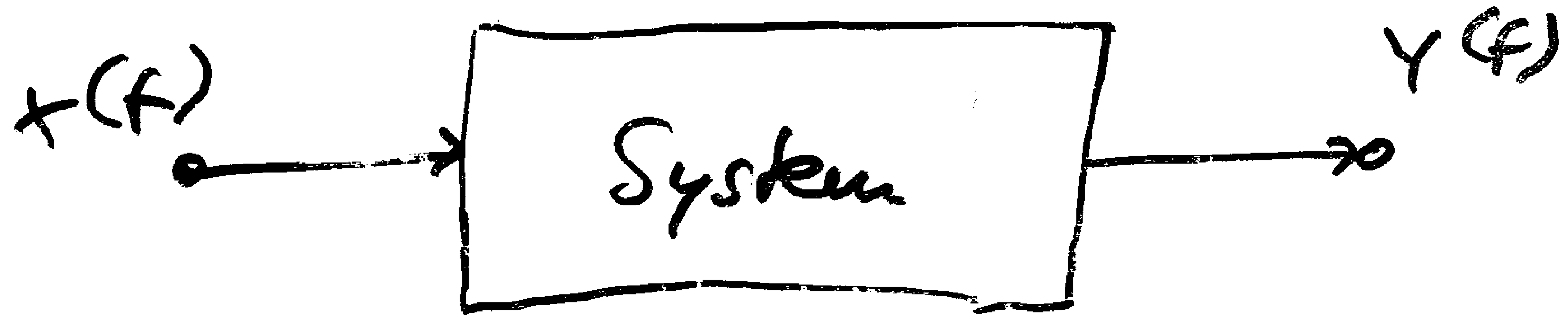
~~1.2~~ 2. Systemeigenschaften



$$y(t) = f\{x(t)\} = \underbrace{T}_{\text{Transformation}}\{x(t)\}$$

z.B.: idealer Verstärker v:

$$y(t) = v \cdot x(t)$$

~~1.2.1.~~ 2.1 Linearität

Superpositionsprinzip:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y(t) = T\{x(t)\}$$
$$= T\{x_1(t) + x_2(t)\}$$

