Séries III

por
Abílio Lemos

Universidade Federal de Viçosa
Departamento de Matemática-CCE
Aulas de MAT 147 - 2022-2

Teste da Razão: Se $\sum a_n$ é uma série, tal que $a_n \neq 0$ e $\lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = L$, então

(i) se $L < 1$, então a série converge;

(ii) se $L > 1$ ou $L = \infty$, então a série diverge;

(iii) se $L = 1$, então o teste é inconclusivo.

Exemplos: Verifique se as séries abaixo são convergentes:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n!}$;

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=1}^{n} \frac{2i-1}{3i-1}$;

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$;

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{2^n}$;

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{2^n}$;

(f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{3\cdot 5\cdots(2n+1)}{n!}$;

(g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$;

(h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(n!)^2}{(2n)!}$;

(i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{3n}}{3^{2n}}$.

Teste da Raiz: Se $\sum a_n$ é uma série, tal que $a_n \neq 0$ e $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = L$, então

(i) se $L < 1$, então a série converge;

(ii) se $L > 1$ ou $L = \infty$, então a série diverge;

(iii) se $L = 1$, então o teste é inconclusivo.

Exemplos: Verifique se as séries abaixo são convergentes:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{3n+2}\right)^n$;

(b) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\ln\ n)^n}$;

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n$;

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \cdot \left(\frac{2n-1}{n+13}\right)^n$;

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{3n}\cdot\frac{1}{3^n}$;

(f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^n}{2^n}$;

(g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}e^n\cdot\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$;

(h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^{10}}{(\ln 3)^n}$;

(i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^3}{3^n}$.

- LEITHOLD, Louis. *O Cálculo com Geometria Analítica - Vol. II*, São Paulo, Editora Harbra: 1990.
- STEWART, J. *Cálculo - vol II*, São Paulo, Thomson Learning: 2002.