Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

$5^{\underline{a}}$ Lista de MAT 140 - Cálculo I 2019/II

Lista elaborada por Lilian Neves Santa Rosa Valentim - DMA/UFV

---

1. Durante várias semanas, o departamento de trânsito de uma certa cidade vem registrando a velocidade dos veículos que passam por um certo cruzamento. Os resultados mostram que entre 13 e 18 horas, a velocidade média neste cruzamento é dada aproximadamente por $v(t) = t^3 - 10,5t^2 + 30t + 20\ km/h$, onde t é o número de horas após o meio-dia. Qual o instante, entre 13 e 18 horas, em que o trânsito é mais rápido? E qual o instante em que ele é mais lento?

2. Pretende-se estender um cabo de uma usina de força à margem de um rio de $900\,m$ de largura até uma fábrica situada do outro lado do rio, $3.000\,m$ rio abaixo. O custo para estender um cabo pelo rio é de $R\$\,5,00$ o metro, enquanto que para estendê-lo por terra custa $R\$\,4,00$ o metro. Qual é o percurso mais econômico para o cabo?

3. Se numa indústria forem produzidas de 200 a 230 unidades de uma peça, haverá um rendimento semanal de $R\$\,540,00$ por cada unidade. Entretanto se forem produzidas mais de 230 peças, o rendimento semanal em cada peça será reduzido em $R\$\,2,00$ por cada peça a mais. Determine o maior rendimento semanal da indústria.

4. Achar os pontos sobre a curva $y = x^2$ mais próximos do ponto $P = (0, 2)$.

5. Determinar as dimensões do retângulo de maior área, que pode ser inscrito no círculo de raio igual a 3.

6. Uma caixa sem tampa será construída recortando-se pequenos quadrados congruentes dos cantos de uma folha de estanho que mede $12\,cm \times 12\,cm$ e dobrando-se os lados para cima. Que tamanho os quadrados da borda devem ter para que a caixa tenha a capacidade máxima?

7. Se uma lata fechada com um volume fio deve ter a forma de um cilindro circular reto, ache a razão entre a altura e o raio da base se a quantidade de material usado na fabricação for mínima.

8. Calcule as seguintes integrais indefinidas:

   (a) $\displaystyle\int 7x^{5/2} + 4\ dx$

   (b) $\displaystyle\int \frac{2x-1}{x^5}\ dx$

   (c) $\displaystyle\int x^2(-x + x^{-3})\ dx$

   (d) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x}}{6\sqrt[4]{x}}\ dx$

9. Calcule as integrais indefinidas, utilizando a técnica de substituição:

   (a) $\displaystyle\int sen\,(2x)\ dx$

   (b) $\displaystyle\int \frac{1}{sen^2(3x-1)}\ dx$

   (c) $\displaystyle\int \frac{1}{2x-5}\ dx$

   (d) $\displaystyle\int tg\,(2x)\ dx$

   (e) $\displaystyle\int cotg(e^x)\,e^x\ dx$

   (f) $\displaystyle\int x\sqrt{x^2+1}\ dx$

   (g) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x+1}}\ dx$

   (h) $\displaystyle\int \frac{1}{cos^2 x\,\sqrt{tg\,x - 1}}\ dx$

   (i) $\displaystyle\int \frac{cos\,x}{\sqrt{2\ sen\,x + 1}}\ dx$

   (j) $\displaystyle\int \frac{sen\,(2x)}{\sqrt{1 + sen^2 x}}\ dx$

   (k) $\displaystyle\int \frac{arcsen\,x}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$

   (l) $\displaystyle\int \frac{arctg^2 x}{1+x^2}\ dx$

   (m) $\displaystyle\int \frac{1}{x\,ln\,x}\ dx$

   (n) $\displaystyle\int \frac{arccos\,x\ -\ x}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$

