EST 105

INICIAÇÃO À ESTATÍSTICA

Revisão Probabilidade

Gabriela França Oliveira

Exercício 1) Uma caixa contém 10 itens (quase idênticos entre si) dos quais 5 são fabricados na China, 3 no Vietnã e 2 no Brasil. Considere que 3 itens serão aleatoriamente amostrados desta caixa.

Como os itens são amostrados simultaneamente, a ordem não importa. Assim, ao se amostrar aleatoriamente 3 itens dentre os 10, são possíveis $n = C_{10}^{3} = 120$ resultados.

a) Qual é a probabilidade de serem amostrados exatamente dois itens fabricados na China?

$$A = \{Serem\ amostrados\ exatamente\ 2\ itens\ da\ China\},\ P(A) = ?$$

Assim, $P(A) = \frac{C_5^2 \times C_5^1}{C_{10}^2} = \frac{50}{120} = 0{,}4167 = 41{,}67\%$

- **b) Qual é a probabilidade de serem amostrados um item de cada país?**

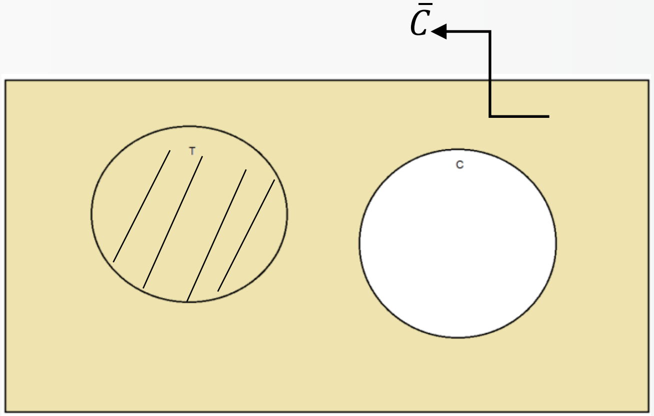
$B \ = \ \{Serem\ amostrados\ um\ item\ de\ cada\ país\},\ \ P(B) = ?$

Assim, $P(B) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_3^1}{C_{10}^2} \frac{30}{120} = 0{,}25 = 25\%$

Exercício 2: Numa certa população, a probabilidade de gostar de teatro é 1/3 enquanto que a de gostar de cinema é 1/2. Determine a probabilidade de gostar de teatro e não de cinema, nos seguintes casos:

Sejam os eventos T = {gostar de teatro} e C = {gostar de cinema}, com $\mathrm{P}(T) = \frac{1}{3}$ e $\mathrm{P}(C) = \frac{1}{2}$.

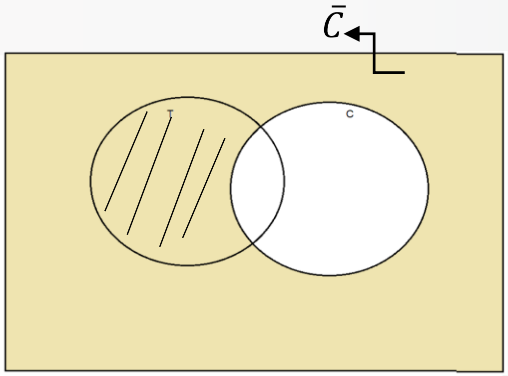
Queremos calcular $\mathrm{P}(T \cap \bar{C})$.



a) Gostar de teatro e gostar de cinema são eventos disjuntos.

Eventos disjuntos: $(T \cap C) = \emptyset$, então $\mathrm{P}(T \cap C) = 0$.

Neste caso, $\mathrm{P}(T \cap \bar{C}) = P(T) = \frac{1}{3}$.

