Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
Departamento de Matemática

Lista 5 - P3 - MAT 137 - Introdução à Álgebra Linear

1. Quais as coordenadas do vetor $v = (1,0,0)$ em relação à base $\beta = \{(1,1,1), (-1,1,0), (1,0,-1)\}$.

2. Determine as coordenadas do vetor $u = (4,5,3)$ de $\mathbb{R}^3$ em relação às seguintes bases:

   (a) Canônica;

   (b) $\{(1,1,1), (1,2,0), (3,1,0)\}$;

   (c) $\{(1,2,1), (0,3,2), (1,1,4)\}$.

3. Quais as coordenadas do vetor $p(t) = t^3 - 2t^2 + 1$ em relação à base $\beta = \{t^3+1, t^2-1, t, 2\}$.

4. Considere a base ordenada $\gamma = \{v_1, v_2, v_3\}$ do $\mathbb{R}^3$ onde

$$v_1 = (1,0,-1), \quad v_2 = (1,1,1), \quad v_3 = (1,0,0).$$

   Encontre as coordenadas do vetor $u = (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base ordenada γ.

5. Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^2$. A matriz da mudança da base ordenada $\gamma = \{(1,1), (-2,2)\}$, para a base ordenada $\alpha = \{v_1, v_2\}$ é dada por

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

   Detremine a base ordenada α. Determine o elemento $u \in \mathbb{R}^2$ tal que $[u]_\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

6. Considere as bases $\beta = \{u_1, u_2, u_3\}$ e $\gamma = \{w_1, w_2, w_3\}$ de $\mathbb{R}^3$, relacionadas da seguinte forma:

$$\begin{cases} w_1 = u_1 - u_2 - u_3 \\ w_2 = 2u_2 + 3u_3 \\ w_3 = 3u_1 + u_3 \end{cases}.$$

   Pede-se:

   (a) Determine as matrizes de mudança de base $[I]_\gamma^\beta$ e $[I]_\beta^\gamma$.

   (b) Sabendo que

$$[u]_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix},$$

   determine o vetor u com relação à base γ.

7. Considere a seguinte matriz de mudança de base

$$[I]^{\beta}_{\beta'} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Encontre:

(a) $[v]_{\beta}$, onde $[v]_{\beta'} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

(b) $[v]_{\beta'}$, onde $[v]_{\beta} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

8. Considere o subconjunto de vetores $\beta = \{\,(1,1,0),(0,1,1),(1,0,1)\,\}$.

(a) Mostre que β é uma base para $\mathbb{R}^3$.

(b) Encontre a matriz de mudança de coordenadas, $A = [I]^{\mathcal{C}}_{\beta}$, da base canônica $\mathcal{C} = \{\,e_1, e_2, e_3\,\}$ de $\mathbb{R}^3$ para a base β. Qual é a matriz de mudança de coordenadas, $A' = [I]^{\beta}_{\mathcal{C}}$, da base β para a base canônica?

(c) Quais são as coordenadas dos vetores canônicos e_1, e_2 e e_3 em relação à base β?

(d) Quais são as coordenadas do vetor $v = (1,-2,5)$ em relação à base β?

9. Considere o subconjunto de vetores $\beta = \{\,(1,1,-2),(1,-1,0),(1,1,1)\,\}$.

(a) Mostre que β é uma base para $\mathbb{R}^3$.

(b) Encontre a matriz de mudança de coordenadas, $A = [I]^{\mathcal{C}}_{\beta}$, da base canônica $\mathcal{C} = \{\,e_1, e_2, e_3\,\}$ de $\mathbb{R}^3$ para a base β. Qual é a matriz de mudança de coordenadas, $A' = [I]^{\beta}_{\mathcal{C}}$, da base β para a base canônica?

(c) Quais são as coordenadas dos vetores canônicos e_1, e_2 e e_3 em relação à base β?

(d) Quais são as coordenadas do vetor $v = (1,-2,5)$ em relação à base β?