

# Standard Cool Library

Patricky

Southwestern Petroleum University

September 2022

# Contents

<b>初</b>	<b>3</b>
快读 . . . . .	3
对拍 . . . . .	3
<b>数据结构</b>	<b>4</b>
线段树 . . . . .	4
lazy 线段树 . . . . .	4
二维数点 . . . . .	5
<b>图</b>	<b>6</b>
DSU on tree . . . . .	6
Dinic . . . . .	6
mcmf . . . . .	7
2SAT . . . . .	8
<b>智力题</b>	<b>9</b>
找出数组中仅出现一次的数。 . . . .	9
子集和 . . . . .	9
子段和 . . . . .	9
子段最值和 . . . . .	9
子段 gcd 和 . . . . .	9
最少修改多少数使得原数组非严格递增 . . . . .	10
最少修改多少数使得原数组严格递增 . . . . .	10
最大子段积 . . . . .	10
<b>一些题</b>	<b>10</b>
对区间的异或依然是区间吗 . . . . .	10
多次询问某区间内所有区间的异或和。 . . . .	12
<b>数学</b>	<b>13</b>
Z . . . . .	13
Poly . . . . .	13
<b>杂项</b>	<b>15</b>
随机数 . . . . .	16
浮点数比较 . . . . .	16
二维偏序排序规则 . . . . .	16
G . . . . .	16
<b>算法竞赛中的若干 C++ 语法操作</b>	<b>16</b>
前言 . . . . .	16
预处理 . . . . .	17
~ 万能头及其预编译 —— #include . . . . .	17
! 文本替换宏 —— #define / #undef / 预定义替换宏 . . . . .	17
条件宏 . . . . .	17
断言 . . . . .	18
~ 命名空间 . . . . .	18
* 作用域 – 另一个解决命名冲突的方法 . . . . .	18
运算符的重载 . . . . .	18
* 仿函数 / 函子 . . . . .	19
函数对象 std::function . . . . .	19
折叠表达式 . . . . .	20
输出::std::tuple . . . . .	20
输出调试信息 . . . . .	20
节省或浪费生命的小玩意 . . . . .	20
超短的小语法 . . . . .	20
输出变量的类型 . . . . .	21

高维 vector . . . . .	21
if / switch 中定义变量 . . . . .	22
auto , 初始化, CTAD , 结构化绑定等 . . . . .	22
输入一行带空格的字符串 . . . . .	23
多个字符串黏起来的字符串 . . . . .	23
原始字符串 . . . . .	23
一些好用的 STL 类、函数 . . . . .	23
类 . . . . .	23
排序、乱序等 . . . . .	23
创建一个排列 . . . . .	24
累积 accumulate . . . . .	24
求最值 . . . . .	24
离散化 . . . . .	24
其他 . . . . .	24
其他注意事项 . . . . .	25
后记、致谢、贴贴 . . . . .	25
changelog . . . . .	25

## 初

```
1  #!/bin/zsh
2  g++ $1 -std=c++23 -fsanitize=undefined -g -Wall -Wextra -Wfatal-errors -Os -DLOCAL -o ${1%%.*} && time ./${1%%.*}

1  BasedOnStyle: LLVM
2  UseTab: Never
3  IndentWidth: 4
4  DerivePointerAlignment: false
5  PointerAlignment: true
6  AlwaysBreakAfterReturnType: None
7  AlwaysBreakTemplateDeclarations: true
8  AlwaysBreakBeforeMultilineStrings: true
9  AlignOperands: true
10 AlignAfterOpenBracket: true
11 AlignConsecutiveBitFields: true
12 AlignConsecutiveMacros: true
13 ConstructorInitializerAllOnOneLineOrOnePerLine: true
14 AllowAllConstructorInitializersOnNextLine: false
15 BinPackArguments: false
16 BinPackParameters: false
17 IncludeBlocks: Regroup
```

## 快读

```
1  inline char nc() {
2      static char buf[100000], *p1 = buf, *p2 = buf;
3      return p1 == p2 && (p2 = (p1 = buf) + fread(buf, 1, 100000, stdin), p1 == p2) ? EOF : *p1++;
4  }
5
6  template <typename T>
7  bool read(T& v) {
8      static char ch;
9      while (ch != EOF && !isdigit(ch)) ch = nc();
10     if (ch == EOF) return false;
11     for (v = 0; isdigit(ch); ch = nc()) v = v * 10 + ch - '0';
12     return true;
13 }
14
15 template <typename T>
16 void write(T p) {
17     static int stk[70], tp;
18     if (p == 0) { putchar('0'); return; }
19     if (p < 0) { p = -p; putchar('-'); }
20     while (p) stk[++tp] = p % 10, p /= 10;
21     while (tp) putchar(stk[tp--] + '0');
22 }
```

## 对拍

```
1  #!/bin/zsh
2  g++ -o r main.cpp -O2 -std=c++17
3  g++ -o std std.cpp -O2 -std=c++17
4  while true; do
5      python gen.py > in
6      ./std < in > stdout
7      ./r < in > out
8      if test $? -ne 0; then
9          exit 0
10     fi
11     if diff stdout out; then
12         printf "AC\n"
13     else
14         printf "GG\n"
15         exit 0
16     fi
17 done
```

# 数据结构

## 线段树

```
1  template <class S, S (*op)(S, S), S (*e)()>
2  class SegTree {
3      const int n, siz;
4      vector<int> node;
5      vector<S> tr;
6      void pushup(int u) { tr[u] = op(tr[u << 1], tr[u << 1 | 1]); }
7      S get(int u, int l, int r, int ql, int qr) {
8          if (qr <= l or r <= ql) { return e(); }
9          if (ql <= l and r <= qr) { return tr[u]; }
10
11          int m = (l + r) >> 1;
12          return op( get(u << 1, l, m, ql, qr), get(u << 1 | 1, m, r, ql, qr));
13      }
14      template <class F>
15      int lower_bound(int u, int l, int r, F &&check) {
16          if (r - l == 1) { return l; }
17          int m = (l + r) >> 1;
18          if (check(tr[u << 1])) {
19              return lower_bound(u << 1, l, m, check);
20          } else {
21              return lower_bound(u << 1 | 1, m, r, check);
22          }
23      }
24      template <class F>
25      int upper_bound(int u, int l, int r, F &&check) {
26          if (r - l == 1) { return l; }
27          int m = (l + r) >> 1;
28          if (check(tr[u << 1 | 1])) {
29              return lower_bound(u << 1 | 1, m, r, check);
30          } else {
31              return lower_bound(u << 1, l, m, check);
32          }
33      }
34      public:
35      SegTree(int n) : SegTree(vector<S>(n, e())) { }
36      SegTree(const vector<S> &a): n(a.size()), siz(4 << __lg(n)), node(n), tr(siz) {
37          function<void(int, int, int)> build = [&](int u, int l, int r) {
38              if (r - l == 1) { node[l] = u; tr[u] = a[l]; return; }
39              int m = (l + r) >> 1; build(u << 1, l, m); build(u << 1 | 1, m, r); pushup(u);
40          };
41          build(1, 0, n);
42      }
43      void set(int p, const S &v) { assert(0 <= p < n); p = node[p]; tr[p] = v; while (p >>= 1) { pushup(p); } }
44      S get(int p) { assert(0 <= p < n); return tr[node[p]]; }
45      S get(int l, int r) { assert(0 <= l <= r < n); return get(1, 0, n, l, r); }
46      int lower_bound(function<bool(S)> &&check) { return lower_bound(1, 0, n, check); }
47      int upper_bound(function<bool(S)> &&check) { return upper_bound(1, 0, n, check); }
48  };
```