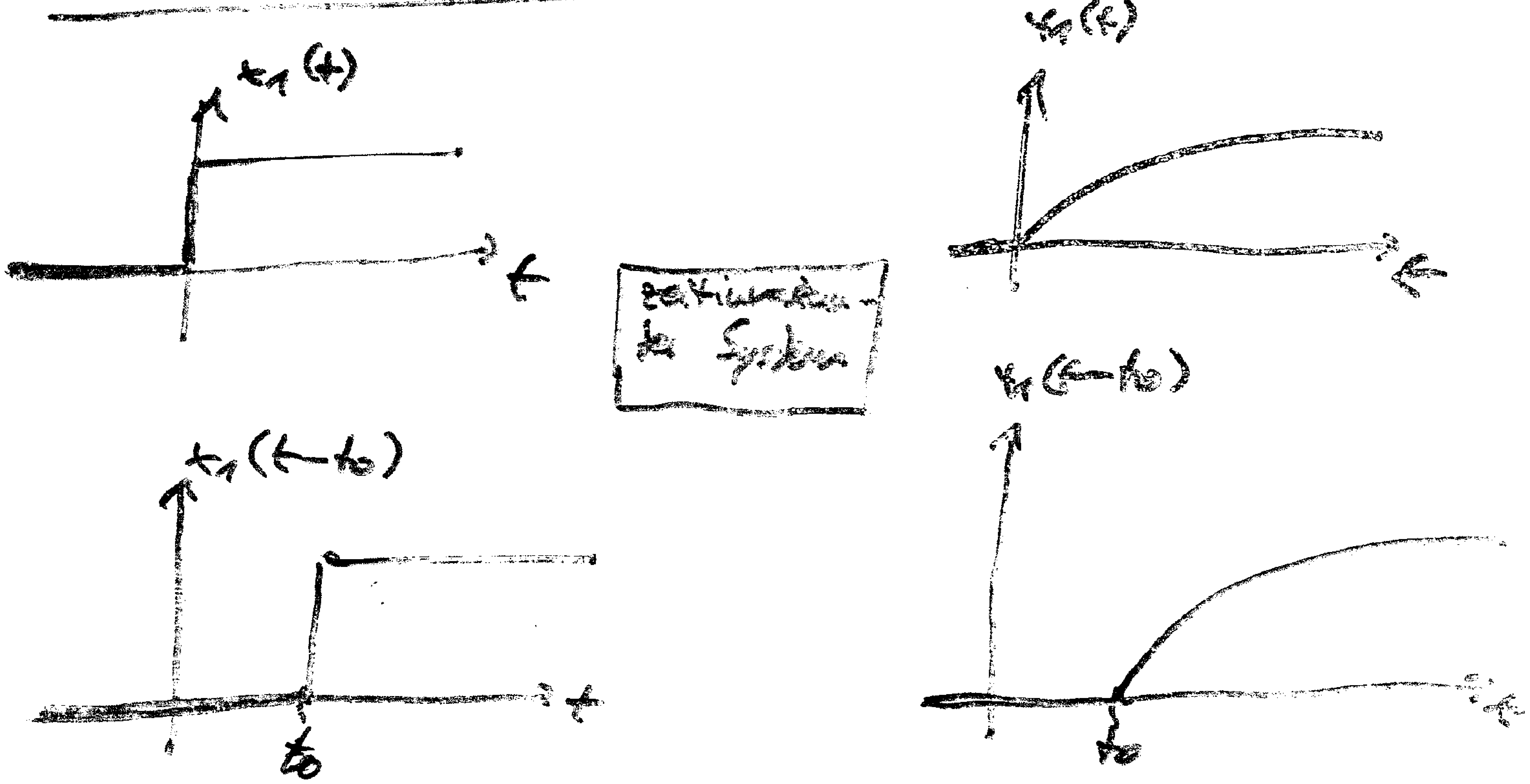
Fall der Linearität:

$$= T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\}$$
$$= y_1(t) + y_2(t)$$

Homogenität

Zusammenfassung: $$T\left\{\sum_{n=1}^{N} k_n \cdot x_n(t)\right\} = \sum_{n=1}^{N} k_n \cdot T\{x_n(t)\}$$

2.2.
~~1.2.2~~ Zeitinvarianz



2.1: ~~1.2.1~~ Linearität
\+
~~1.2.2~~ 2.2. Zeitinvarianz

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{LTI-Systeme}}$

(Linear Time Invariant Systems)

Beispiel:

$x_1(t) = \cos(\omega t)$; System: $y_1(t) = \frac{1}{2}\cos(\omega t - \pi/3)$

Frage:

$x_2(t) = \sin(\omega t) \rightarrow y_2(t) = ?$

$= \cos(\omega t - \pi/2) = \cos\left[\omega\left(t - \underbrace{\frac{\pi}{2\omega}}_{= t_0}\right)\right] = x_1\left(t - \frac{\pi}{2\omega}\right)$

$\Rightarrow y_2(t) = y_1\left(t - \frac{\pi}{2\omega}\right) = \frac{1}{2}\cos\left[\omega\left(t - \frac{\pi}{2\omega}\right) - \pi/3\right]$

$= \frac{1}{2}\cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{6}\right) = \underline{\frac{1}{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)}$

2.3 ~~1.2.3.~~ Stabilität

für $|x(t)| \le M < \infty$

$\downarrow$ stabile Systeme

$|y(t)| \le N < \infty$

BIBO-Stabilität:

