

A Cia. Metalco deseja obter uma nova liga composta (exatamente) de 35% de Estanho, 30% de Zinco e 35% de Chumbo a partir de diversas ligas disponíveis com as seguintes propriedades:

Propriedade	Liga				
	1	2	3	4	5
Porcentagem de Estanho	25	25	50	35	40
Porcentagem de Zinco	30	25	40	20	45
Porcentagem de Chumbo	45	50	10	45	15
Custo (R\$/kg)	23	23	25	25	21

O objetivo é determinar a proporção dessas ligas que devem ser misturadas para produzir uma nova liga a um custo mínimo.

1. *Formule o modelo de programação linear para esse problema, resolva-o no LINGO, cole o resultado fornecido pelo software, incluindo a Análise de Sensibilidade, e preencha a tabela a seguir com o resultado ótimo obtido.*

Dica: considere a produção de exatamente 1 kg da nova liga. Dessa forma, você poderá trabalhar apenas com os percentuais, e o modelo precisará apenas das três restrições de percentual de Estanho, Zinco e Chumbo.

L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 = liga 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente;

$$\min 23L_1 + 23L_2 + 25L_3 + 25L_4 + 21L_5$$

st.

$$\text{Estanho)} 0.25L_1 + 0.25L_2 + 0.50L_3 + 0.35L_4 + 0.40L_5 = 0.35$$

$$\text{Zinco)} 0.30L_1 + 0.25L_2 + 0.40L_3 + 0.20L_4 + 0.45L_5 = 0.30$$

$$\text{Chumbo)} 0.45L_1 + 0.50L_2 + 0.10L_3 + 0.45L_4 + 0.15L_5 = 0.35$$

Variable	Value	Reduced Cost
L_1	0.000000	0.9090909
L_2	0.1818182	0.000000
L_3	0.000000	2.000000
L_4	0.4545455	0.000000
L_5	0.3636364	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
ESTANHO	0.000000	-35.72727
ZINCO	0.000000	-6.636364
CHUMBO	0.000000	-24.81818

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
L_1	23.00000	INFINITY	0.9090909
L_2	23.00000	0.8333333	2.000000
L_3	25.00000	INFINITY	2.000000
L_4	25.00000	2.000000	3.333333
L_5	21.00000	2.000000	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
ESTANHO	0.3500000	0.2898551E-01	0.6666667E-01
ZINCO	0.3000000	0.7692308E-01	0.3921569E-01
CHUMBO	0.3500000	0.2666667	0.6451613E-01

Percentual usado de cada Liga				
1	2	3	4	5
0	0.1818	0	0.4545	0.3636
Custo total da liga por kg:		R\$ 23.18		

Para as questões 2 a 5, justifique a sua resposta usando apenas as informações obtidas pelo LINGO e coladas na Questão 1, **sem resolver o problema novamente**.

2. Dos três elementos que compõem a liga (Estanho, Zinco e Chumbo), qual deles impacta mais no custo de acordo com a sua solução ótima?

R- Estanho, pois a cada unidade aumentada na porcentagem de estanho da liga, gera um acréscimo no custo de R\$0.35727.

3. Seria correto afirmar que, se o custo da Liga 5 tiver seu custo alterado para R\$22,50, o custo ótimo aumentará em R\$0,55?

R- Sim, pois de acordo com a análise de sensibilidade, o valor da Liga 5 pode ser acrescentado em até 2 sem que haja mudança na Base. Portanto, um acréscimo 1.5 apenas fará com que o custo total tenha um aumento de $1.5 * 0.3636364 = 0.545454$.

4. Seria correto afirmar que, se o custo da Liga 4 tiver seu custo alterado para R\$28,00, o custo ótimo aumentará em R\$1,36?

R- Não, pois de acordo com a análise de sensibilidade, o valor da Liga 4 pode ser acrescentado em até R\$2.00 sem que haja mudança na Base. Portanto, um acréscimo R\$3.00 fará com que haja uma mudança na base.