## lazy 线段树

```
1  #define ls u << 1
2  #define rs ls | 1
3  template < class S, S (*op)(S, S), S (*e)(), class F, S (*mapping)(F, S), F (*merge)(F, F), F(*id)() >
4  // S 是元素类型
5  // op 是 S 和 S 的合并操作
6  // e 是 S 的单位元
7  // F 是懒标记
8  // mapping 是 F 对 S 的映射
9  // merge 是 F 和 F 的合并操作
10 // id 是 F 的单位元
11
12 /* 区间加 & 区间乘
13  * struct S { Z sum; Z len; };
14  * struct F { Z mul; Z add; };
15  * S op(S a, S b) { return { a.sum + b.sum, a.len + b.len }; }
```

```

16 * S e() { return { 0, 0 }; }
17 * S mapping(F f, S x) { return { x.sum * f.mul + f.add * x.len, x.len }; }
18 * F merge(F f, F g) { return { f.mul * g.mul, f.mul * g.add + f.add }; }
19 * F id() { return { 1, 0 }; }
20 */
21 class LazySegTree {
22     const int n, siz;
23     vector<int> node;
24     vector<S> tr;
25     vector<F> tag;
26     void pushup(int u) { tr[u] = op(tr[ls], tr[rs]); }
27     void pushtag(int u, F t) {
28         if (u >= siz) return;
29         tr[u] = mapping(t, tr[u]);
30         tag[u] = merge(t, tag[u]);
31     }
32     void pushdown(int u) { pushtag(ls, tag[u]); pushtag(rs, tag[u]); tag[u] = id(); }
33     S get(int u, int l, int r, int ql, int qr) {
34         if (qr <= l or r <= ql) return e();
35         if (ql <= l and r <= qr) return tr[u];
36         pushdown(u); int m = (l + r) >> 1;
37         return op( get(ls, l, m, ql, qr), get(rs, m, r, ql, qr));
38     }
39     template <class Func>
40     int lower_bound(int u, int l, int r, Func &&check) {
41         if (r - l == 1) { return l; }
42         pushdown(u); int m = (l + r) >> 1;
43         if (check(tr[ls])) {
44             return lower_bound(ls, l, m, check);
45         } else {
46             return lower_bound(rs, m, r, check);
47         }
48     }
49     template <class Func>
50     int upper_bound(int u, int l, int r, Func &&check) {
51         if (r - l == 1) { return l; }
52         pushdown(u); int m = (l + r) >> 1;
53         if (check(tr[rs])) {
54             return lower_bound(rs, m, r, check);
55         } else {
56             return lower_bound(ls, l, m, check);
57         }
58     }
59     void apply(int u, int l, int r, int ql, int qr, const F &v) {
60         if (qr <= l or r <= ql) return;
61         if (ql <= l and r <= qr) { pushtag(u, v); return; }
62         pushdown(u); int m = (l + r) >> 1; apply(ls, l, m, ql, qr, v); apply(rs, m, r, ql, qr, v); pushup(u);
63     }
64 public:
65     LazySegTree(int n) : LazySegTree(vector<S>(n, e())) { }
66     LazySegTree(const vector<S> &a): n(a.size()), siz(4 << __lg(n)), node(n), tr(siz), tag(siz, id()) {
67         function<void(int, int, int)> build = [&](int u, int l, int r) {
68             if (r - l == 1) { node[l] = u; tr[u] = a[l]; return; }
69             int m = (l + r) >> 1; build(ls, l, m); build(rs, m, r); pushup(u);
70         };
71         build(1, 0, n);
72     }
73     void set(int p, const S &v) { assert(0 <= p < n); p = node[p]; tr[p] = v; while (p >>= 1) { pushup(p); } }
74     S get(int p) { assert(0 <= p < n); return tr[node[p]]; }
75     S get(int l, int r) { assert(0 <= l <= r < n); return get(1, 0, n, l, r); }
76     void apply(int l, int r, const F &t) { assert(0 <= l <= r < n); apply(1, 0, n, l, r, t); }
77     int lower_bound(function<bool(S)> &&check) { return lower_bound(1, 0, n, check); }
78     int upper_bound(function<bool(S)> &&check) { return upper_bound(1, 0, n, check); }
79 };

```

## 二维数点

$$\sum_{i=0}^x \sum_{j=0}^y S_{i,j}$$

$$\sum_{i=0}^x \sum_{j=0}^y [(i, j) \prec (x, y)], \text{ where } i \leq x \wedge j \leq y$$

```

1 // x, y
2 array<int, 2> a[maxn];
3 // x, y, id, weight
4 array<int, 4> q[maxn << 2];
5 int n, m, t, ans[maxn];
6 int c[maxn * 5], tot;
7
8 int tr[maxn];
9 int qry(int i) { int ans{}; for (; i; i -= i & -i) { ans += tr[i]; } return ans; }
10 void mdf(int i, int v) { for (; i <= n; i += i & -i) { tr[i] += v; } }
11
12 int main() {
13     cin >> n >> m;
14     for (int i = 1; i <= n; ++i) { cin >> a[i][0] >> a[i][1]; a[i][0] += 1, a[i][1] += 1; c[++tot] = a[i][1]; }
15     for (int i = 1; i <= m; ++i) { array<int, 4> qi{}; for (int j = 0; j < 4; ++j) { cin >> qi[j]; qi[j] += 1; }
16         // 询问左上角的点记的是 y_1 - 1
17         c[++tot] = qi[1] - 1;
18         c[++tot] = qi[3];
19         q[++t] = {qi[0] - 1, qi[1] - 1, i, 1}; // (x1 - 1, y1 - 1)
20         q[++t] = {qi[0] - 1, qi[3], i, -1}; // (x1 - 1, y2)
21         q[++t] = {qi[2], qi[1] - 1, i, -1}; // (x2, y1 - 1)
22         q[++t] = {qi[2], qi[3], i, 1}; // (x2, y2)
23     }
24
25     sort(c + 1, c + 1 + tot); tot = unique(c + 1, c + 1 + tot) - (c + 1);
26     for (int i = 1; i <= n; ++i) { a[i][1] = lower_bound(c + 1, c + 1 + tot, a[i][1]) - c; }
27     for (int i = 1; i <= m; ++i) { q[i][1] = lower_bound(c + 1, c + 1 + tot, q[i][1]) - c; }
28     sort(a + 1, a + 1 + n);
29     sort(q + 1, q + 1 + t);
30
31     for (int i = 1, j = 1; i <= t; ++i) {
32         while (j <= n && a[j][0] <= q[i][0]) { mdf(a[j++][1], 1); }
33         ans[q[i][2]] += q[i][3] * qry(q[i][1]);
34     }
35     for (int i = 1; i <= m; ++i) { cout << ans[i] << "\n"; }
36     return 0;
37 }

```

图

## DSU on tree

```

1 void gsz(int u) { sz[u] = 1; for (int
    ↪ v: g[u]) { dep[v] = dep[u] + 1; xsum[v] ^= xsum[u]; gsz(v); sz[u] += sz[v]; if (sz[v] > sz[son[u]]) son[u] = v; } }
2 void cal(int u, int p) { rep(i, 0, 22) ckmax(ans[p], dep[u] + f[xsum[u] ^ bits[i]]); for (int v: g[u]) cal(v, p); }
3 void add(int u) { ckmax(f[xsum[u]], dep[u]); for (int v: g[u]) add(v); }
4 void del(int u) { f[xsum[u]] = -inf; for (int v: g[u]) del(v); }
5 void dsu(int u, int kp) {
6     for (int v: g[u]) if (v != son[u]) dsu(v, 0);
7     if (son[u]) dsu(son[u], 1);
8     ckmax(f[xsum[u]], dep[u]);
9     rep(i, 0, 22) ckmax(ans[u], dep[u] + f[xsum[u] ^ bits[i]]);
10    for (int v: g[u]) if (v != son[u]) cal(v, u), add(v);
11    if (!kp) del(u);
12 }

```

## Dinic

```

1 template<class T> struct Flow {
2     const int n;
3     struct Edge { int to; T cap; Edge(int _to, T _cap) : to(_to), cap(_cap) { } };
4     vector<Edge> e;
5     vector<vector<int>> g;
6     vector<int> cur, h;

```

```

7 Flow(int n) : n(n), g(n) {}
8
9 bool bfs(int s, int t) {
10     h.assign(n, -1);
11     h[s] = 0;
12     queue<int> q; q.push(s); while (q.size()) {
13         const int u = q.front(); q.pop();
14         for (int i : g[u]) {
15             auto [v, c] = e[i];
16             if (c > 0 and h[v] == -1) {
17                 h[v] = h[u] + 1;
18                 if (v == t) { return true; }
19                 q.push(v);
20             }
21         }
22     }
23     return { };
24 }
25
26 T dfs(int u, int t, T f) {
27     if (u == t) { return f; }
28     auto r = f;
29     for (int &i = cur[u]; i < static_cast<int>(g[u].size()); ++i) {
30         const int j = g[u][i];
31         auto [v, c] = e[j];
32         if (c > 0 and h[v] == h[u] + 1) {
33             auto a = dfs(v, t, min(r, c));
34             e[j].cap -= a; e[j ^ 1].cap += a; r -= a;
35             if (r == 0) { return f; }
36         }
37     }
38     return f - r;
39 }
40
41 void link(int u, int v, T c) {
42     g[u].push_back(e.size()); e.emplace_back(v, c);
43     g[v].push_back(e.size()); e.emplace_back(u, 0);
44 }
45
46 T run(int s, int t) {
47     T ans = 0;
48     while (bfs(s, t)) { cur.assign(n, 0); ans += dfs(s, t, ::numeric_limits<T>::max()); }
49     return ans;
50 }
51 };
52
53 static constexpr int inf = 1E9;

