

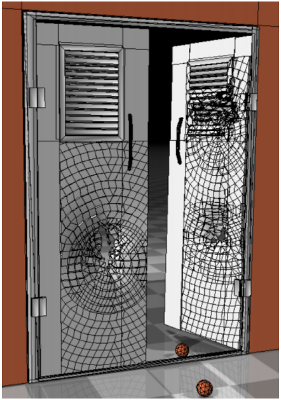
- Menge von verbundenen konvexen Polyedern als Bruchmuster bestehend aus Zellen
- Finde Überschneidungen der Objektgrenzen mit dem Bruchmuster und alle beteiligten Primitive
  $\Rightarrow$ Neues, unabhängiges Objekt bestehend aus allen Primitiven innerhalb einer Zelle



Brüche und Risse

Verformungsbrüche und Risse:

- Behalte alle resultierenden Teile nach einem Bruch in demselben Objekt
  $\Rightarrow$ Das verfeinerte Netz erlaubt detaillierte Deformationen



Brüche und Risse

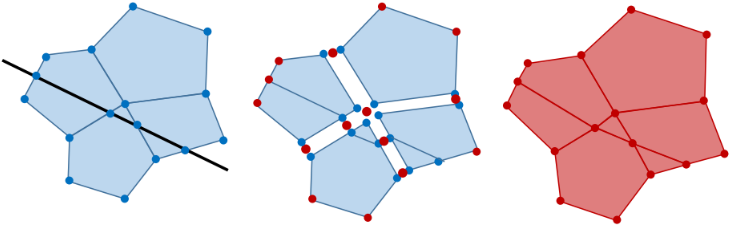
- Schwellenwert für die Distanz zwischen zwei Primitiven zur Identifizierung von Rissen
- Nutzer kann Risslinien vordefinieren, indem nur eine Teilmenge der Verbindungen erlaubt ist zu reißen

Brüche und Risse

Visualisierung von Brüchen:

- Das Bruchmuster wird im nicht deformierten Zustand ausgerichtet

  $\Rightarrow$ Sowohl die alten als auch die neuen Primitive erhalten dieselbe *id*

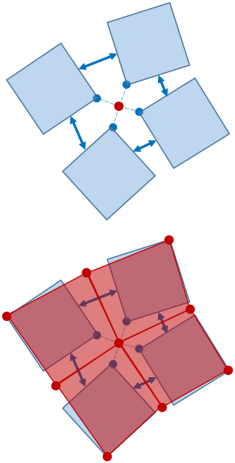


Brüche und Risse

Visualisierung von Rissen:

- Berechne *val(id)* als Anzahl der Primitve mit derselben *id*
- Besuche alle Nachbarn mit derselben *id* im Verbindungsgraphen
- Falls die Anzahl der besuchten Eckpunkte kleiner als *val(id)* ist, ist ein Riss aufgetreten
- Die besuchten Eckpunkte erhalten eine neue *id*

Brüche und Risse



Zusammenfassung

- Methode zur Simulation und Visualisierung von Deformationen, Brüchen und Rissen in Echtzeit-Anwendungen
- Simulatiosnetz, das direkt aus einem beliebigen Visualisierungsnetz hervor geht
- Convexe Polyeder als Primitve
- Oriented Particle Method

Literaturverzeichnis

Alle Informationen und Bilder stammen aus folgenden Quellen:

- Matthias Müller, Nuttapong Chentanez, Miles Macklin: Simulating Visual Geometry, Proceedings of the 9th International Conference on Motion in Games, 2016
- MÜLLER M., CHENTANEZ N.: Solid simulation with oriented particles. ACM Trans. Graph. 30, 4 (July 2011), 92:1–92:10
- MÜLLER M., HEIDELBERGER B., TESCHNER M.: Meshless deformations based on shape matching. In Proc. SIGGRAPH 2005 (2005), pp. 471–478