5. Seria correto afirmar que só será interessante usar a Liga 3 se ela custar menos que R\$23,00 por kg?

R- Sim, pois de acordo com a análise de sensibilidade, o valor da Liga 3 pode reduzir em 2 unidades sem que haja alteração na base, logo qualquer alteração igual ou abaixo deste valor torna viável a compra da Liga 3.

6. Considere que a empresa descobriu a disponibilidade de uma Liga 6 que poderia ser usada na composição da nova liga, e que essa Liga 6 possui 55% de Estanho, 25% de Zinco e 20% de Chumbo. Usando apenas a restrição dual correspondente a essa nova coluna, calcule o custo máximo que deverá ter essa liga para que ela possa ser usada de forma a reduzir ainda mais o custo ótimo.

Obs.: os preços duais devem ser usados no cálculo com seus valores invertidos em relação aos apresentados pelo LINGO. Ou seja, se o "Dual Price" estiver negativo, use o valor positivo, e vice-versa.

R-

7. Suponha que a Liga 2 esteja sobrando em grande quantidade em estoque, e a empresa decide que a nova liga deverá ser formada por no mínimo 20% de Liga 2. Mostre como a nova solução poderia ser obtida a partir do tableau ótimo usando o Simplex Dual. Faça o ajuste do tableau após a inserção da nova restrição e sua variável de folga, e indique todas as contas que devem ser feitas para o primeiro pivoteamento, ou seja, as equações básicas de linha da álgebra linear. Não é preciso fazer as contas efetivamente.

Dica: use o site (<https://www.zweigmedia.com/simplex/simplex.php?lang=en>) para obter o tableau ótimo do Simplex do problema original. Para isso, modifique todas as restrições, trocando "=" por ">=" para evitar o aparecimento das variáveis artificiais.

Importante: se não for possível determinar uma VNB para entrar na Base, significa que a nova restrição faz com que o problema fique inviável. Nesse caso, basta escrever isso na resposta em vez de indicar as equações básicas de linha.

Tableau antes do acréscimo de mais uma restrição:

BASE	L1	L2	L3	L4	L5	S1	S2	S3	RHS
-f	10/11	0	2	0	0	393/11	73/11	273/11	-255/11
L2	12/11	1	-1	0	0	69/11	-51/11	-31/11	2/11
L4	-3/11	0	1	1	0	-75/11	65/11	5/11	5/11
L5	2/11	0	1	0	1	-5/11	-25/11	15/11	4/11

R- Haverá o acréscimo de uma nova restrição ($L2 - S4 \geq 0.2$)

	BASE	L1	L2	L3	L4	L5	S1	S2	S3	S4	RHS
lin0	-f	10/11	0	2	0	0	393/11	73/11	273/11	0	-255/11
lin1	L2	12/11	1	-1	0	0	69/11	-51/11	-31/11	0	2/11
lin2	L4	-3/11	0	1	1	0	-75/11	65/11	5/11	0	5/11
lin3	L5	2/11	0	1	0	1	-5/11	-25/11	15/11	0	4/11
lin4	s4	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	2/10

multiplica por -1;

lin4 » lin4 + lin1;

S2 entra para a base;

lin4 » $(-11/51) \cdot \text{lin4}$;

	BASE	L1	L2	L3	L4	L5	S1	S2	S3	S4	RHS
lin0	-f	10/11	0	2	0	0	393/11	73/11	273/11	0	-255/11
lin1	L2	12/11	1	-1	0	0	69/11	-51/11	-31/11	0	2/11
lin2	L4	-3/11	0	1	1	0	-75/11	65/11	5/11	0	5/11
lin3	L5	2/11	0	1	0	1	-5/11	-25/11	15/11	0	4/11
lin4	S2	-12/51	0	11/51	0	0	-69/51	1	31/51	-11/51	-99/2805

lin0 » lin0 - $(73/11) \cdot \text{lin4}$;

lin1 » lin1 + $(51/11) \cdot \text{lin4}$;

lin2 » lin2 - $(65/11) \cdot \text{lin4}$;

lin3 » lin3 + $(25/11) \cdot \text{lin4}$.