```

## mcmf

```

1 template <class Cap, class Cost>
2 class MCMF {
3     static constexpr Cap INF = numeric_limits<Cap>::max();
4     struct iedge { int v; Cap c; Cost f; iedge(int v, Cap c, Cost f) : v(v), c(c), f(f) {} };
5     const int n;
6     vector<iedge> e;
7     vector<vector<int>> g;
8     vector<Cost> h, dis;
9     vector<int> pre;
10    bool dijkstra(int s, int t) {
11        dis.assign(n, INF);
12        pre.assign(n, -1);
13        using T = pair<Cost, int>;
14        priority_queue<T, vector<T>, greater<T>> q; q.emplace(dist[s] = 0, s);
15        while (!q.empty()) {
16            Cost d = q.top().first;
17            int u = q.top().second; q.pop();
18            if (dis[u] != d) continue;
19            for (int i : g[u]) {
20                auto [v, c, f] = e[i];
21                if (c > 0 && dis[v] > d + h[u] - h[v] + f) {

```



```

22         dis[v] = d + h[u] - h[v] + f;
23         pre[v] = i;
24         q.emplace(dis[v], v);
25     }
26 }
27 }
28 return dis[t] != INF;
29 }
30 public:
31     struct Edge {
32         int u, v;
33         Cap flow;
34         Cost cost;
35         Edge(int u, int v, Cap flow, Cost cost) : u(u), v(v), flow(flow), cost(cost) { }
36     };
37     Flow(int n) : n(n), g(n) {}
38     void addEdge(int u, int v, Cap cap, Cost cost) {
39         g[u].push_back(e.size()); e.emplace_back(v, cap, cost);
40         g[v].push_back(e.size()); e.emplace_back(u, 0, - cost);
41     }
42     pair<Cap, Cost> flow(int s, int t) {
43         Cap flow = 0;
44         Cost cost = 0;
45         h.assign(n, 0);
46         while (dijkstra(s, t)) {
47             for (int i = 0; i < n; ++i) h[i] += dis[i];
48             Cap aug = INF;
49             for (int i = t; i != s; i = e[pre[i] ^ 1].v) aug = min(aug, e[pre[i]].c);
50             for (int i = t; i != s; i = e[pre[i] ^ 1].v) { e[pre[i]].c -= aug; e[pre[i] ^ 1].c += aug; }
51             flow += aug;
52             cost += Cost(aug) * h[t];
53         }
54         return {flow, cost};
55     }
56     vector<Edge> edges() const {
57         int m = e.size(); vector<Edge> res; res.reserve(m / 2);
58         for (int i = 0; i < m; i += 2) { res.emplace_back(e[i ^ 1].v, e[i].v, e[i ^ 1].c, Cost(e[i ^ 1].c) * e[i].f); }
59         return res;
60     }
61 };

```

## 2SAT

```

1 struct TwoSat {
2     int n;
3     vector<vector<int>> e;
4     vector<bool> ans;
5
6     TwoSat(int _n) : n(_n * 2), e(_n * 2), ans(_n) {};
7
8     void addClause(int u, bool x, int v, bool y) {
9         e[u << 1 | !x].push_back(v << 1 | y);
10        e[v << 1 | !y].push_back(u << 1 | x);
11    }
12
13    const vector<bool>* run() {
14        vector<int> dfn(n), low(n), id(n), stk;
15        vector<bool> ins(n);
16        int ts = 0, cnt = 0, y = 0;
17        auto tarjan = y_combinator([&](auto tarjan, int u) -> void {
18            dfn[u] = low[u] = ++ ts;
19            stk.push_back(u), ins[u] = 1;
20            for (int &v : e[u]) { if (!dfn[v]) { tarjan(v);
21                low[u] = min(low[u], low[v]);
22            } else if (ins[v]) {
23                low[u] = min(low[u], dfn[v]);
24            }
25        }
26        if (dfn[u] == low[u]) {
27            cnt++; do { y = stk.back(); stk.pop_back(); ins[y] = 0, id[y] = cnt; } while (y != u);
28        }
29    }

```

```

29     });
30
31     for (int i = 0; i < n; ++i) { if (!dfn[i]) { tarjan(i); } }
32     for (int i = 0; i < n / 2; ++i) { if (id[i << 1] == id[i << 1 | 1]) { return nullptr; }
33         ans[i] = id[i << 1] > id[i << 1 | 1];
34     }
35     return & ans;
36 }
37 };

```

## 智力题

找出数组中仅出现一次的数。

其他数都出现 3 次。

$$\begin{cases} x' = x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz = ? \\ y' = \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} = \bar{x}(y \oplus z) \end{cases}$$

```

1 int x{}, y{};
2 for (int z : A) {
3     tie(x, y) = tuple{ (x & ~y & ~z) | (~x & y & z), ~x & (y ^ z) };
4 }
5 return y;

```

## 子集和

每一个元素在  $2^n$  个子集出现  $2^{n-1}$  次，因此答案为  $2^{n-1} \times \sum_{i=1}^n a_i$ 。

## 子段和

考虑每一个元素前驱后继覆盖到的区间数量，两部分独立，因此答案为  $\sum_{i=1}^n i \times (n - i) \times a_i$

## 子段最值和

从目标来看，任何子段的最值至多有  $n$  种取值，因此考虑每个  $a_i$  对哪些区间产生了贡献：答案明显是两边的 NGE，可使用单调栈。

```

1 long long ans { };
2
3 auto calc = [&](auto cmp, int sign) {
4     vector stk(n + 1, 0), l(stk), r(stk);
5     int top { };
6     for (int i : ranges::iota_view(1, n + 1)) {
7         while (top and cmp(a[i], a[stk[top]])) {
8             r[stk[top --]] = i - 1;
9         }
10        l[i] = stk[top] + 1;
11        stk[++top] = i;
12    }
13    while (top) { r[stk[top --]] = n; }
14    for (int i : ranges::iota_view(1, n + 1)) {
15        ans += sign * static_cast<long long>(i - l[i] + 1) * (r[i] - i + 1) * a[i];
16    }
17 };

```

## 子段 gcd 和

每个 gcd 的贡献分为左右两部分实际上不如直接向右，因为有  $\gcd(x, y) \leq \min(x, y)$  这样的单调性，只需记下每一个 gcd 的出现次数。

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 int main() {

```

```

4     ios::sync_with_stdio(not cin.tie(nullptr));
5
6     int n;
7     cin >> n;
8     vector<int> a(n + 1);
9     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
10         cin >> a[i];
11     }
12
13     long long ans = 0;
14     map<int, int> mp, nmp;
15     for (int i = 1; i <= n; i++) {
16         nmp.clear(); nmp[a[i]] = 1;
17         for (auto [k, v] : mp) { nmp[__gcd(a[i], k)] += v; }
18         for (auto [k, v] : nmp) { ans += static_cast<long long>(k) * v; }
19         mp = move(nmp); // mp = nmp
20     }
21
22     cout << ans << "\n";
23
24     return 0;
25 }

```

### 最少修改多少数使得原数组非严格递增

考虑贪心,  $n - \text{LIS}\{a_i\}$  即为所求。其中 LIS 非严格。

### 最少修改多少数使得原数组严格递增

如果两数大小关系不小于间隔距离, 那么这两个点可以保留。形式化地说, 需要满足:

$$a_j - a_i \geq j - i \Rightarrow a_j - j \geq a_i - i$$

于是  $n - \text{LIS}\{a_i - i\}$  即为所求。

### 最大子段积

需要考虑负数, 因此维护两个最值。

