Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Lista da Unidade III de MAT 147 - Cálculo II

2022-2

1. Resolva as seguintes equações, explicitando a solução (quando possível):
   (a) $y' = \frac{t^2}{y(1+t^3)}$
   (b) $y' + y^2 \text{sen} t = 0$
   (c) $y' = (\cos^2 t)(\cos^2 2y)$
   (d) $\frac{dy}{dt} = \frac{t-e^{-t}}{y+e^y}$
   (e) $3e^x \tan y dx + (1-e^x)\sec^2 y dy = 0$

2. Resolva os seguintes problemas de valor inicial:
   (a) $tdt + ye^{-t}dy = 0$, $y(0) = 1$
   (b) $y' = ty^3(1+t^2)^{-1/2}$, $y(0) = 1$
   (c) $y' = \frac{e^{-x}-e^x}{3+4y}$, $y(0) = 1$
   (d) $\text{sen} 2x dx + \cos 3y dy = 0$, $y(\pi/2) = \pi/3$

3. Calcule a solução geral das seguintes equações homogêneas de coeficientes constantes:
   (a) $y'' - 2y' + y = 0$
   (b) $y'' + 3y' + 2y = 0$
   (c) $2y'' - 3y' + y = 0$
   (d) $16y'' + 24y' + 9y = 0$
   (e) $4y'' - 9y = 0$
   (f) $y'' + 6y' + 13y = 0$
   (g) $4y'' + 9y = 0$

4. Resolva os seguintes problemas de valor inicial:
   (a) $y'' + 4y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$
   (b) $y'' - 2y' + 5y = 0$, $y(\pi/2) = 0$, $y'(\pi/2) = 2$
   (c) $9y'' + 6y' + 82y = 0$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$
   (d) $y'' + y = 0$, $y(\pi/3) = 2$, $y'(\pi/3) = -4$

5. Encontre a solução geral da equação diferencial dada:
   (a) $y'' + y = \text{tg} t$
   (b) $y'' + 4y' + 4y = t^{-2}e^{-2t}$
   (c) $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^t}{1+t^2}$
   (d) $y'' + 4y = g(t)$, em que g é uma função contínua arbitrária.

6. Verifique que as funções $y_1(t) = t^2$ e $y_2(t) = t^{-1}$ satisfazem a equação homogênea associada da EDO $t^2y'' - 2y = 3t^2 - 1$, depois encontre uma solução particular da equação não homogênea dada.

7. Verifique que a função $y_1(t) = t$ é solução da equação homogênea associada da EDO $t^2y'' - 2ty' + 2y = 4t^2$, depois encontre uma solução particular da equação não homogênea dada.

8. Assinale a alternativa INCORRETA.
   (a) $y_1(x) = x$ e $y_2(x) = x^2$ são soluções fundamentais da EDO $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0, x > 0$;
   (b) A solução do PVI $y'' + 4y = 0, y(0) = 2$ e $y'(0) = 1$ é $y(x) = 2\cos 2x + \frac{1}{2}\text{sen} 2x$;
   (c) $y_1(x) = e^x$ e $y_2(x) = e^{-x}$ são soluções fundamentais da EDO $y'' - 2y' + y = 0$;
   (d) A solução geral da EDO $y'' + 2y' = 0$ é $y(x) = A + Be^{-2x}, B \in \mathbb{R}$.

9. Assinale a alternativa CORRETA.

(a) $y(x) = 4x^2 \ln x$ é solução da EDO $x^2y'' - 2xy' + 2y = 2x^2$;

(b) A solução do PVI $y'' + 3y' = 0, y(0) = -2, y'(0) = 3$, é $y(x) = 1 - 3e^{-3x}$;

(c) $y_1(x) = e^{4x}$ e $y_2(x) = xe^{4x}$ formam um conjunto fundamental de soluções para $y'' - 4y' + 4y = 0$;

(d) A solução geral da EDO $y'' - 2y' + y = e^x/x^4$ é $y(x) = e^x \left(A + Bx + \dfrac{1}{6x^2} \right)$, $A, B \in \mathbb{R}$.