EXPLORANDO DERIVADAS E INTEGRAIS:
FUNDAMENTOS E APLICAÇÕES

$$\frac{d}{dx}[x^n] = nx^{n-1}$$

$\int$

PATRICK OLIVEIRA

CAPÍTULO 1

Por que Estudar Derivadas e Integrais?

- **Compreensão do Mundo Natural:**
- Ex: Crescimento populacional

- **Solução de Problemas:**
- Ex: Otimização sistemas

- **Fundamentos da Matemática:**
- Ex: análise matemática

- **Aplicações Práticas:**
- Ex: Atividades de Mercado

- **Desenvolvimento de Habilidades Analíticas:**
- Ex: resolução de problemas

CAPÍTULO 2

Introdução às Derivadas e Integrais

- derivadas e integrais, conceitos fundamentais da matemática.

- ✓ As derivadas representam a taxa de variação instantânea de uma função.

- ✓ As integrais representam a acumulação de uma quantidade ao longo de um intervalo.

CAPÍTULO 3

Derivadas: A Arte da Taxa de Variação

- Imagine um carro em movimento: a derivada da posição em relação ao tempo é a velocidade instantânea.

- Apresentaremos através das propriedades, técnicas para calcular derivadas, como a regra do produto e a regra da cadeia, e discutiremos sua aplicação em problemas de economia.

➢ PROPRIEDADES DERIVADAS

1. $f(x) = k$ constante → $f'(x) = 0$

2. $f(x) = x$ → $f'(x) = 1$

3. $f(x) = x^{n}$ → $f'(x) = n.x^{n-1}$

4. $f(x) = e^{x}$ → $f'(x) = e^{x}$

5. $f(x) = \ln(x)$ → $f'(x) = \frac{1}{x}$

OBS: Objetivo das propriedades e facilitar e agilizar na resoluções das derivadas

1. Soma e Subtração:

Regra: f(x)= a±b → f(x)= a ± f(x)=b

$\boldsymbol{f(x)=x^2+3x}$

$f'(x)=x^2+3x$

$f'(x)=x^2 + f'(x)=3x$

$f'(x)=2x + f'(x)=3$

$\boldsymbol{f'(x)=2x+3.}$

2. Regra Produto:

Regra: f(x)= a.b → f'(x)= a'.b+a.b'

$\boldsymbol{f(x)=x^2\cdot\sin(x)}$

$f'(x)=2x\cdot\sin(x) + x^2\cdot\cos(x)$

$\boldsymbol{f'(x)=2x\cdot\sin(x)+x2\cdot\cos(x).}$

3. Regra Quociente:

Regra: $f(x) = a/b \rightarrow f'(x) = \dfrac{a'.b - a.b'}{b^2}$

$$f(x) = \sin(x) / x^2$$

$$f'(x) = \frac{\cos(x) \cdot x^2 - \sin(x).2x}{(x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cos(x) \cdot x^2 - \sin(x).2x}{x^4}$$

4. Regra da Cadeia:

Regra: $f(x) = (a(b)) \rightarrow f(x) = a'b \,.b'$

$$f(x) = e^{2x}$$

$$f'(x) = e^{2x} \,.\, 2$$

$$f'(x) = 2e^{2x}$$

Aplicação na economia:

1. Um distribuidor nacional de brinquedos determina os modelos de custo e receita de um de seus jogos.

- $C = 2{,}4x - 0{,}0002x^2 \quad 0 \le x \le 6.000$
- $R = 7{,}2x - 0{,}001x^2 \quad 0 \le x \le 6.000$

➢ $P = R - C$

P = $(7{,}2x - 0{,}001x^2) - (2{,}4x - 0{,}0002 - x^2)$

P = $4{,}8x - 0{,}0008x^2$.

2. iguale o lucro marginal derivando P a zero e resolva para determinar x (jogos).

$P' = 4{,}8 - 0{,}0016x$

$4{,}8 - 0{,}0016x = 0$

$$x = \frac{-4{,}8}{-0{,}0016}$$

X=3000 ponto máximo lucro

(0 a 3000) o P' é positivo, lucro crescente
(3000 a 6000) o P' é negativo, lucro decrescente

CAPÍTULO 4

Integrais: Acumulando Quantidades

- Integrais são uma parte fundamental do cálculo e da matemática aplicada. Elas são usadas para calcular áreas sob curvas, volumes de sólidos, trabalhos realizados por forças variáveis e muito mais.

- Em essência, as integrais são uma ferramenta poderosa para determinar a acumulação de uma quantidade ao longo de um intervalo.

- Esta operação de determinar a função original a partir de sua derivada é a operação inversa da derivação e é chamada de **primitivação**.

- **A notação:**

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

PROPRIEDADES DERIVADAS

1. $\int kdx = kx + c$ k é constante

2. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$

3. $\int [f(x) \pm g(x)] = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

4. $\int x^n \, dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C \qquad n \neq -1$

OBS: Objetivo das propriedades e facilitar e agilizar na resoluções das integrais

Aplicação na economia:

O custo marginal para se produzir *x* unidades de um produto é modelado por:

$$\frac{dCp}{dx} = 32 - 0{,}04X$$

O preço para produzir uma unidade é \$ 50. Determine o preço para produzir 300 un.

$$Cp = \int (32 - 0{,}04x)dx$$

$Cp = 32x - 0{,}02x^2 + C$

Determinando a condição inicial para (C):

$Cp = 50$ $\qquad x = 1$

$50 = 32 \cdot (1) - 0{,}02 \cdot (1)^2 + C$

$C = 18{,}02$

- Para produzir 300 un. o custo será?

$Cp = 32 \cdot (300) - 0{,}02 \cdot (300)^2 + 18{,}02$

$CP = 9.600 - 1800 + 18{,}02$

CP = 7.818,02 R$

AGRADECIMENTOS:

Este e-book foi produzido com o auxílio da inteligência artificial, combinando referências dos ensinamentos de Ron Larson com meu próprio material. Esperamos que essa colaboração resulte em uma experiência enriquecedora de aprendizado para você. Agradecemos sua companhia nesta jornada.

https://github.com/PatrickSoliv

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

LARSON, R; Cálculo aplicado: Curso Rápido; **Cengage Learning**; São Paulo; ed.8; 2010

CHATGPT; **ChatGPT**; disponível em: https://chat.openai.com/
Acesso em 27 maio 2024.

LEONARDO AI; **leonardo a**i; disponível em: https://leonardo.ai/
Acesso em: 20 maio 2024