```

1     long long m, M, ans;
2     m = M = ans = a[0];
3
4     for (int i : a | views::drop(1)) {
5         tie(m, M) = minmax({ i, i * m, i * M });
6         ans = max(ans, M);
7     }

```

## 一些题

### 对区间的异或依然是区间吗

$n$  个节点的树, 给定边权为两点点权异或和  $w_{u,v} = w_u \oplus w_v$ 。每个点权的取值范围  $l_i \leq w_i \leq r_i$ , 求满足条件的  $w_i$  的数量。

- $n \in [1, 10^5], l_i, r_i \in [1, 2^{30}]$

确定任一点即可确定整棵树, 不妨以根为中心。如果现在根节点是  $x \in [l_0, r_0]$ , 需要考虑对于其他节点来说是否有:

$$w_i \in [l_i, r_i] \stackrel{?}{\Rightarrow} w_i \oplus x \in [l_i, r_i]$$

等号成立, 当且仅当  $[l, r]$  中包含  $2^k$  个数并且低  $k$  位包含  $0 \sim 2^k - 1$ 。低位包含全部的数意为这些点是 Trie 的一棵子树。用 Trie 标记出不合法的区间, 再计算该子树的贡献即可 (相当于对若干合法区间求交)。

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using ll = long long;
4
5  using namespace std;
6
7  enum { N = 30 * 100010 };
8  int n;
9
10 int head[N], cnt, u, v, w;
11 struct {
12     int next, to, w;
13 }
14 edges[N << 1];
15 void addEdge(int u, int v, int w) {
16     edges[++cnt] = { head[u], v, w };
17     head[u] = cnt;
18 }
19
20 // Trie 部分. T tag {0/1/2} 表示 {2/1/0} 个儿子合法
21 int son[N][2], tot;
22 int T[N];
23 int newNode() {
24     ++tot;
25     T[tot] = son[tot][0] = son[tot][1] = 0;
26     return tot;
27 }
28
29 int trie(int u, int b, int l, int r, int w) {
30     // 已经不合法/这颗子树覆盖  $2^b$  棵树
31     // 即  $r - l = 2^b - 1$  下同
32     if (T[u] == 2 || r - l == ~(1 << -b)) {
33         return T[u];
34     }
35
36     for (int v: { 0, 1 }) {
37         if (!son[u][v]) {
38             son[u][v] = newNode();
39         }
40     }
41
42     // l, r 第 b 位相同
43     if (int m = 1 << b;
44         (l & m) == (r & m)) {
45         // 当前的权与 l 第 b 位相同
46         // 不相同的那一部分 l, r 也管不了直接标记为无用
47         bool st = (l & m) ^ (w & m);
48         T[son[u][!st]] = 2;
49         //  $m = 2^b$ . %m 其实就是  $(m - 1)$ 
50         T[u] = trie(son[u][st], b - 1, l % m, r % m, w) == 2 ? 2 : 1;
51     } else {
52         bool st = w & m;
53         // b 位是 1/0 时子树的情况
54         int lft = trie(son[u][st], b - 1, l % m, m - 1, w);
55         int rgt = trie(son[u][!st], b - 1, 0, r % m, w);
56
57         if (lft == 2 && rgt == 2) {
58             T[u] = 2;
59         } else if (lft != 2 || rgt != 2) {
60             T[u] = 1;
61         }
62     }
63
64     return T[u];
65 }
66
67 int L[N], R[N];
68 void dfs(int u, int p, int w) {
69     trie(1, 29, L[u], R[u], w);
70     for (int i = head[u]; i; i = edges[i].next) {
71         if (int v = edges[i].to; v != p) {

```

```

72         dfs(v, u, w ^ edges[i].w);
73     }
74 }
75 }
76
77 ll ans {};
78 void getAns(int u, int b) {
79     if (!T[u]) {
80         // 整棵树都可以用
81         ans += 1 LL << --b;
82     } else if (T[u] == 1) {
83         // 只有一边能用
84         for (int v: { 0, 1 }) {
85             if (T[son[u][v]] != 2) {
86                 getAns(son[u][v], b - 1);
87             }
88         }
89     }
90 }
91
92 int main() {
93     scanf("%d", &n);
94     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
95         scanf("%d%d", L + i, R + i);
96     }
97
98     for (int i = 1; i < n; ++i) {
99         scanf("%d%d%d", &u, &v, &w);
100         addEdge(u, v, w);
101         addEdge(v, u, w);
102     }
103
104     newNode();
105     dfs(1, 0, 0);
106     getAns(1, 29);
107     printf("%lld", ans);
108
109     return 0 ^ 0;
110 }

```

### 多次询问某区间内所有区间的异或和。

按位考虑，对于每一位来说，其贡献  $s_i$  为 1 的位。于是答案为「前缀异或和数组中两两异或再求和的值」，也就是只有 01 之间才有贡献，于是每一段的贡献为：

$$2^i \times \text{cnt}_1 \times \text{cnt}_0$$

```

1  int s[bits][maxn];
2
3  for (int i = 1, x; i <= n; ++i) {
4      std::cin >> x;
5      for (int j = 0; j < bits; ++j) {
6          s[j][i] = s[j][i - 1] ^ (x >> j & 1);
7      }
8  }
9
10 for (int j = 0; j < bits; ++j) {
11     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
12         s[j][i] += s[j][i - 1];
13     }
14 }
15
16 l -= 1;
17
18 ll ans {};
19 for (int j = 0; j < bits; ++j) {
20     int o = s[j][r] - s[j][l - 1], z = (r - l + 1) - o;
21     ans = (ans + 1 LL * o * z % mod * (1 LL << j) % mod) % mod;
22 }

```

# 数学

## Z

```
1 static constexpr int P = 1000000007;
2
3 // assume -P <= x < 2P
4 int norm(int x) { return x >= P ? x - P : x < 0 ? x + P : x; }
5 template <class T> T power(T a, int b) {
6     T res = 1;
7     for (; b; b /= 2, a *= a) {
8         if (b % 2) { res *= a; }
9     }
10    return res;
11 }
12 struct Z {
13     int x;
14     Z(int x = 0) : x(norm(x)) {}
15     Z(long long x) : x(norm(x % P)) {}
16     int val() const { return x; }
17     friend ostream &operator<<(ostream &os, const Z &x) {
18         return os << x.val();
19     }
20     Z operator-() const { return Z(norm(P - x)); }
21     Z inv() const { assert(x != 0); return power(*this, P - 2); }
22     Z &operator*=(const Z &rhs) { x = static_cast<long long>(x) * rhs.x % P; return *this; }
23     Z &operator+=(const Z &rhs) { x = norm(x + rhs.x); return *this; }
24     Z &operator-=(const Z &rhs) { x = norm(x - rhs.x); return *this; }
25     Z &operator/=(const Z &rhs) { return *this *= rhs.inv(); }
26     friend Z operator*(const Z &lhs, const Z &rhs) { Z res = lhs; res *= rhs; return res; }
27     friend Z operator+(const Z &lhs, const Z &rhs) { Z res = lhs; res += rhs; return res; }
28     friend Z operator-(const Z &lhs, const Z &rhs) { Z res = lhs; res -= rhs; return res; }
29     friend Z operator/(const Z &lhs, const Z &rhs) { Z res = lhs; res /= rhs; return res; }
30 };
```