Bounded **I**nput **B**ounded **O**utput

Beispiel: $x(t) = \varepsilon(t)$

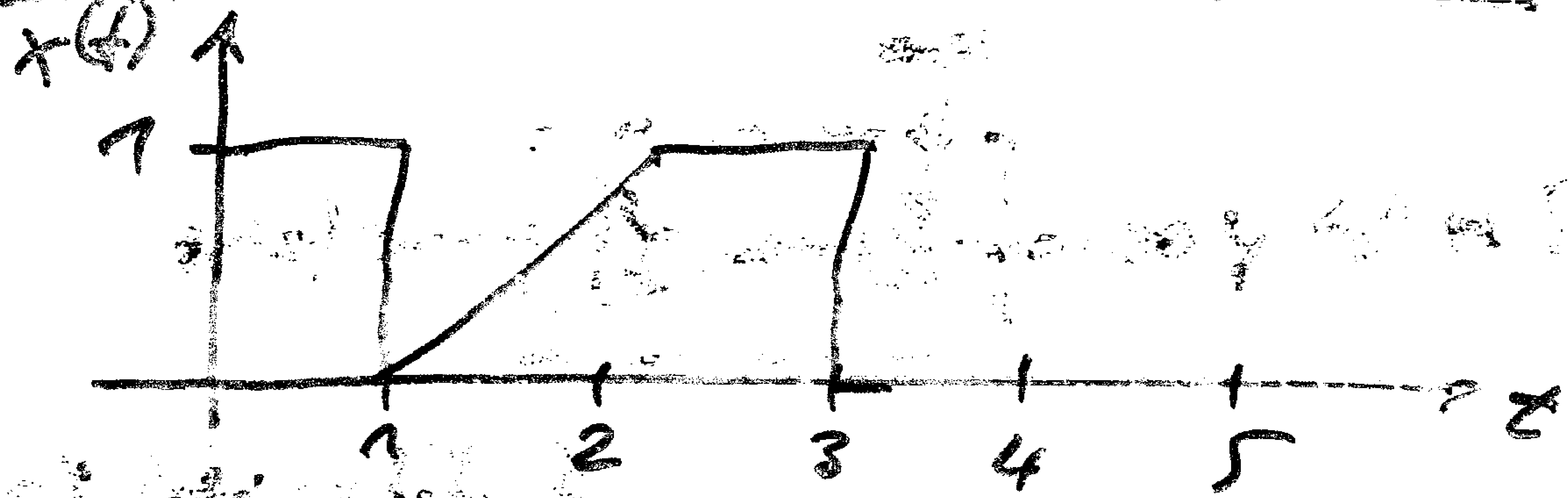
$y_1(t) = 1 - e^{-t}$ immer stabil