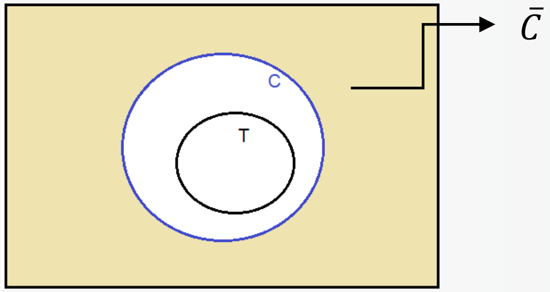


b) Gostar de teatro e gostar de cinema são eventos independentes.

Eventos independentes: $\mathrm{P}(T \cap C) = \mathrm{P}(T)P(C) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

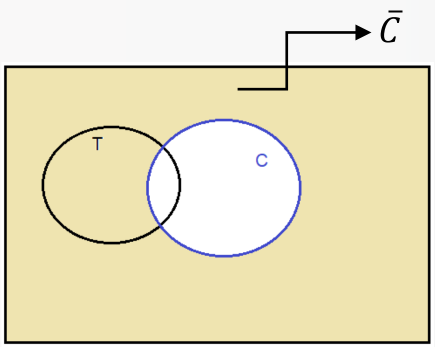
Neste caso, $\mathrm{P}(T \cap \bar{C}) = P(T) - \mathrm{P}(T \cap C) = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$.

c) Todos que gostam de teatro gostam de cinema.



$T \subset C$, então, neste caso, $P(T \cap \bar{C}) = P(\emptyset) = 0$.

d) A probabilidade de gostar de teatro e de cinema é 1/8.



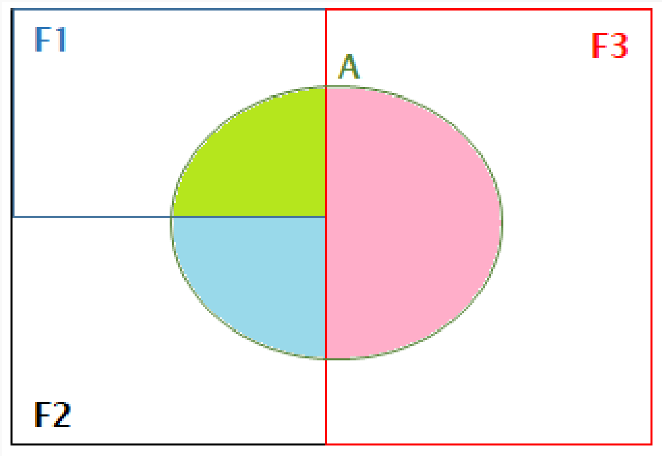
Eventos quaisquer tais que: $P(T \cap C) = \frac{1}{8}$.

Neste caso, $P(T \cap \bar{C}) = P(T) - P(T \cap C) = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$.

Exercício 3: Suponha que um fabricante de sorvetes recebe 20% de todo o leite que utiliza de uma fazenda F1, 30% da F2 e 50% da F3. Um órgão de fiscalização inspecionou as fazendas de surpresa e observou que 20% do leite produzido por F1 estava adulterado por adição de água, enquanto que para F2 e F3 essa proporção era de 5 e 2%, respectivamente. Na indústria de sorvete, os galões de leite são armazenados em um refrigerador sem a identificação das fazendas. Para um galão escolhido ao acaso, pede-se:

Dados: Fi= "leite da Fazenda i" ; A = "leite adulterado"

- $P(F1) = 0{,}20; P(F2) = 0{,}30; P(F3) = 0{,}50.$
- $P(A|F1) = 0{,}20; P(A|F2) = 0{,}05; P(A|F3) = 0{,}02.$



a) Qual a probabilidade do mesmo estar adulterado?