## Poly

```
1 vector<int> rev;
2 vector<Z> roots{0, 1};
3 void dft(vector<Z> &a) {
4     int n = a.size();
5
6     if (int(rev.size()) != n) {
7         int k = __builtin_ctz(n) - 1;
8         rev.resize(n);
9         for (int i = 0; i < n; i++) { rev[i] = rev[i >> 1] >> 1 | (i & 1) << k; }
10    }
11
12    for (int i = 0; i < n; i++) { if (rev[i] < i) { swap(a[i], a[rev[i]]); } }
13    if (int(roots.size()) < n) {
14        int k = __builtin_ctz(roots.size());
15        roots.resize(n);
16        while ((1 << k) < n) {
17            Z e = power(Z(3), (P - 1) >> (k + 1));
18            for (int i = 1 << (k - 1); i < (1 << k); i++) { roots[2 * i] = roots[i]; roots[2 * i + 1] = roots[i] * e; }
19            k++;
20        }
21    }
22    for (int k = 1; k < n; k *= 2) {
23        for (int i = 0; i < n; i += 2 * k) {
24            for (int j = 0; j < k; j++) {
25                Z u = a[i + j], v = a[i + j + k] * roots[k + j];
26                a[i + j] = u + v; a[i + j + k] = u - v;
27            }
28        }
29    }
30 }
31 void idft(vector<Z> &a) {
32     int n = a.size();
33     reverse(a.begin() + 1, a.end());
```

```

34     dft(a);
35     Z inv = (1 - P) / n;
36     for (int i = 0; i < n; i++) { a[i] *= inv; }
37 }
38 struct Poly {
39     vector<Z> a;
40     Poly() {}
41     Poly(const vector<Z> &a) : a(a) {}
42     Poly(const initializer_list<Z> &a) : a(a) {}
43     int size() const { return a.size(); }
44     void resize(int n) { a.resize(n); }
45     Z operator[](int idx) const { if (idx < 0 || idx >= size()) { return 0; } return a[idx]; }
46     Z &operator[](int idx) { return a[idx]; }
47     Poly mulxk(int k) const { auto b = a; b.insert(b.begin(), k, 0); return Poly(b); }
48     Poly modxk(int k) const { k = min(k, size()); return Poly(vector<Z>(a.begin(), a.begin() + k)); }
49     Poly divxk(int k) const { if (size() <= k) { return Poly(); } return Poly(vector<Z>(a.begin() + k, a.end())); }
50     friend Poly operator+(const Poly &a, const Poly &b) {
51         vector<Z> res(max(a.size(), b.size()));
52         for (int i = 0; i < int(res.size()); i++) { res[i] = a[i] + b[i]; }
53         return Poly(res);
54     }
55     friend Poly operator-(const Poly &a, const Poly &b) {
56         vector<Z> res(max(a.size(), b.size()));
57         for (int i = 0; i < int(res.size()); i++) { res[i] = a[i] - b[i]; }
58         return Poly(res);
59     }
60     friend Poly operator*(Poly a, Poly b) {
61         if (a.size() == 0 || b.size() == 0) { return Poly(); }
62         int sz = 1, tot = a.size() + b.size() - 1;
63         while (sz < tot) sz *= 2;
64         a.a.resize(sz); b.a.resize(sz);
65         dft(a.a); dft(b.a);
66         for (int i = 0; i < sz; ++i) { a.a[i] = a[i] * b[i]; }
67         idft(a.a);
68         a.a.resize(tot); return a;
69     }
70     friend Poly operator*(Z a, Poly b) {
71         for (int i = 0; i < int(b.size()); i++) { b[i] *= a; }
72         return b;
73     }
74     friend Poly operator*(Poly a, Z b) {
75         for (int i = 0; i < int(a.size()); i++) { a[i] *= b; }
76         return a;
77     }
78     Poly &operator+=(Poly b) { return (*this) = (*this) + b; }
79     Poly &operator-=(Poly b) { return (*this) = (*this) - b; }
80     Poly &operator*=(Poly b) { return (*this) = (*this) * b; }
81     Poly deriv() const {
82         if (a.empty()) { return Poly(); }
83         vector<Z> res(size() - 1);
84         for (int i = 0; i < size() - 1; ++i) { res[i] = (i + 1) * a[i + 1]; }
85         return Poly(res);
86     }
87     Poly integr() const {
88         vector<Z> res(size() + 1);
89         for (int i = 0; i < size(); ++i) { res[i + 1] = a[i] / (i + 1); }
90         return Poly(res);
91     }
92     Poly inv(int m) const {
93         Poly x{a[0].inv()};
94         int k = 1;
95         while (k < m) { k *= 2; x = (x * (Poly{2} - modxk(k) * x)).modxk(k); }
96         return x.modxk(m);
97     }
98     Poly log(int m) const { return (deriv() * inv(m)).integr().modxk(m); }
99     Poly exp(int m) const {
100         Poly x{1};
101         int k = 1;
102         while (k < m) { k *= 2; x = (x * (Poly{1} - x.log(k) + modxk(k))).modxk(k); }
103         return x.modxk(m);
104     }

```

```

105 Poly pow(int k, int m) const {
106     int i = 0;
107     while (i < size() && a[i].val() == 0) { i++; }
108     if (i == size() || 1LL * i * k >= m) { return Poly(vector<Z>(m)); }
109     Z v = a[i];
110     auto f = divxk(i) * v.inv();
111     return (f.log(m - i * k) * k).exp(m - i * k).mulxk(i * k) * power(v, k);
112 }
113 Poly sqrt(int m) const {
114     Poly x{1}; int k = 1;
115     while (k < m) { k *= 2; x = (x + (modxk(k) * x.inv(k)).modxk(k)) * ((P + 1) / 2); }
116     return x.modxk(m);
117 }
118 Poly mulT(Poly b) const {
119     if (b.size() == 0) { return Poly(); }
120     int n = b.size();
121     reverse(b.a.begin(), b.a.end());
122     return ((*this) * b).divxk(n - 1);
123 }
124 vector<Z> eval(vector<Z> x) const {
125     if (size() == 0) { return vector<Z>(x.size(), 0); }
126     const int n = max(int(x.size()), size());
127     vector<Poly> q(4 * n);
128     vector<Z> ans(x.size());
129     x.resize(n);
130     function<void(int, int, int)> build = [&](int p, int l, int r) {
131         if (r - l == 1) {
132             q[p] = Poly{1, -x[l]};
133         } else {
134             int m = (l + r) / 2; build(2 * p, l, m); build(2 * p + 1, m, r); q[p] = q[2 * p] * q[2 * p + 1];
135         }
136     };
137     build(1, 0, n);
138     function<void(int, int, int, const Poly &)> work = [&](int p, int l, int r, const Poly &num) {
139         if (r - l == 1) { if (l < int(ans.size())) { ans[l] = num[0]; }
140         } else {
141             int m = (l + r) / 2;
142             work(2 * p, l, m, num.mulT(q[2 * p + 1]).modxk(m - l));
143             work(2 * p + 1, m, r, num.mulT(q[2 * p]).modxk(r - m));
144         }
145     };
146     work(1, 0, n, mulT(q[1].inv(n)));
147     return ans;
148 }
149 };

```

## 杂项

```

1 template <class... Args> auto ndvector(size_t n, Args &&...args) {
2     if constexpr (sizeof...(args) == 1) {
3         return vector(n, args...);
4     } else {
5         return vector(n, ndvector(args...));
6     }
7 }
8
9 template <class Fun> struct y_combinator_result {
10     Fun fun_;
11     template <class T>
12     explicit y_combinator_result(T &&fun) : fun_(forward<T>(fun)) {}
13     template <class... Args> decltype(auto) operator()(Args &&...args) {
14         return fun_(ref(*this), forward<Args>(args)...);
15     }
16 };
17
18 template <class Fun> decltype(auto) y_combinator(Fun &&fun) {
19     return y_combinator_result<decay_t<Fun>>(forward<Fun>(fun));
20 }
21
22 template <typename... Args>

```



```

23 void log(const Args &...args) { ((clog << args << " ", ...)); }
24
25 template <typename... Ts>
26 void dump(const tuple<Ts...> &tp) {
27     apply([](const auto &...args) { ((cout << args << " ", ...)); }, tp);
28 }

```

## 随机数

```

1 mt19937 rng(chrono::steady_clock::now().time_since_epoch().count());
2 auto rd = bind(uniform_real_distribution<double>(0, 1), rng);
3 auto rd2 = bind(uniform_int_distribution<int>(_1, _2), rng);

```

## 浮点数比较

意义	写法
$a = b$	<code>fabs(a - b) &lt; epsilon</code>
$a \neq b$	<code>fabs(a - b) &gt; epsilon</code>
$a < b$	<code>a - b &lt; - epsilon</code>
$a \leq b$	<code>a - b &lt; epsilon</code>
$a > b$	<code>a - b &gt; epsilon</code>
$a \geq b$	<code>a - b &gt; - epsilon</code>

## 二维偏序排序规则

除第一维是  $\geq$  外，其余情况还需满足可重。否则退化为普通情形，即直接按照符号（不带等号）排。

第一维	x
$\leq$	默认
$<$	第二维逆序排序
$\geq$	第一维逆序排序
$>$	两维都逆序排序

第二维	y
$\leq$	默认
$<$	查询时使用 <code>'query(x - 1)</code>
$\geq$	离散化时逆序排序
$>$	结合前两者

## G

- ☐ 有需要开 long long 的地方吗？
- ☐ BFS 边界写对了吗？
- ☐ 调试信息都删干净了吗？

## 算法竞赛中的若干 C++ 语法操作

### 前言

昨天在某群里看到有人问「有没有那种总结好的语法技巧啊」。突然想到自己也没有做过类似的总结，于是就有了这篇文章。需要注意的是，本文仅列出了一些常见技巧，欢迎指正以及补充！