$y_2(t) = 1 - e^{+t}$ nicht stabil

2.4 ~~1.2.4.~~ Kausalität

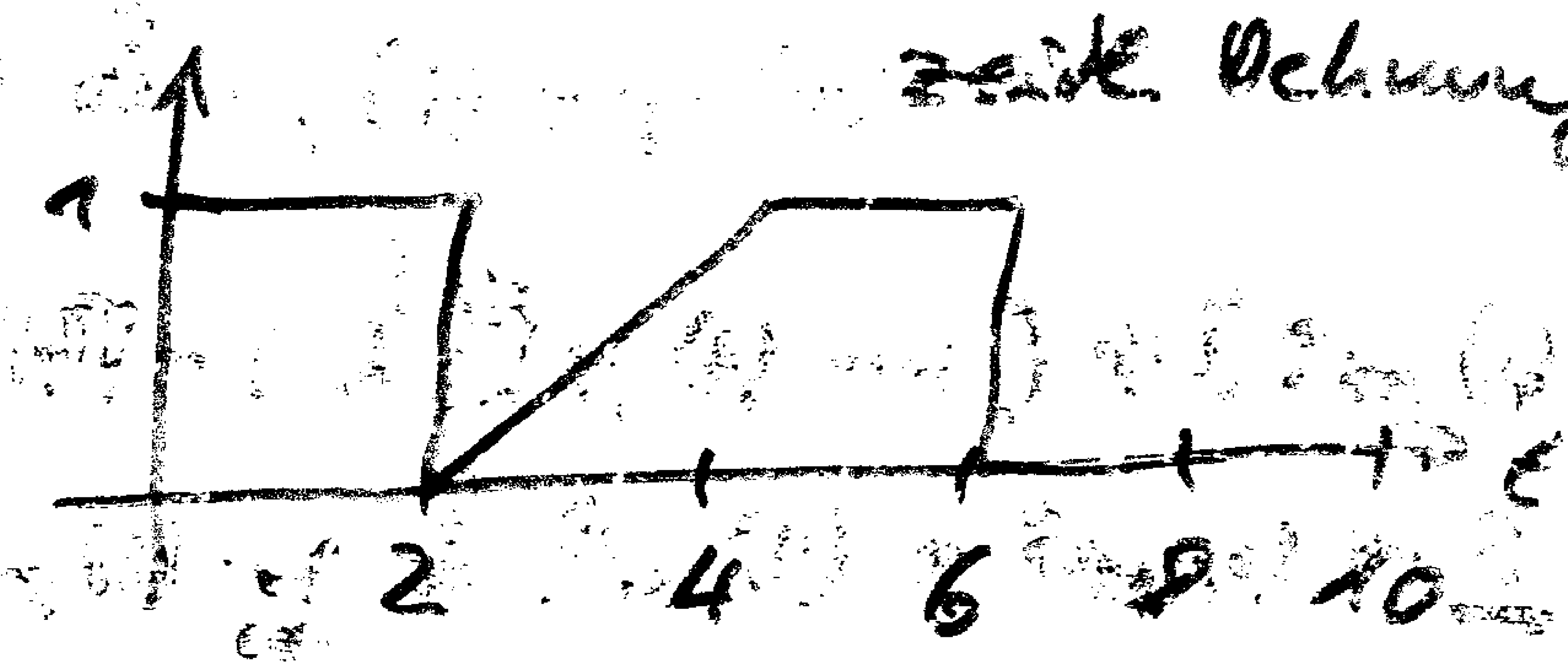
Wirkung nie vor Ursache!