10. Calcule as integrais indefinidas, utilizando a técnica de integração por partes:

(a) $\int (x^2 + 2x)\, e^x \, dx$

(b) $\int \dfrac{x}{\sqrt{x+1}} \, dx$

(c) $\int arcsen\, x \, dx$

(d) $\int (2x+1)\, sen\, x \, dx$

(e) $\int x^3\, sen\, x \, dx$

(f) $\int sen\ x\, sec^2\, x \, dx$

(g) $\int cossec^2\, x\, cotg\, x \, dx$

(h) $\int 3x^8\, cos\,(x^3) \, dx$

(i) $\int e^x\, cos\, x \, dx$

(j) $\int x\, e^{-x} \, dx$

(k) $\int ln\, x \, dx$

(l) $\int sen^2\, x \, dx$

(m) $\int sen\, x\, ln\,(cos\, x) \, dx$

(n) $\int cos\, \sqrt{x} \, dx$

11. Calcule as integrais indefinidas, utilizando a técnica de integração por frações parciais:

(a) $\int \dfrac{x}{(x+1)(x+3)(x+5)} \, dx$

(b) $\int \dfrac{1}{(x-1)^2\,(x-2)} \, dx$

(c) $\int \dfrac{x-8}{x^3 - 4x^2 + 4x} \, dx$

(d) $\int \dfrac{x^3+1}{4x^3 - x} \, dx$

(e) $\int \dfrac{2x^2 - 3x - 3}{(x-1)\,(x^2 - 2x + 5)} \, dx$

(f) $\int \dfrac{x^3 - 6}{x^4 + 6x^2 + 8} \, dx$

(g) $\int \dfrac{3x - 7}{x^3 + x^2 + 4x + 4} \, dx$

(h) $\int \dfrac{8x - 16}{16 - x^4} \, dx$

(i) $\int \dfrac{x^2 - 2x + 3}{(x^2+1)\,(x-1)^2} \, dx$

(j) $\int \dfrac{5x^3 + 12}{x^3 - 5x^2 + 4x} \, dx$

12. Calcule as integrais das seguintes funções trigonométricas:

(a) $\int cos^3\, x \, dx$

(b) $\int sen^5\, x \, dx$

(c) $\int sen^3\, x\ cos^4\, x \, dx$

(d) $\int sen^2\, x \, dx$

(e) $\int sen^4\, x\ cos^4\, x \, dx$

(f) $\int sen\,(3x)\, cos\,(2x) \, dx$

(g) $\int tg^3\, x \, dx$

(h) $\int tg^2\, x\, sec\, x \, dx$

13. Calcule as integrais indefinidas, utilizando a técnica de substituição trigonométrica:

(a) $\int \dfrac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} \, dx$

(b) $\int \dfrac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} \, dx$

(c) $\int \dfrac{3}{x\,\sqrt{4 - x^2}} \, dx$

(d) $\int \dfrac{1}{x\,\sqrt{5 + x^2}} \, dx$

(e) $\int \dfrac{2}{3x^2\,\sqrt{x^2 - 36}} \, dx$

(f) $\int \dfrac{5x}{\sqrt{x^2 - 25}} \, dx$

(g) $\int \dfrac{1}{9x^2 - 49} \, dx$

(h) $\int \dfrac{1}{(4x^2 - 4)^{\frac{3}{2}}} \, dx$

14. Encontrar a primitiva $F(x)$ para a função $f(x)$ tal que:

(a) $f(x) = x\, sen\, x^2$ e $F(0) = 1$

(b) $f(x) = \dfrac{x^2}{9 + x^6}$ e $F(\sqrt[3]{3}) = \dfrac{\pi}{4}$

(c) $f(x) = x^3\, cos\, x^2$ e $F(0) = \dfrac{3}{2}$

15. Encontrar a função $f(x)$ tal que:

    (a) $\int (x^3 - 4x) \cdot f'(x)\, dx = x^2 + c$ e $f(0) = -2$

    (b) $\int \sqrt{x^4 - 9} \cdot f'(x)\, dx = 7x^2 + c$ e $f(\sqrt{3}) = 8\, ln\, 3$

16. A equação da reta tangente a uma curva no ponto $(0, 2)$é $y = 3x + 2$. Sabendo que em um ponto (x, y) qualquer da curva $f'(x) = 3x^2 + k$ (k constante), encontrar a equação dessa curva.

17. Em cada ponto da curva $y = f(x)$, tem-se $\dfrac{d^2y}{dx^2} = tg^2\, x$. Sabendo que a reta tangente a essa curva no ponto $(0, 1)$ é paralela ao eixo x, determinar a equação da mesma.

18. Calcule as integrais definidas:

    (a) $\displaystyle\int_1^3 \frac{x^2+1}{x^2}\, dx$

    (b) $\displaystyle\int_0^{\pi} sen^2\, x\, cos\, 3x\, dx$

    (c) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^2\, x\, dx$

    (d) $\displaystyle\int_0^1 e^x\, cos\, x\, dx$

    (e) $\displaystyle\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2}\, dx$

    (f) $\displaystyle\int_1^3 \frac{1}{x^3+x}\, dx$

    (g) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} sen\, x\, cos\, x\, dx$

    (h) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} tg\, x\, dx$

    (i) $\displaystyle\int_0^{\pi} \sqrt{sen^2\, x\, cos^2\, x}\, dx$

    (j) $\displaystyle\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} sec\, x\, dx$

    (k) $\displaystyle\int_{-1}^0 \sqrt{1-x^2}\, dx$

    (l) $\displaystyle\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x}\, dx$

    (m) $\displaystyle\int_{-1}^2 |\, x\, |\, dx$

    (n) $\displaystyle\int_0^2 |\, 2x - 1\, |\, dx$

    (o) $\displaystyle\int_1^6 |\, x^2 - 7x + 10\, |\, dx$

    (p) $\displaystyle\int_{-1}^4 |\, 2x - 6\, | - |\, x\, |\, dx$

19. Determine a área da região do plano limitado simultaneamente pelas curvas:

    (a) $y = ln\, x$, $x = 2$ e o eixo x.

    (b) $x = 8 + 2y - y^2$, $y = 1$ e $x = 0$.

    (c) $x\, y = 4$ e $x + y = 5$.

    (d) $y = 2^x$, $y = 2x - x^2$, $x = 0$ e $x = 2$.

    (e) $y = 2x$, $y = 1$ e $y = \dfrac{2}{x}$.

    (f) $y = x^3 - 3x$ e $y = 2x^2$.

    (g) $y = x^3$ e $y = x^2 + 2x$.

    (h) $y = \dfrac{9}{x}$, $y = 9x$ e $y = x$.

20. Nos itens a seguir expresse a área das regiões limitadas pelas curvas dadas. Faça isso de duas maneiras, com integrações na variável x e com integrações na variável y. Escolha uma das maneiras e calcule a área.

    (a) $y = 0$, $y = x$ e $y = -x + 5$.

    (b) $x + y = 3$, $y = \dfrac{1}{2}x$ e $y = 2x$.

    (c) $y = x^2 + 1$, $y = x - 2$, $x = 0$ e $x = 5$.