Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Gabarito 1ª Lista - MAT 137 - Introdução à Álgebra Linear 2019/II

1. (a) Não
   (b) Não
   (c) Sim, ordem 4x5
   (d) Não

2. (a) $A_{5\times 6}$
   (b) $B_{3\times 6}$
   (c) $C_{3\times 4}$
   (d) $D_{4\times 3}$
   (e) $E_{3\times 5}$

3. (a) $A_{4\times 5}$
   (b) $a_{23} = 11$, $a_{35} = 3$, $a_{43} = -4$.

4. (a) $A_{3\times 2}$
   (b) $B_{2\times 3}$
   (c) $C_{3\times 2}$
   (d) $D_{2\times 3}$
   (e) $E_{3\times 2}$

5. $c_{32} = 18$, $d_{43} = 23$.

6. $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & -7 & -10 \\ -2 & 8 & -5 & -8 \\ -5 & -1 & 15 & -6 \\ -8 & -4 & 0 & 24 \end{bmatrix}$

7. (a) $A^2 = I$
   (b) $A^3 = A$
   (c) $A^{31} = A$
   (d) $A^{42} = I$

8. $x = -1$ e $y = 1$.

9. (a) $x = 4$
   (b) $x = 12$, $y = -8$ e $z = -4$
   (c) ($x = 2$, $y = -7$ e $z = -2$) ou ($x = -2$, $y = -3$ e $z = 10$)

10. (a) $\begin{bmatrix} 22 & -6 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 10 & 0 & 4 \end{bmatrix}$,
    (b) $\begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$,
    (c) $\begin{bmatrix} 9 & -13 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & -6 \end{bmatrix}$,
    (d) $\begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -14 & 2 \\ -6 & -8 \end{bmatrix}$

11. (a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
    (b) 4 matrizes, a saber $\begin{bmatrix} \sqrt{5} & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -\sqrt{5} & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \sqrt{5} & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -\sqrt{5} & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$
    (c) Não, tome $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

12.

13.

14. (a) ± 1
    (b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
    (c) $m = \pm 1$
    (d) Ortogonais: A, C e D.
    Não ortogonais: B.

15.

16.

17.

18.

19. A matriz A também é diagonal.

20. $A^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11}^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{12}^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn}^{-1} \end{bmatrix}$

21.

22. Sim

23.

24. (a) F
    (b) V
    (c) V
    (d) V
    (e) F
    (f) V
    (g) V
    (h) F
    (i) V

25. (a) 4^5
    (b) P é inversível
    (c) -9
    (d) Q é inversível

26. -5

27. (a) -1
    (b) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -14 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$,
    (c) $B^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & 0 \\ -8 & -2 & -1 & 0 \\ 13 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$,
    (d) $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 14 & -10 \\ -3 & 16 & 45 & -32 \\ -8 & 42 & 117 & -82 \\ 13 & -68 & -190 & 133 \end{bmatrix}$,
    (e) $\det C = 0$ ou $\det C = -\frac{1}{16}$.

28. $\det Q = (-2)^n$

29. (a) -1
    (b) -1
    (c) 1
    (d) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & -13 & 10 & -2 \\ 1 & 4 & -3 & 0 \\ 3 & 10 & -8 & 1 \\ 6 & 21 & -16 & 1 \end{bmatrix}$
    (e) -1
    (f) 81

30. $p(x) = x^3 - 2x^2 - x + 1$ e $A^{-1} = -\dfrac{1}{3}(A^2 - 2A - I)$.

31. (a) -123
    (b) $1 + a + b + c$
    (c) $-c^4 + c^3 - 16c^2 + 8c - 2$
    (d) -5
    (e) 120
    (f) -120

32. (a) $x = 0, -1, 1/2$
    (b) $x = 40/11$
    (c) $x = \dfrac{3}{4} \pm \dfrac{1}{4}\sqrt{33}.$

33. $\det(A) = a_{41}a_{32}a_{23}a_{14}$.

34.

35. (a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{29}{152} & \frac{11}{152} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{21}{152} & \frac{13}{152} & \frac{1}{8} \\ \frac{27}{152} & \frac{5}{132} & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$
    (b) $A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
    (c) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
    (d) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{13}{24} & 0 \\ \frac{2}{9} & \frac{16}{9} & -\frac{53}{36} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$,

36.

37. (a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -5 \\ -2 & 3 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{bmatrix}$,
    (b) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$,
    (c) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$,
    (d) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -11 & -7 & 5 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

38. $\det(B) = 1$ e $B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

39. (a) F
    (b) F
    (c) V
    (d) F
    (e) F
    (f) F
    (g) V
    (h) V
    (i) V.

40. Para o item (a) faça o produto matricial AB, onde $A = \begin{bmatrix} 249 & 12 & 52 & 52 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 400 & 600 & 450 & 650 \\ 350 & 550 & 500 & 600 \\ 350 & 600 & 500 & 650 \\ 450 & 500 & 400 & 700 \end{bmatrix}$. No item (b) basta somar 60% em cada entrada da matriz resultante.

41. (a) $A = \begin{bmatrix} 20 & 15 & 30 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 50 & 15 & 6 & 70 & 25 \\ 500 & 1 & 5 & 20 & 30 \\ 200 & 8 & 7 & 50 & 40 \end{bmatrix}$
    (b) Os elementos de AB representam o valor total de compra e o preço total de transporte de todos os materiais utilizados na construção de todos os estabelecimentos.

42. Faça os produtos AB e AC, onde $A = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 5 & 8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 25 & 15 & 70 \\ 30 & 25 & 40 \\ 60 & 10 & 55 \\ 15 & 30 & 60 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 7,5 & 5 & 4,5 & 6,5 \end{bmatrix}$

43. Cada linha representa o custo total de cada produto e as colunas representam esses custos totais em cada cidade.

44. $A.B^T = \begin{bmatrix} 71000 & 47000 & 110000 \\ 97000 & 29000 & 147000 \\ 114000 & 655000 & 176000 \end{bmatrix}$

45. (a) F
    (b) F
    (c) F
    (d) V
    (e) F
    (f) F
    (g) V
    (h) F
    (i) V
    (j) V
    (k) V
    (l) F.