Ü2.1. Systemeigenschaften

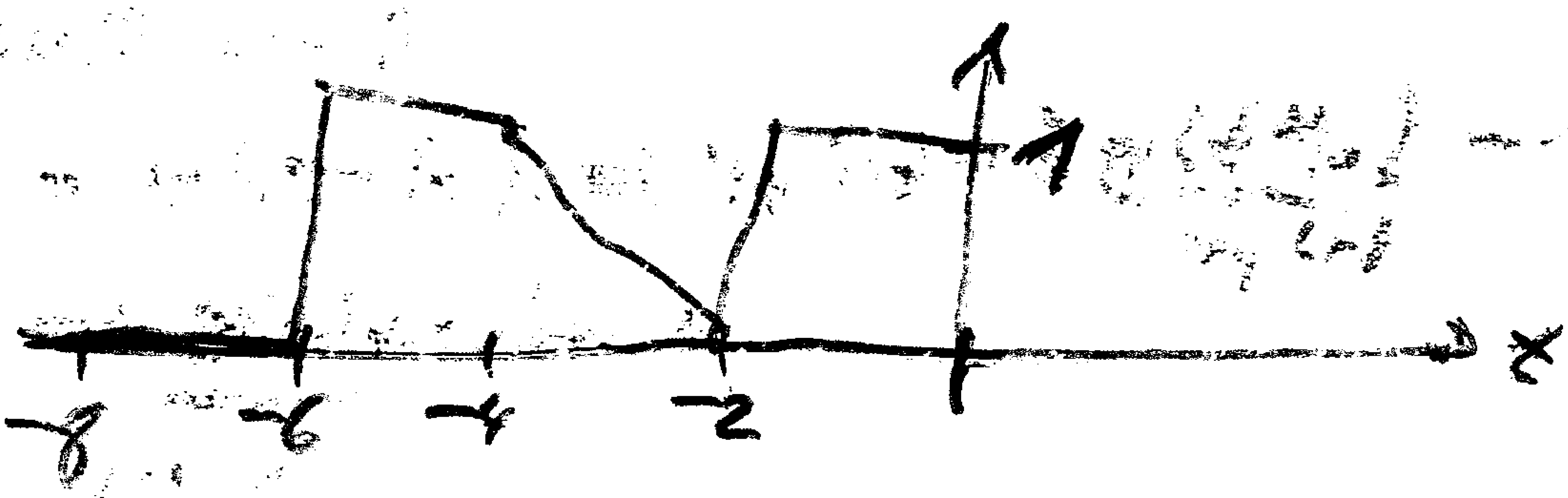


$$x(t) \longrightarrow \boxed{y(t) = x(1-\tfrac{t}{2})} \longrightarrow y(t)$$

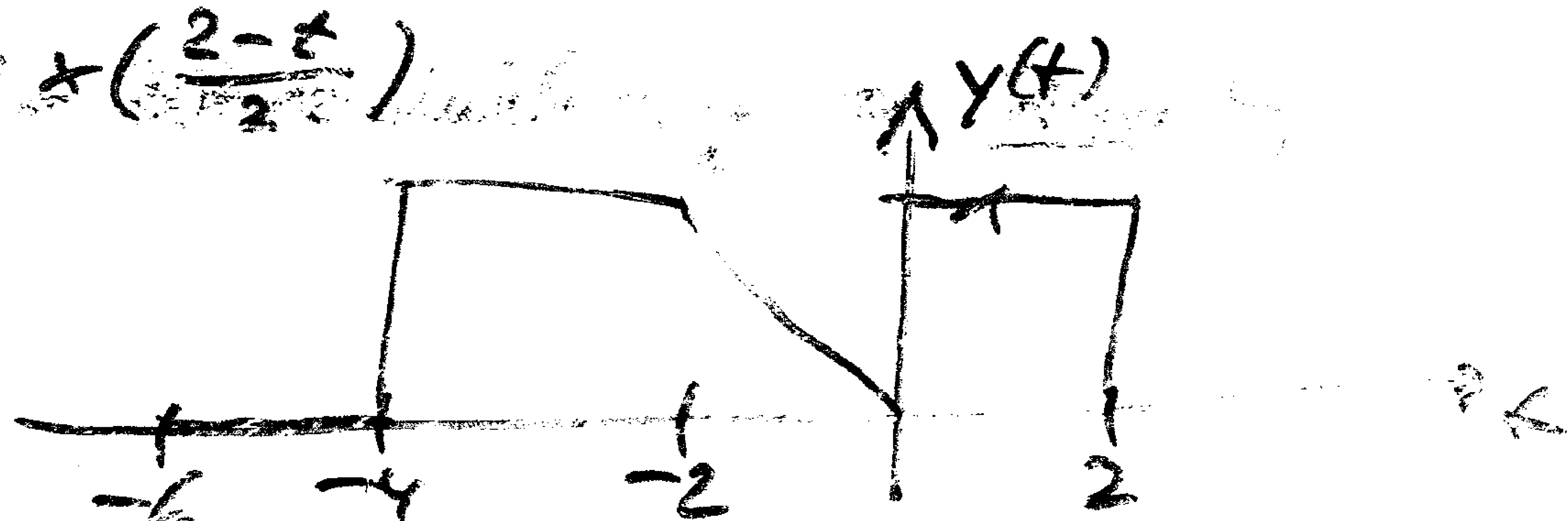
a) $x(\frac{t}{2})$ zeitl. Dehnung



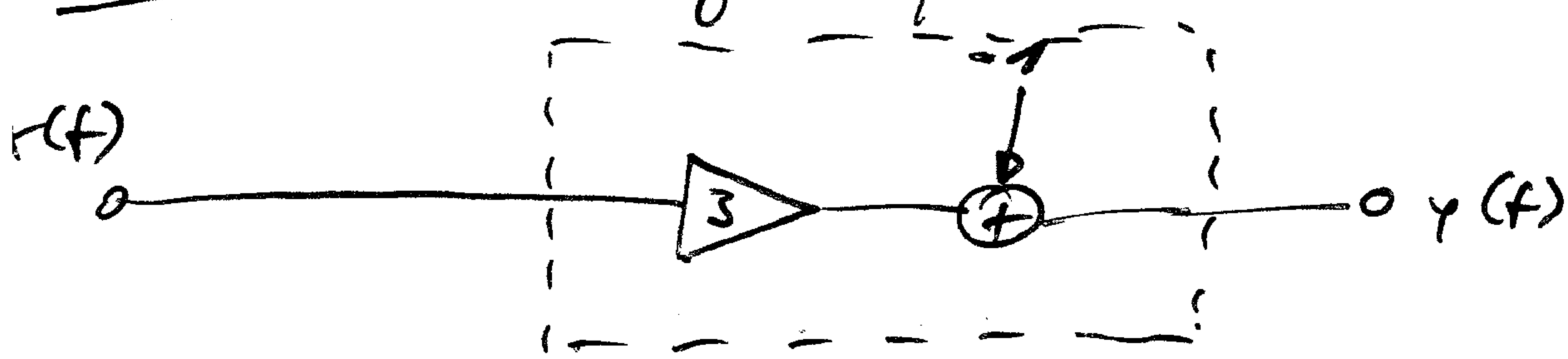
b) $x(-\frac{t}{2})$ Spiegelung



c) $x(1-\frac{t}{2}) = x(\frac{2-t}{2})$



~~Ü 1.3.~~ Ü 2.2. Systemeigenschaften



$x(t) =$ wie Ü 2.1. $\qquad y(t) = 3x(t) - 1$

a) Linearität?

$y_1(t) = 3x_1(t) - 1$

$y_2(t) = 3x_2(t) - 1$

$y_3(t) = 3[x_1(t) + x_2(t)] \underline{-1}$

$y_1(t) + y_2(t) = 3x_1(t) - 1 + 3x_2(t) - 1 = 3[x_1(t) + x_2(t)] \underline{-2}$

$\Rightarrow$ <u>nicht</u> linear!

b) Zeitinvarianz?

$\tilde{x}(t) = x(t - t_0) \Rightarrow \tilde{y}(t) = 3x(t - t_0) - 1$

$\Rightarrow$ zeit<u>in</u>variant!

c) Kausalität?

