

---

**EST 105**

**INICIAÇÃO À ESTATÍSTICA**

# **SOMATÓRIO**

## **Resumo**

Departamento de Estatística – UFV

Av. Peter Henry Rolfs, s/n

Campus Universitário

36570.977 – Viçosa, MG

<http://www.det.ufv.br/>



# Definição

Notação matemática utilizada para representar a soma de "n" valores indexados.

$$\sum_{i=L_i}^{L_s} X_i$$

**lê-se:** Somatório de  $X$  índice  $i$ , com  $i$  variando do limite inferior ( $L_i$ ) até o limite superior ( $L_s$ ).

Se o limite inferior é 1 e o limite superior é  $n$ , temos:

$$\sum_{i=1}^n X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n$$

**lê-se:** Somatório de  $X$  índice  $i$ , com  $i$  variando de 1 a  $n$ .

# Principais representações

- **Soma Simples:**

$$\sum_{i=1}^n X_i = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

- **Soma de Quadrados:**

$$\sum_{i=1}^n X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$$

- **Quadrado da Soma:**

$$\left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^2 = (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)^2$$

# Principais representações

- **Soma de Produtos:**

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + \cdots + X_n Y_n$$

- **Produto das Somas:**

$$\sum_{i=1}^n X_i \sum_{j=1}^m Y_j = (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_m)$$

**Obs.: Valores Restritos** - São valores que não serão incluídos no somatório.

**Ex.:**  $\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3}}^4 X_i$

**Exemplo:** Considere o seguinte conjunto de dados  $X = \{6, 2, 4, 1\}$  e  $y = \{3, 5, 2, 0\}$ .

a)  $\sum_{i=1}^4 X_i$

b)  $\sum_{i=1}^4 X_i^2$

c)  $(\sum_{i=1}^4 X_i)$

d)  $\sum_{i=2}^4 X_i Y_i$

e)  $(\sum_{i=1}^4 X_i)(\sum_{i=1}^4 Y_i)$

# Número de Termos (NT) ou Parcelas do Somatório

$$NT = (L_s - L_i) + 1 - r$$

$NT$  = Número de termos do somatório;

$L_s$  = Limite Superior;

$L_i$  = Limite Inferior;

$r$  = Número de restrições.

**Ex.:** Informe o número de termos dos seguintes somatórios:

a)  $\sum_{i=1}^5 X_i$

b)  $\sum_{i=6}^{14} X_i$

c)  $\sum_{\substack{i=6 \\ i \neq 7,10}}^{14} X_i$

# Propriedades

**Propriedade 1 (Somatório de uma constante):** O somatório de uma constante é igual ao produto do número de termos ( $NT$ ) pela constante ( $k$ ).

$$\sum_{i=L_i}^{L_S} k = NT \times k$$

**Propriedade 2 (Somatório do produto de uma constante por uma variável):** O somatório do produto de uma constante por uma variável é igual ao produto da constante ( $k$ ) pelo somatório da variável.

$$\sum_{i=L_i}^{L_S} kX_i = k \sum_{i=L_i}^{L_S} X_i$$

# Propriedades

**Propriedade 3 (O somatório de uma soma ou de uma diferença):** O somatório da soma (diferença) de duas variáveis é igual a soma (diferença) dos somatórios dessas variáveis, ou seja,

$$\sum_{i=L_i}^{L_S} (X_i + Y_i) = \sum_{i=L_i}^{L_S} X_i + \sum_{i=L_i}^{L_S} Y_i$$

$$\sum_{i=L_i}^{L_S} (X_i - Y_i) = \sum_{i=L_i}^{L_S} X_i - \sum_{i=L_i}^{L_S} Y_i.$$



# Passos para a solução dos somatórios

- 1) Calcular o número de termos de cada somatório;
- 2) Resolver possíveis produtos notáveis e outras operações presentes, com o objetivo de obter somas e subtrações;
- 3) Usar a propriedade 3 (distribuir os somatórios);
- 4) Usar a propriedade 2 (passar as constantes pra fora de cada somatório);
- 5) Substituir os valores e encontrar o resultado final.

# Exercícios Propostos

**Exercício 1 (Pág. 15):** Seja uma variável  $X$ , assumindo os possíveis valores:

$$X = \{5, 2, 3, 0, 1, 2, 6, 9, 4, 8\}, n=10.$$

**Calcule:**

$$(a) \sum_{i=1}^{10} X_i$$

$$(e) \sum_{i=1}^{10} (X_i - 4)$$

$$(b) \sum_{i=1}^{10} X_i^2$$

$$(f) \sum_{i=1}^{10} (X_i - 4)^2$$

$$(c) \left( \sum_{i=1}^{10} X_i \right)^2$$

$$(g) \frac{\sum_{i=1}^{10} (X_i - 4)^2}{10 - 1}$$

$$(d) \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^{10} X_i \right)^2}{10}}{10 - 1}$$

$$(h) \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10}$$

# Exercícios Propostos

**Exercício 2 (Pág. 15):** Sabendo-se que  $\sum_{i=1}^5 X_i = -6$  e  $\sum_{i=1}^5 X_i^2 = 12$ , calcule:

a)  $\sum_{i=1}^5 (4X_i + 5)$

b)  $\sum_{i=1}^5 X_i(X_i - 2)$

**Exercício 2 (Pág. 19):** Sabendo-se que  $\sum_{i=1}^5 X_i = 2,6$  e  $\sum_{i=1}^5 X_i^2 = 1,84$ ,  $\sum_{j=3}^8 Y_j = 11$  e

$\sum_{j=3}^8 Y_j^2 = 31$ . Calcule:  $\sum_{i=1}^5 \sum_{j=3}^8 (2X_i - Y_j)$ .

# Atividade Proposta

Resolver os exercícios do Roteiro de Aulas abaixo relacionados:

- Exercício 17. – página 19
- Exercício 18 . Item a. – página 19
- Exercício 28. – página 21
- Exercício 31. – página 22
- Exercício 32. Item c. – página 22
- Exercício 38. – página 23

**Campus Viçosa:**  
Avenida Peter Henry Rolfs, s/n  
CEP 36570-900  
Viçosa - MG - Brasil | + 55 31 3899-2200

**Campus Florestal:**  
Rodovia LMG 818, km 6  
CEP 35690-000  
Florestal - MG - Brasil | + 55 31 3536-3300

**Campus Rio Paranaíba:**  
Rodovia MG-230, Km 8  
CEP 38810-000  
Rio Paranaíba- MG - Brasil | + 55 34 3855-9300

[www.ufv.br](http://www.ufv.br)



Universidade Federal de Viçosa