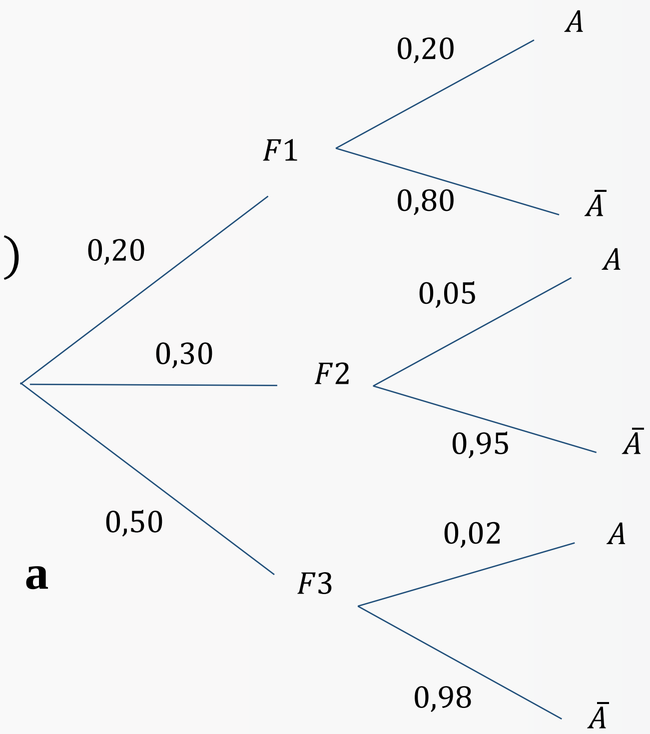
$$P(A) = P[(A \cap F1) \cup (A \cap F2) \cup (A \cap F3)\ ]$$

$$= P(A \cap F1) + P(A \cap F2) + P(A \cap F3)$$

$$= P(A|F1)P(F1) + P(A|F2)P(F2) + P(A|F3)P(F3)$$

$$= 0{,}20 \times 0{,}20 + 0{,}05 \times 0{,}30 + 0{,}02 \times 0{,}50$$

$$= 0{,}065$$



b) Sabendo que o galão está adulterado, qual a probabilidade de ter sido fornecido pela fazenda F1?

$$P(F1|A) = \frac{P(F1 \cap A)}{P(A)}$$

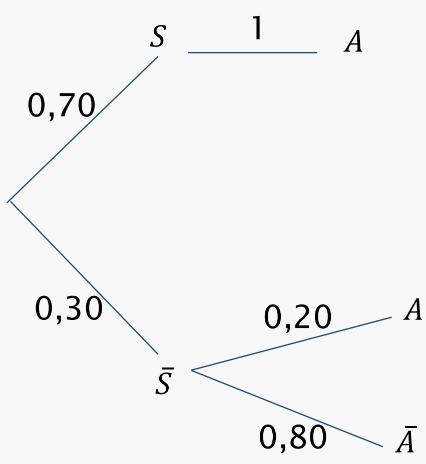
$$= \frac{0{,}20 \times 0{,}20}{0{,}065} = 0{,}615$$

Exercício 4: Uma prova de múltipla escolha contém 6 questões, cada uma com 5 alternativas e somente uma delas correta. Admita que um estudante realize esta prova nas seguintes condições:

(i) ele sabe a resposta de qualquer questão com probabilidade igual a 0,7;

(ii) ele assinala aleatoriamente uma questão somente quando ele não sabe a resposta.

Pede-se: qual é a probabilidade condicional dele ter assinalado aleatoriamente uma questão, dado que ele acertou a resposta?



$S =$ "aluno sabe a resposta" ; $A =$ "aluno acerta a resposta";

$$P(\bar{S}|A) = \frac{P(\bar{S} \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{0{,}30 \times 0{,}20}{(0{,}70 \times 1 + 0{,}30 \times 0{,}20)}$$

$$= 0{,}079.$$

Exercício 5: Sejam A, B e C três tipos de riscos associados a um investimento. Em uma análise de riscos admite-se que os riscos A e B sejam eventos independentes e ainda que os riscos B e C sejam eventos mutuamente exclusivos, associados às seguintes probabilidades: $P(A) = 0.18$, $P(B) = 0.15$, $P(C) = 0.10$ e $P(A \cap C) = 0.05$. Utilize essas informações para calcular as seguintes probabilidades:

a) Que exatamente um e somente um destes três riscos ocorra.