本文的写作顺序并不总符合认知的先后，如果有任何疑问，请善用搜索引擎或 Ctrl-F 查找该内容。

算法竞赛代码与工程代码目的与标准并不完全相同，请勿以工程角度看待此文章中的若干「技巧」。同时笔者也需要指出，许多算法竞赛的习惯并不适用于工程。

- 用 ! 标记了最近新增的条目。
- 用 \* 标记了最近修改的条目。
- 用 ~ 标记了「这其实是一个坏习惯，但算法竞赛就这样用吧」。
- 用 ^ 标记了准备删除的条目，笔者将在下次更新中移除这些条目。

作者是个老鸽子，乐观情况下平均一个月维护一次。另，本文有搬迁至 [github](#) 的想法，届时文章将会更加精美全面，敬请期待。

## 预处理

### ~ 万能头及其预编译 —— #include

要使用万能头，请使用 g++ 作为编译器。

```
1 #include <bits/stdc++.h>
```

另，万能头本身十分庞大，预编译是节省编译时间的重要手段，具体方法如下：

1. 找到本机 `bits/stdc++.h`，笔者该文件位置在 `/usr/include/c++/12.1.1/x86_64-pc-linux-gnu/bits/stdc++.h`
2. 运行 `g++ --yourflags bits/stdc++.h`，其中 `--yourflags` 代表你喜好的参数
3. 下次编译也使用第 2 步提到的指令编译。为节省生命，建议写入 `CMakeLists.txt`

### ! 文本替换宏 —— #define / #undef / 预定义替换宏

许多选手喜欢定义若干宏，读者要决定是否喜欢这些大可自行尝试。在此笔者列出一些较为常见的文本替换宏：

```
1 #define int long long // 可能报告为错误（事实上确实不应这样做）
2 // 下文或 #undef int 之后 int main() { }
3 // 或 signed / int32_t main() { }
4
5 // ##x 将连接 x，如 i##i 传入 x2 最终会变为 x2x2
6 #define rep(i, s, e) for (auto i = s, i##i = e; i <= i##i; i++)
7 #define per(i, s, e) for (auto i = s, i##i = e; i >= i##i; i--)
8
9 #define ls i << 1 // 二叉树的数组实现，ls 表示左儿子 2i
10 #define rs ls | 1 // 同上，rs 表示右儿子 2i + 1
11
12 // 小技巧：想选中一段区间可使用 sort(3 + all(x) - 4)
13 #define all(x) (x).begin(), (x).end()
14 // 笔者更推荐 ::std::begin(x), ::std::end(x)
15 #define rall(x) (x).rbegin(), (x).rend()
16
17 // #x 将使用双引号包裹参数 x（MSVC 还有单引号的 #@）
18 #define reopen(x) { freopen(#x".in", "r", stdin); freopen(#x".out", "w", stdout); }
```

使用 `#undef` 取消文本替换宏，意义为「仅在包裹的代码段落中执行替换」。

C++ 预定义了一些宏，它们会随着「情况」的不同发生改变。如 `__cplusplus` 指代当前语言标准，`__LINE__` 将指代当前行，`__FUNC__` 将指代当前所在的函数。此处不作展开，详情请参见 `cppreference` 预定义宏。配合这一点，可以写出一个简单的调试文本替换宏：

```
1 #define here log("Passing [%s] in LINE %d\n", __FUNCTION__, __LINE__)
2 // log 见下文输出调试信息处
```

## 条件宏

`ifdef`, `else`, `endif` 之类的宏操作会在编译过程中选择某些部分编译与否等等。

在竞赛中最经典的使用是配合文件流重定向，在本机使用文件输入，而在 OJ 上使用标准读入。大部分 OJ 都定义了 `ONLINE_JUDGE` 的宏，因此可以借此作为开关。

```
1 #ifndef ONLINE_JUDGE
2     reopen(1); // 在上面已定义此宏。
3 #endif
```

编译时附加 `-DLOCAL` 来定义一个名为 `LOCAL` 的宏。

## 断言

这并非一个函数，而是一个宏。接受一个表达式，若为假程序将直接退出，十分便于调试。

例如，某区域是你永不希望到达的，你可以在此区域附加 `assert(false)`。也可使用 `__builtin_unreachable()` / `std::unreachable()` 来标记不可达的区域。

有的 OJ 会屏蔽 `assert`(事实上宏 `NDEBUG` 决定之)，不过实现一个也很容易：

```
1  #ifdef ONLINE_JUDGE
2  #   define assert(condition) do if (!(condition)) exit(*(int*)0); while (0)
3  #endif
```

## ~ 命名空间

`namespace` 是 C++ 中十分有效的解决命名冲突的手段。假设现在要处理两段命名冲突的数据，将其命名为类似的名称似乎并没有想象中的美观。这种情况下，可以借助 `namespace` 将其包裹住。

```
1  int _hash[maxn], _hash_2[maxn];
2
3  namespace L { int _hash[maxn]; }
4  namespace R { int _hash[maxn]; }
```

使用时：`L::_hash[i]`, `R::_hash[i]`。特殊的，欲指代全局的命名空间（如 C 库函数），可直接使用 `::` 打头，如 `::abs(a)`。匿名的空间也是可行的，对于 `namespace { int xxx; }` 的访问可直接 `::xxx`。

C++ 标准库函数都位于 `::std` 中，这意味着若要使用他们，则需 `std::` 指代它们。不少竞赛选手常常喜欢使用一句多为人诟病的 `using namespace std`，这句话将在全局引用 `std` 命名空间。如果把 `::std::ranges::views::iota_view` 比如文件路径 `/home/patricky/Downloads/files`，那么 `using namespace` 的意义就如同将其置于环境变量中，意味着你可随时随地使用其下的文件。需要注意的是，使用此方法之后，你应当更小心地使用变量名。

另外一种不错的手段是，使用时再 `using`。如 `using std::cout` 之后即可 `cout << "Anything you want."` 了。

说起来，如此长的命名空间 `std::ranges::views` (尽管它已被别名为 `std::views`) 实在太不方便了，用下面的语法来给它起个别名：

```
1  namespace NV = std::ranges::views;
```

### \* 作用域 – 另一个解决命名冲突的方法

一个花括号围住的内容。

```
1  int n = 1;
2  {
3      ::std::cout << n << "\n"; // 1
4      int n = 2;
5      ::std::cout << n << "\n"; // 2
6  }
```

## 运算符的重载

简单说来就是将某函数绑定到某运算符上（优先级与之前一致），常见的如定义一个不小的矩阵：

```
1  template<class T = int>
2  struct Matrix {
3      Matrix(int _r = {}, int _c = {}) : r{_r}, c{_c}, data(r * c) { }
4      T* operator[](int i) { return & data[i * c]; }
5  private:
6      int r, c;
7      ::std::vector<T> data;
8  };
```

这样之后就可以对 `Matrix m(2, 2)` 使用 `m[1][0]` 了。

写一个比较器（通常是重载小于号）再传入 STL 容器中，这种时候，函数的头就十分重要：

```
1  struct node {
2      int _val;
3      // 不一定需要有「小于」的意义。
4      bool operator<(const node &_) const { return _val > _._val; }
5  };
```

## \* 仿函数 / 函子

重载括号之后，使用括号运算符的感觉就像是函数一样。如果想特化`std::hash<std::pair<int, int>`（之后就可以传入`std::unordered_{, multi}{map, set}`了）可以：

```
1 namespace std {
2     using T = pair<int, int>;
3     template<
4         class hash<T> {
5     public:
6         size_t operator() (const T &_) const {
7             auto [f, s] = _; // 结构化绑定
8             return hash<int>{}(f) ^ (hash<int>{}(s) << 1);
9         }
10    };
11 }
```

同时也看看：Blowing up unordered\_map, and how to stop getting hacked on it - Codeforces ## Lambda 表达式 / 匿名函数 / 闭包

简单来说即「函数中的函数」，然而其类型两两不同（哪怕写的一模一样）。一个 lambda 表达式包含如下几个部分：

```
1 [] // 捕获列表，包含两种捕获方式：按值 (const) / 引用。将会拷贝一份至 lambda 对应的类中。
2 // 如 [a] 表示按值捕获，[&] 表示「全部」按值捕获
3 // 而 [&a] 则为按引用，[&] 是其全称形式
4 () // 参数列表，如果为空可以省略。
5 各种说明符 // (可选) 试图修改按值捕获的变量时应当使用 mutable
6 // 可以使用 -> type 作为尾置返回类型的说明
7 {} // 函数体
```

