

MAT131 - Introdução à Álgebra

Anderson Tiago da Silva



Tipos de Proposição

Proposição Simples

Possui um único sujeito e um único complemento.

Exemplo

- 1) p : *o número 23 é primo.*
- 2) q : *5 é maior que 3!*
- 3) r : *O conjunto dos números reais é infinito.*

Proposição Composta

É formada por várias proposições simples, ligadas por operadores ou conectivos.

Exemplo

- 1) p : 4 é par e 7 não é primo.
- 2) q : 10 é múltiplo de 5 e divisor de 110.
- 3) r : Se duas retas L_1 e L_2 em \mathbb{R}^2 são paralelas e L_3 é perpendicular a L_1 , então L_3 é perpendicular a L_2 .

Nesta seção apresentamos os operadores lógicos: Conjunção, disjunção, negação, condicional e bicondicional.

Conjunção (\wedge)

- ▶ Dadas duas proposições p e q , a conjunção de p e q é a proposição $p \wedge q$ (lê-se p e q).
- ▶ A proposição $p \wedge q$ é verdadeira ($v(p \wedge q) = V$), somente quando $v(p) = v(q) = V$.
- ▶ Caso contrário, dizemos que $v(p \wedge q) = F$.
- ▶ Na escrita literal, no lugar do "e", podemos usar outras conjunções ou locuções conjuntivas, como por exemplo: mas, ao mesmo tempo, além disso, no entanto, ainda que, etc.

Exemplos

- 1) Determinar o valor lógico da conjunção das proposições $p : 2 < 3$, $q : 3! = 6$.
Depois escrever literalmente a conjunção.
- 2) Escrever simbolizadamente o enunciado: Marcos estuda em Viçosa, enquanto Luiza estuda em Belo Horizonte.

Disjunção Inclusiva (\vee)

- ▶ Dadas duas proposições p e q , a disjunção inclusiva de p e q é a proposição $p \vee q$ (lê-se p ou q).
- ▶ A proposição $p \vee q$ é falsa ($v(p \vee q) = F$), somente quando $v(p) = v(q) = F$.
- ▶ Caso contrário, dizemos que $v(p \vee q) = V$.

Exemplos

- 1) Escrever simbolicamente o enunciado: O time da várzea é muito ruim ou os outros times são muito fortes.
- 2) Determine o valor verdade de $p \vee q$ sabendo que $p : 2! \text{ divide qualquer } n!$ para $n \geq 2 \in \mathbb{N}$, $q : \sqrt{9} = \pm 3$

Disjunção exclusiva ($\underline{\vee}$)

- ▶ Dadas duas proposições p e q , a disjunção exclusiva de p e q é a proposição $p \underline{\vee} q$ (lê-se ou p ou q).
- ▶ A proposição $p \underline{\vee} q$ é verdadeira ($v(p \underline{\vee} q) = V$), somente quando $v(p) \neq v(q)$.
- ▶ Caso contrário, dizemos que $v(p \underline{\vee} q) = F$.

Negação (\sim)

- ▶ Sendo p uma proposição, a negação de p é uma nova proposição, que costuma designar-se por $\sim p$ (lê-se não é o caso de p , mas pode variar).
- ▶ A proposição $\sim p$ é verdadeira se $v(p) = F$ e falsa, se $v(p) = V$.

Exemplos

Determine a negação das proposições a seguir:

- 1) 2 é maior que 7.
- 2) $\sqrt{2}$ é um número irracional.

Condicional ou Implicação (\rightarrow)

- ▶ Dadas duas proposições p e q , a condicional de p e q é a proposição $p \rightarrow q$ (Lê-se se p , então q , dentre outras formas).
- ▶ A proposição $p \rightarrow q$ é falsa, ou seja $v(p \rightarrow q) = F$ unicamente quando $v(p) = V$ e $v(q) = F$. Nos demais casos, $v(p \rightarrow q) = V$.
- ▶ Na proposição condicional, a proposição p é chamada de **hipótese/premissa/antecedente** e, a proposição q é chamada de **tese/conclusão/consequente**.

Exemplo

- ▶ Determinar o valor de verdade da afirmação: O número 11 é divisor de 121 ou 289 é múltiplo de 17, logo 1101 é divisível por 11.

Bicondicional ou equivalência (\leftrightarrow)

- ▶ Dadas duas proposições p e q , a bicondicional de p e q é a proposição $p \leftrightarrow q$ (Lê-se p se, e somente se, q , dentre outras formas).
- ▶ A proposição $p \leftrightarrow q$ é verdadeira, ou seja $v(p \leftrightarrow q) = V$ unicamente quando $v(p) = v(q)$. Nos demais casos, $v(p \leftrightarrow q) = F$.

Exemplo

- ▶ Determine o valor de verdade da seguinte afirmação: 10 é divisível por 2 se, e somente se, é divisível por 5 ou por 7.

Exercício

- ▶ Considere as seguintes proposições: $p : 4 - 7 = 2$, $q : 2^3 > 3!$, r : o polinômio $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ é divisível por $x + 1$ se, e somente se, o resto é igual a zero. Determinar o valor lógico de $[(p \vee r) \wedge (p \wedge q)] \leftrightarrow [q \leftrightarrow (r \rightarrow q)]$