keine Zeitverschiebung $\Rightarrow$ <u>kausal</u>!

d) Stabilität?

$\Rightarrow$ <u>stabil</u>!

Ü2.3. Systemeigenschaften

Sind die Systeme a) linear? b) zeitinvariant?

1) $y(t) = \frac{d}{dt}(x(t))$

2) $y(t) = x^2(t)$

3) $y(t) = x(-t)$

4) $y(t) = x(t) + 1$

5) $y(t) = x(at)$

6) $y(t) = m(t) \cdot x(t)$, $m(t) = \sin(at)$

2.3. Systemeigenschaften

4) $y(t) = x(t) + 1$

a) Linearität?

$y_1(t) = x_1(t) + 1$
$y_2(t) = x_2(t) + 1$

$y_3(t) = [x_1(t) + x_2(t)] + \underline{1}$

$y_1(t) + y_2(t) = [x_1(t) + x_2(t)] + \underline{2}$

$\Rightarrow$ nicht linear!

b) Zeitinvarianz?

$x_4(t) = x(t - t_0)$
$y_4(t) = x(t - t_0) + 1$

$\Rightarrow$ zeitinvariant

c) Kausalität?

- $\underline{y(t) = 1}$ für $x(t) = 0$, $-\infty \leq t \leq \infty$
- Änderung von $y(t)$ erst, wenn sich $x(t)$ geändert hat $\Rightarrow$ kausal