- A e B são eventos independentes $\Longrightarrow$

$$\boldsymbol{P(A \cap B)} = \boldsymbol{P(A)} \times \boldsymbol{P(B)} = 0.18 \times 0.15 = 0.027$$

- B e C são eventos mutuamente exclusivos $\Longrightarrow$

$$\boldsymbol{P(B \cap C) = 0}$$

Dados:

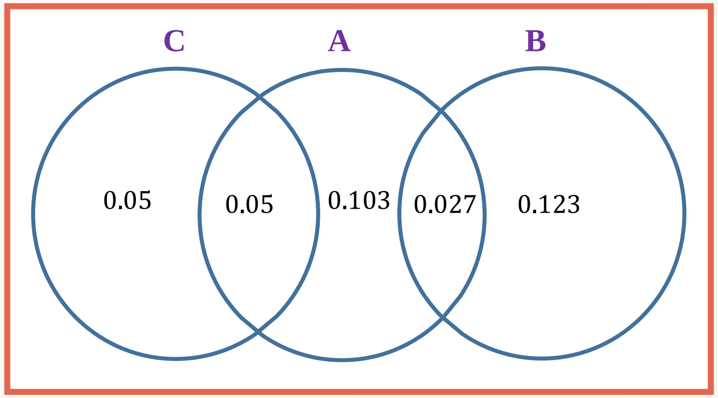
- $P(A) = 0.18,$
- $P(B) = 0.15$
- $P(C) = 0.10$
- $P(A \cap C) = 0.05$
- $P(A \cap B) = 0.027$
- $P(B \cap C) = 0$
- $P(A \cap B \cap C) = 0$

a) Que exatamente um e somente um destes três riscos ocorra.

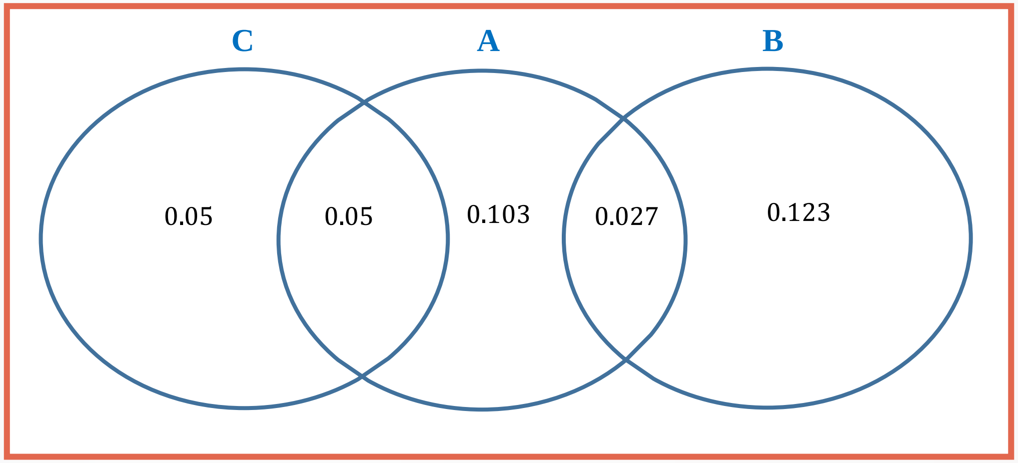
$$P(Exatamente\ um\ risco) = P(A \cap B^c \cap C^c) + P(A^c \cap B \cap C^c) + P(A^c \cap B^c \cap C)$$

$$= 0.05 + 0.103 + 0.123$$

$$= 0{,}276$$



b) Que nenhum destes três riscos ocorra.



$$P(Nenhum\ risco) = P(A^c \cap B^c \cap C^c) = P(A \cup B \cup C)^c$$

$$= 1 - P\,(A \cup B \cup C)$$

$$= 1 - (\,0.05 + 0.05 + 0.103 + 0.027 + 0.123)$$

$$= 1 - 0.353$$

$$= 0.647$$

Bons estudos!