

**EST 105**

**INICIAÇÃO À ESTATÍSTICA**

# **Distribuições de probabilidade (Parte 2) - Resumo**

Departamento de Estatística – UFV

Av. Peter Henry Rolfs, s/n

Campus Universitário

36570.977 – Viçosa, MG

<http://www.det.ufv.br/>



# Distribuição de Poisson

É um modelo útil pois descreve probabilidades associadas ao número de ocorrências de um fenômeno de interesse, num campo ou intervalo contínuo (em geral tempo ou espaço). Alguns exemplos:

- N° de defeitos por cm<sup>2</sup>
- N° de acidentes por dia
- N° de chamadas erradas por hora, num circuito telefônico.

## **Modelo probabilístico**

A variável aleatória discreta  $X$  segue o modelo de Poisson com parâmetro  $m$ , ou seja:

$$X \sim \text{Poisson}(m)$$

em que  $m$  é o número médio de sucessos e deve ser positivo.

### **Função de probabilidade ou f. p.**

A função de probabilidade do modelo de Poisson é dada por:

$$P(X = x) = \frac{m^x e^{-m}}{x!}.$$

em que  $e$  é a base do logaritmo neperiano ( $e = 2,718$ ) e  $x$  é o número de sucessos sendo  $x = 0, 1, 2, 3, \dots$  e  $m > 0$ .

**Medida de posição e medida de dispersão de  $X \sim Poisson(m)$ :**

- i. **Média, valor esperado ou esperança matemática da v. a. d.  $X$**

$$E(X) = m$$

- ii. **Variância da v. a. d.  $X$**

$$V(X) = m$$

**Exemplo 2.** Numa indústria, um estudo verificou que há em média 3 acidentes por mês.

a) Qual a probabilidade de que ocorra exatamente 2 acidentes por mês?

$$P(X = 2) = \frac{3^2 e^{-3}}{2!}$$

$$\textcolor{red}{P(X = 2) = 0,2240}$$

b) Qual a probabilidade de que ocorra pelo menos 2 acidentes por mês?

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + \dots$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)]$$

$$P(X \geq 2) = 1 - [0,0498 + 0,1494]$$

$$P(X \geq 2) = 1 - 0,1992$$

$$\textcolor{red}{P(X \geq 2) = 0,8008}$$

$$P(X = 0) = \frac{3^0 e^{-3}}{0!} = 0,0498$$

$$P(X = 1) = \frac{3^1 e^{-3}}{1!} = 0,1494$$

d) Qual o número esperado de acidentes por mês? E a variância?

$$E(X) = V(X) = 3$$

e) Qual a probabilidade de que ocorra exatamente 8 acidentes por trimestre?

O valor de  $m$ , a média de sucessos, deve ser atualizado para 3 meses, basta fazer uma regra de três, se são esperados 3 acidentes por mês, então em 3 meses (trimestre) são esperados:

$$\mathbf{m = 9 acidentes/trimestre}$$

$$P(X = 8) = \frac{9^8 e^{-9}}{8!}$$

$$\mathbf{P(X = 8) = 0,1318}$$

A distribuição de Poisson pode ser utilizada para aproximar a distribuição Binomial quando o número de observações de um experimento aleatório é muito grande ( $n \rightarrow \infty$ ) e a probabilidade de sucesso é muito pequena ( $p \rightarrow 0$ ). Como regra geral pode-se adotar  $n \geq 50$  e  $p \leq 0,10$  para validar esta aproximação.

Para obter a média  $m$  do modelo de Poisson quando utilizamos essa aproximação basta fazermos:

$$m = np$$

<https://pir2.forumeiros.com/t30902-aproximacao-da-binomial-np-pela-poisson-np>

**Exemplo 3:** Em um rebanho com 100 animais, sabe-se que 2% dos animais são portadores de determinada doença. Calcule a probabilidade de que exatamente 3 animais estejam doentes no rebanho utilizando o modelo Binomial e o modelo Poisson.

i. Binomial:

**sucesso = "o animal estar doente"**

**$X$  = "Número de animais doentes no rebanho"**

**$n = 100$**

**$p = 0,02 \quad q = 1 - p = 0,98$**

**$x = 0, 1, 2, 3, \dots, 100$**

$$P(X = x) = C_{n,x} p^x q^{n-x}$$

$$P(X = 3) = C_{100,3} \times 0,02^3 0,98^{100-3}$$

**$P(X = 3) = 0,1822759$**

ii. Poisson:

$$m = np = 100 \times 0,02 = 2$$

$$P(X = x) = \frac{m^x e^{-m}}{x!}$$

$$P(X = 3) = \frac{2^3 e^{-2}}{3!}$$

$$\textcolor{red}{P(X = 3) = 0,180447}$$

# Atividade Proposta

Resolver os exercícios do Roteiro de Aulas abaixo relacionados:

- Exercício 11 – pág. 152
- Exercício 18 – pág. 153

**Campus Viçosa:**  
Avenida Peter Henry Rolfs, s/n  
CEP 36570-900  
Viçosa - MG - Brasil | + 55 31 3899-2200

**Campus Florestal:**  
Rodovia LMG 818, km 6  
CEP 35690-000  
Florestal - MG - Brasil | + 55 31 3536-3300

**Campus Rio Paranaíba:**  
Rodovia MG-230, Km 8  
CEP 38810-000  
Rio Paranaíba - MG - Brasil | + 55 34 3855-9300

[www.ufv.br](http://www.ufv.br)

