

EST 105

INICIAÇÃO À ESTATÍSTICA

SOMATÓRIO
Resumo

Departamento de Estatística – UFV

Av. Peter Henry Rolfs, s/n

Campus Universitário

36570.977 – Viçosa, MG

<http://www.det.ufv.br/>



Definição

Notação matemática utilizada para representar a soma de "n" valores indexados.

$$\sum_{i=L_i}^{L_s} X_i$$

Iê-se: Somatório de X índice i , com i variando do limite inferior (L_i) até o limite superior (L_s).

Se o limite inferior é 1 e o limite superior é n, temos:

$$\sum_{i=1}^n X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

Iê-se: Somatório de X índice i , com i variando de 1 a n .

Principais representações

- **Soma Simples:**

$$\sum_{i=1}^n X_i = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

- **Soma de Quadrados:**

$$\sum_{i=1}^n X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$$

- **Quadrado da Soma:**

$$\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 = (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)^2$$

Principais representações

- Soma de Produtos:

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + \cdots + X_n Y_n$$

- Produto das Somas:

$$\sum_{i=1}^n X_i \sum_{j=1}^m Y_j = (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_m)$$

Obs.: Valores Restritos - São valores que não serão incluídos no somatório.

Ex.: $\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3}}^4 X_i$

Exemplo: Considere o seguinte conjunto de dados $X = \{6, 2, 4, 1\}$ e $y = \{3, 5, 2, 0\}$.

a) $\sum_{i=1}^4 X_i$

b) $\sum_{i=1}^4 X_i^2$

c) $(\sum_{i=1}^4 X_i)$

d) $\sum_{i=2}^4 X_i Y_i$

e) $(\sum_{i=1}^4 X_i)(\sum_{i=1}^4 Y_i)$

Número de Termos (NT) ou Parcelas do Somatório

$$NT = (L_s - L_i) + 1 - r$$

NT = Número de termos do somatório;

L_s = Limite Superior;

L_i = Limite Inferior;

r = Número de restrições.

Ex.: Informe o número de termos dos seguintes somatórios:

a) $\sum_{i=1}^5 X_i$

b) $\sum_{i=6}^{14} X_i$

c) $\sum_{\substack{i=6 \\ i \neq 7,10}}^{14} X_i$

Propriedades

Propriedade 1 (Somatório de uma constante): O somatório de uma constante é igual ao produto do número de termos (NT) pela constante (k).

$$\sum_{i=L_i}^{L_s} k = NT \times k$$

Propriedade 2 (Somatório do produto de uma constante por uma variável): O somatório do produto de uma constante por uma variável é igual ao produto da constante (k) pelo somatório da variável.

$$\sum_{i=L_i}^{L_s} kX_i = k \sum_{i=L_i}^{L_s} X_i$$

Propriedades

Propriedade 3 (O somatório de uma soma ou de uma diferença): O somatório da soma (diferença) de duas variáveis é igual a soma (diferença) dos somatórios dessas variáveis, ou seja,

$$\sum_{i=L_i}^{L_s} (X_i + Y_i) = \sum_{i=L_i}^{L_s} X_i + \sum_{i=L_i}^{L_s} Y_i$$

$$\sum_{i=L_i}^{L_s} (X_i - Y_i) = \sum_{i=L_i}^{L_s} X_i - \sum_{i=L_i}^{L_s} Y_i .$$

Passos para a solução dos somatórios

- 1) Calcular o número de termos de cada somatório;
- 2) Resolver possíveis produtos notáveis e outras operações presentes, com o objetivo de obter somas e subtrações;
- 3) Usar a propriedade 3 (distribuir os somatórios);
- 4) Usar a propriedade 2 (passar as constantes pra fora de cada somatório);
- 5) Substituir os valores e encontrar o resultado final.

Exercícios Propostos

Exercício 1 (Pág. 15): Seja uma variável X, assumindo os possíveis valores:

$$X = \{5, 2, 3, 0, 1, 2, 6, 9, 4, 8\}, n=10.$$

Calcule:

$$(a) \sum_{i=1}^{10} X_i$$

$$(e) \sum_{i=1}^{10} (X_i - 4)$$

$$(b) \sum_{i=1}^{10} X_i^2$$

$$(f) \sum_{i=1}^{10} (X_i - 4)^2$$

$$(c) \left(\sum_{i=1}^{10} X_i \right)^2$$

$$(g) \frac{\sum_{i=1}^{10} (X_i - 4)^2}{10-1}$$

$$(d) \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{10} X_i \right)^2}{10}}{10-1}$$

$$(h) \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10}$$

Exercícios Propostos

Exercício 2 (Pág. 15): Sabendo-se que $\sum_{i=1}^5 X_i = -6$ e $\sum_{i=1}^5 X_i^2 = 12$, calcule:

a) $\sum_{i=1}^5 (4X_i + 5)$

b) $\sum_{i=1}^5 X_i(X_i - 2)$

Exercício 2 (Pág. 19): Sabendo-se que $\sum_{i=1}^5 X_i = 2,6$ e $\sum_{i=1}^5 X_i^2 = 1,84$, $\sum_{j=3}^8 Y_j = 11$ e

$\sum_{j=3}^8 Y_j^2 = 31$. Calcule: $\sum_{i=1}^5 \sum_{j=3}^8 (2X_i - Y_j)$.

Atividade Proposta

Resolver os exercícios do Roteiro de Aulas abaixo relacionados:

- Exercício 17. – página 19
- Exercício 18 . Item a. – página 19
- Exercício 28. – página 21
- Exercício 31. – página 22
- Exercício 32. Item c. – página 22
- Exercício 38. – página 23

Campus Viçosa:
Avenida Peter Henry Rolfs, s/n
CEP 36570-900
Viçosa - MG - Brasil | + 55 31 3899-2200

Campus Florestal:
Rodovia LMG 818, km 6
CEP 35690-000
Florestal - MG - Brasil | + 55 31 3536-3300

Campus Rio Paranaíba:
Rodovia MG-230, Km 8
CEP 38810-000
Rio Paranaíba - MG - Brasil | + 55 34 3855-9300

www.ufv.br