因此最简单的 lambda 应当是`:`。为便于多次调用，可以使用 auto 自动推导其类型：

```
1 auto sayHell = [] { ::std::cout << "Hell World!"; };
2 sayHell();
```

来看标准库在后续版本对 lambda 表达式做的一些加强：

1. C++14 起：lambda 表达式可以是模板了，但只能通过在类型中写 auto。

```
1 auto foo = [](auto cmp, auto a, auto b) {
2     ::std::cout << (cmp(a, b) ? "YES\n" : "NO\n");
3 };
4
5 foo([](int a, int b) { return a <= b; }, 1, 2);
```

2. C++14 起：带有捕获初始化的 lambda，可以在捕获的时候给初值了，但必须带有等号。

```
1 // x ++ (错误，必须带等号)
2 int x = 4, y = [&z = x, x = x + 1] {
3     z += 2;
4     return x * x;
5 } ();
6 // x, y = 6, 25
```

3. 今天的 lambda：若干 `this` / `*this`，支持 `<>` 定义模板 lambda 了等等，此处从略。来写个递归的 lambda：

```
1 auto fib = [](auto &&self, size_t n) -> int {
2     return n <= 2 ? 1 : self(self, n - 1) + self(self, n - 2);
3 };
4
5 fib(fib, 5);
```

这样写有点麻烦，这主要是因为写下 fib 的时候类型未定，如果有个什么工具标注一下类型就好了，有请 ——

## 函数对象 std::function

`std::function` 能够接受若干「可执行的对象」，结合 C++17 的 CTAD 使用十分灵活。对于上面的例子，依然需要在定义时给出类型以及返回值：

```
1 ::std::function<int(size_t)> fib = [&fib](size_t n) -> int {
2     return n <= 2 ? 1 : fib(n - 1) + fib(n - 2);
3 };
```

```

4
5 ::std::cout << fib(5);

```

其他时候的::std::function 就自由得多。下面的例子演示了如何使用::std::function 存储单个参数的三个函数。

```

1 #include <functional>
2
3 void anything(int = 1) { }
4
5 auto main() -> int {
6
7     ::std::function foo = [](int = 1) {};
8
9     foo = anything;
10
11     namespace NP = ::std::placeholders;
12     foo = ::std::bind(::std::greater<int>{}, 1, NP::_1);
13
14     return {};
15 }

```

## 折叠表达式

要使用折叠表达式，请使用 C++17 及以上语言版本。

此处不展开了，本身是个十分简单的语法。来看两个笔者常用的简单功能：

### 输出::std::tuple

::std::apply(a, t) 将会把 t 拆包作为「可运行的」a 的参数，另外逗号表达式严格自左向右执行，算是这段代码中最有技巧性的部分。

```

1 template <typename... Ts>
2 ::std::ostream& operator<< (::std::ostream &os, const ::std::tuple<Ts...> &tp) {
3     ::std::apply([&os](const auto &...args) { ((os << args << " "), ...); }, tp);
4     return os;
5 }
6 // ...
7 ::std::cout << ::std::tuple{1, 1.F, "anything", ::std::tuple{1, 2, 3, "hello"}};

```

### 输出调试信息

为了利用众所周知的::std::cerr 与::std::clog，来写一个函数：

```

1 template <typename... Args>
2 #ifndef ONLINE_JUDGE
3 void log(const Args &...args) { ((::std::cerr << args << ", "), ...); }
4 #else // C++17 引入 [[maybe_unused]] 让编译器对没有使用的参数闭嘴
5 void log([[maybe_unused]] const Args &...args) { }
6 #endif
7
8 log(__LINE__, "ans = ", ans, "-----\n");

```

什么？你更喜欢古老的 printf 系列？请用（略去了条件编译）：

```

1 #define log(fmt, args...) fprintf(stderr, fmt, ##args)
2
3 log("Reached [%d], ans = %lld", __LINE__, ans);

```

## 节省或浪费生命的小玩意

这一部分将介绍一些笔者认为十分方便的语法、工具。

### 超短的小语法

```

1 exit(0) // 在任意位置结束程序，然后去世
2
3 !!x; // 为 1 表示 x 不是 0
4 !x; // 与上面相反
5 ~x; // 有符号数 x 不是 -1 （这是因为 -1 补码全 1）

```

```

6 ~0U // 大数
7 (x & 1) // 为 1 表示 x 是奇数
8 (~x & 1) // 与上面相反, 但如果使用等价的 (x & 1 ^ 1) 则会报警告
9 (x >> 1) // x / 2 取下整 (而并非 / 2 表现为向零取整)
10 (x << 1) // x * 2 当心溢出
11 // x * 10 = x * 8 + x * 2 = (x << 3) + (x << 1)
12 // 一个自作聪明的小技巧
13
14 (1LL << x) // power(2, x) 当心溢出
15 ::std::_lg(x) // 二进制长度 (这里要提一下 __builtin_ 一族了)
16 // 参见 https://gcc.gnu.org/onlinedocs/gcc/Other-Builtins.html
17 // 以及 C++ 20 头文件 <bit>
18
19 "3124"[x] // 输出这个 const char[5] 中 x 下标对应的字符 当心越界
20 // 通常用作 " \n"[i == n]
21
22 (i & 1 ? odd : even).push_back(x); // 三目运算符真好用
23 ::std::set(A.begin(), A.end()).size() // A 中的元素种类数
24
25
26 (0 ^ 0) // 卖萌用 (•-•*)。
27 (0 - 0) < 3 // 卖萌用 (•-•*)。手动 at dls
28 一些常用的循环
29 枚举所有状态 O(n^2n)
30 for (int i = 0; i < 1 << n; ++i) {
31     for (int j = 0; j < n; ++j) {
32         if (i >> j & 1) {
33             // selected j
34         }
35     }
36 }

```

## 2. 枚举子集 O(2popcount(n))

```

1 for (auto i = s; i != s; --i &= s) { } // 从大到小
2 // 使用 s - i 就是从小到大。另外上面没算空集, 额外判下

```

## 3. 枚举倍数 O(NlogN)

```

1 for (int j = i + i; j <= N; j += i) { }

```

## 输出变量的类型

一个看似很有用的东西。

```

1 #include <cxxabi.h>
2 // ...
3 ::std::cout << abi::__cxa_demangle(typeid(x).name(), {}, {}, {}) << "\n";

```

## 高维 vector

尽管根据 CTAD, C++17 开始可使用 `vector graph(n, vector(n, 0))` 来定义一个  $n \times n$  的 vector, 但当维数更多时, 这种方法依然不够简洁。在 C++23 还未普及之前, 下面的方法也相当不错:

```

1 template <class... Args>
2 auto ndvector(::std::size_t n, Args &&...args) {
3     if constexpr (sizeof...(args) == 1) {
4         return ::std::vector(n, args...);
5     } else {
6         return ::std::vector(n, ndvector(args...));
7     }
8 }
9 // 维数越多越明显, 但一般也就四维撑死了~
10 { ::std::vector g(n + 1, ::std::vector(m + 1, ::std::vector(c + 1, 0X3F3F3F3F))); }
11 { using ::std::vector; vector g(n + 1, vector(m + 1, vector(c + 1, 0X3F3F3F3F))); }
12 { auto g = ndvector<int>(n + 1, m + 1, c + 1, 0X3F3F3F3F); }
13
14 // 造一个超级高维的 vector:
15 auto x = ndvector(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0);

```

总之, 都让编译器忙活去吧! ## 语法项 ### 范围 for 如, 遍历一个 `::std::set` 在 C++11 之前使用迭代器:

```

1 static const int a[] = {1, 2, 3, 4, 5};
2
3 ::std::set<int> s(a, a + 5);
4 // C++11 可以 s{1, 2, 3, 4, 5}; 来初始化
5 // 也可以将下面 it 的类型写成 auto
6
7 for (::std::set<int>::iterator it = s.begin(); it != s.end(); it++) {
8     ::std::cout << *it << "\n";
9 }

