EST 105

INICIAÇÃO À ESTATÍSTICA

RESUMO

Probabilidade - Aula 3

Departamento de Estatística – UFV
Av. Peter Henry Rolfs, s/n
Campus Universitário
36570.977 – Viçosa, MG
http://www.det.ufv.br/

Teoremas do Cálculo de Probabilidades

Os teoremas enunciados a seguir são ferramentas importantes que nos auxiliará no cálculo de probabilidades. Utilizaremos os diagramas de Venn para a compreensão dos teoremas e as demonstrações dos mesmos estão disponíveis no Roteiro de Aulas.

i. **Se $\emptyset$ é um conjunto vazio então $\boldsymbol{P(\emptyset) = 0}$.**

ii. **Se $\overline{A}$ é o complemento de A então $\boldsymbol{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}$.**

iii. **Se A e B são dois eventos quaisquer e $\overline{B}$ é o complemento de B, então $\boldsymbol{P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)}$.**

iv. Se A e B são dois eventos quaisquer então $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

v. Sejam 3 eventos quaisquer A, B e C então

$$P(A \cup B \cup C)$$
$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C).$$

vi. Se $A \subset B$, então $P(A) \leq P(B)$.

vii. Para um evento A qualquer, $0 \leq P(A) \leq 1$.

Exemplo 7

Admita que,

- 28% dos alunos não acompanham séries de TV;
- 42% dos alunos acompanham séries de TV e veem filmes;
- 85% dos alunos acompanham séries de TV ou veem filmes;

Pede-se:

a) Selecionado um aluno ao acaso determine a probabilidade de que o aluno somente acompanhe série de TV.

b) Selecionado um aluno ao acaso determine a probabilidade de que o aluno veja filme.

c) Selecionado um aluno ao acaso determine a probabilidade de que o aluno não acompanhe série de TV e não veja filme.

Exemplo 8

Em uma cidade existem três jornais: A, B e C. Uma pesquisa de mercado forneceu as seguintes percentagens de indivíduos que leem esses jornais:

A – 15%	A e B – 8%	A, B e C – 1%
B – 25%	A e C – 3%	
C – 9%	B e C – 4%	

Se um indivíduo deste município é selecionado ao acaso, calcule a probabilidade de que ele:

a) **Leia <u>somente</u> os jornais A e B.**

b) **Leia <u>exatamente dois</u> dos três jornais**

c) **Leia <u>somente</u> o jornal A.**

d) **Leia <u>exatamente um</u> dos três jornais.**

e) **Leia <u>os todos três</u> jornais.**

f) **Não leia <u>nenhum</u> jornal.**

g) **Leia <u>pelo menos um</u> jornal.**

Atividade Proposta

Resolver os exercícios do Roteiro de Aulas abaixo relacionados:

- Exercício 19 – pág. 90
- Exercício 35 – pág. 93
- Exercício 37 – pág. 93
- Exercício 47 – pág. 96

Probabilidade Condicional

Em muitas situações práticas o fenômeno aleatório com o qual trabalhamos pode ser separado por etapas. A informação do que ocorreu em uma determinada etapa pode influenciar as probabilidades de ocorrência das etapas sucessivas.

Considere 2 eventos A e B associados a um mesmo experimento aleatório. A probabilidade do evento A ocorrer, dada a informação de que o evento B já ocorreu, ou vai ocorrer ou está ocorrendo, é denominada de **probabilidade condicional de A dado B** , denotada como $P(A|B)$:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

em que $P(B) > 0$.

- **Postulados da probabilidade condicional:**

i. $0 \leq P(A|B) \leq 1$

ii. $P(S|A) = \frac{P(S \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$

iii. Considerando 3 eventos quaisquer: A, B e C

$$P[(A \cup B)|C] = \frac{P[(A \cup B) \cap C]}{P(C)} = \frac{P[(A \cap C) \cup (B \cap C)]}{P(C)}$$

$$= \frac{P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)}{P(C)}$$

$$= \frac{P(A \cap C)}{P(C)} + \frac{P(B \cap C)}{P(C)} - \frac{P[(A \cap B) \cap C]}{P(C)}$$

$$= P(A|C) + P(B|C) - P[(A \cap B)|C]$$

Se A e B forem **mutuamente exclusivos** então:

$$P[(A \cup B)|C] = P(A|C) + P(B|C)$$

iv. Considerando 3 eventos quaisquer: A, B e C

$$P[C|(A \cup B)] = \frac{P[C \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P[(A \cap C) \cup (B \cap C)]}{P(A \cup B)}$$

$$P[C|(A \cup B)] = \frac{P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)}{P(A \cup B)}$$

Exemplo 9

Admita que em uma fábrica 40% das mercadorias são produzidas pela máquina A, 50% pela B e os restantes 10% pela C. Admita também que essas máquinas produzem mercadorias defeituosas, conforme a distribuição apresentada na tabela abaixo:

	Máquina A	Máquina B	Máquina C	Total
Defeituosa	16	100	8	124
Não Defeituosa	144	100	32	276
Total	160	200	40	400

Ao amostrar uma mercadoria ao acaso, pede-se:

a) A probabilidade de ter sido produzida pela máquina B sabendo que a peça é defeituosa.

	Máquina A	Máquina B	Máquina C	Total
Defeituosa	16	100	8	124
Não Defeituosa	144	100	32	276
Total	160	200	40	400

b) Dado que foi produzida pela máquina A, qual a probabilidade de não ser defeituosa?

c) Sabendo que é defeituosa, qual a probabilidade de ter sido produzida pelas máquinas A ou B?

UFV

Atividade Proposta

Resolver os exercícios do Roteiro de Aulas abaixo relacionados:

- Exercício 8 – pág. 89
- Exercício 10 – pág. 89
- Exercício 15 – pág. 90
- Exercício 17 – pág. 90