```

在 C++11 使用 for (int i : s) 即可。在 C++20 还可在 for 中再定义一些变量：

```

1 for (auto S = "Hi!"; const auto i : s) { }
2
3 // 一些其他的小技巧
4 for (int i : {1, 2, 3, 4, 5}) { }
5
6 ::std::vector a(n, 0); // CTAD
7 for (int &i : a) { ::std::cin >> i; }
8
9 ::std::vector p(m, ::std::pair{0, 0});
10 for (auto &[x, y] : p) {
11     ::std::cin >> x >> y;
12 }

```

### if/switch 中定义变量

要使用这一特性，请使用 C++17 及以上语言版本。从语义上来说，确实更方便了，但也许会部分编码者抓狂。

```

1 if (short operation = read(); operation == 1) {
2     // ...
3 } else if (operation == 2) {
4     // ...
5 } else {
6     // ...
7 }

```

### auto, 初始化, CTAD, 结构化绑定等

C++11 的到来使得这个语言充满活力，尤其是 auto 的拓展。聚合（或其他）初始化则更加配合这一点，一些经典的例子是：

```

1 auto /* 占位 */ do_nothing /* 摆烂 */ = []{}; // 承载 lambda
2
3 template<class T>
4 auto sum_up(T a, T b) { return a + b; }
5
6 int arr[10]{}; // 初始化
7
8 auto main() -> int { }
9
10 // ::std::initializer_list<int>
11 auto init_list = { 1, 2, 3, 4, };
12
13 decltype(b) a;

```

配合后续版本增加的特性，auto 更为通用：

### 结构化绑定

要使用这一特性，请使用 C++17 及以上语言版本。绑定数组、tuple-like、或者只是一个普通的结构体：

```

1 static int arr[] = { 1, 2, 3, 4 };
2 auto &[a, b, c, d] = arr;
3 c++;
4
5 const auto [x, y, _] = ::std::tuple{1, "anything", 1.F}; // CTAD
6
7 struct point { int x, y; };
8 auto [x, y] = point{1, 1};
9
10 // 然而笔者感到遗憾的是，还不支持形如 auto [[x, y], r] 的语法

```

## CTAD

要使用这一特性, 请使用 C++17 及以上语言版本。

再也不需要写全类型了, 如 `::std::pair<int, double> t{1, 1.};` 可直接写为 `::std::pair t{1, 1.}` 而 `::std::vector<::std::vector> a(n);` 也可写为 `::std::vector a(n, ::std::vector(0, 0))`。

```
1 for (auto [dx, dy] : {{::std::pair{0, 1}, {0, -1}, {1, 0}, {-1, 0}}}) {
2     int x = dx + px, y = dy + py;
3 } // 遍历方向
4
5 auto mp = ::std::map{::std::pair{1, 1}, {2, 1}, {-1, 1}};
```

## 输入一行带空格的字符串

对一个 `char[]` 可使用正则表达式 `scanf("%[^\n]", str)`。

```
1 ::std::string s;
2 ::std::getline(::std::cin, s);
```

注意会吃掉 `'\n'`。读者可尝试以下代码:

```
1 int foo;
2 ::std::cin >> foo;
3
4 // ::std::cin.ignore();
5 ::std::string s;
6 ::std::getline(::std::cin, s);
7 ::std::cout << ::std::quoted(s) << "\n";
8 // 输出了什么?
```

## 多个字符串黏起来的字符串

当你的代码中出现了一行很长的字符串, 你可以将它们分隔开来, 就像这样:

```
1 const char *str = "Hey! "
2     "What? You have a new line! "
3     "How you did that? ";
```

## 原始字符串

不处理转义字符的字符串, 可尝试用此技巧快速 AC 洛谷 P1000。

```
1 ::std::string raw = R"(\n\r\b\t)";
```

## 一些好用的 STL 类、函数

### 类

真有人用 `::std::valarray` 和 `::std::basic_string` 吗?

真香, 我是古代人就好这一口。

### 排序、乱序等

#### 排序

```
1 ::std::sort(A.begin(), A.end());
2 ::std::sort(A.rbegin(), A.rend()); // 反着排
3
4 ::std::sort(A.begin(), A.end(), [](auto &a, auto &b) {
5     return ::abs(a) < ::abs(b);
6 });
7
8 ##### 已经有序
9 ::std::is_sorted(A.begin(), A.end()); // 非严格升序
10 ::std::is_sorted(A.begin(), A.end(), ::std::less_equal<>{}); // 严格升序
```



## 乱序

自 C++17 起 `std::random_shuffle` 被弃用，现在使用 `std::shuffle`。

```
1  ::std::vector a {-6, 1, 2, 3, 4, 4, 5};
2  ::std::mt19937 rng{::std::chrono::steady_clock::now().time_since_epoch().count()};
3  // 传 time(nullptr) 亦可
4  ::std::shuffle(a.begin(), a.end(), rng);
5
6  for (int i : a) {
7      if (static bool first {true}; first) {
8          first = false;
9      } else {
10         ::std::cout << ", ";
11     }
12     ::std::cout << i;
13 }
```

顺便看看 `stable_sort`。

## 创建一个排列

```
1  ::std::iota(A.begin(), A.end(), 1); // 1, 2, 3, ...
2  ::std::iota(A.rbegin(), A.rend(), 0); // n - 1, n - 2, ..., 2, 1, 0
```

## 累积 accumulate

求和、或者是其他操作，下面是两个例子：

```
1  ::std::accumulate(A.begin(), A.end(), 0LL);
2  // 注意不要传入 0 使用 int+ 带来不该的溢出
3  ::std::accumulate(A.begin(), A.end(), 0, bit_xor<int>{}); // 异或和
```

## 求最值

`min`, `max`, `minmax`, `min_element`, `max_element` 都可以传比较器，就像 `min(a, b, cmp)`。有的时候是不同类型做操作，可以追加类型：`min(a, b)` 可以传 `std::initializer_list`，即 `max({a, b, c, d, ...})`

这实际上也是非常蛋疼的一点，这意味着 `std::min` 是二义性的。

```
1  std::max(max(max(a, b), c), d)
2  // V.S.
3  max({a, b, c, d})

1  auto A = {-6, 1, 2, 3, 4, 4, 5};
2  auto [m, M] = ::std::minmax(A);
3  // ::std::tie(m, M) = ...
4  ::std::cout << m << " " << M << "\n";
```

## 离散化

### 攻向

```
1  ::std::sort(A.begin(), A.end());
2  A.resize(::std::unique(A.begin(), A.end()) - ::std::begin(A));
```

### 受向

```
1  // 气! 抖! 冷! Modern cpp 真是又臭又长还难学 (滑稽)
2  sort(c + 1, c + 1 + tot);
3  tot = unique(c + 1, c + 1 + tot) - (c + 1);
4  for (int i = 1; i <= n; ++i) {
5      a[i] = lower_bound(c + 1, c + 1 + tot, a[i]) - c;
6  }
```

## 其他

包括但不限于 `{lower, upper}_bound`, `equal_range`, `binary_search`, `count_if`, `generate`, `_n`, `reverse`, `transform`, `rotate`, `mismatch`, `partial_sum`, `adjacent_difference`, `fill`, `_n`, `{all, any, none}_of`, `copy`, `if`, `nth_element`, `{, inplace}`, `merge`, `{is, next, prev}_permutation`, `gcd`, `lcm`, `inner_product`

## 其他注意事项

1. `std::vector` 的 `resize/clear` 方法之后，记得 `shrink_to_fit`。
2. 一些没有 `clear()` 成员方法的容器可以 `decltype(cap){}.swap(cap)` 流放之。
3. 除 `std::array` 外，所有容器的 `swap` 方法都是的。
4. 在栈上定义的 `std::array` 开在栈上，而 `std::vector` 对象开在栈上，数据开在堆上。
5. 注意该不该引用（能不能用右值引用续命），能不能移动（如果可以尽可能使用 `std::move`）
6. `std::size_t` 类型应强转
7. 边遍历 `std::set` 边删除迭代器时应使用 `it = S.erase(it)`
8. 等我下次破防再来更新。

## 后记、致谢、贴贴

- 感谢 @MeteorZ 对「判断是二的幂」做的「特判 0」补充。
- 感谢 @Lhgzbxhz 对「断言」做的「`__builtin_unreachable()`」补充。
- 感谢 @阿汤对「判断是二的幂」做的「`(x&(x-1))==0`」补充。
- 感谢 @轻狂书生对「程序计时」做的催更。
- 感谢 @soulmate 对删除「异常处理」与「`std::regex`」内容的建议。
- 感谢 @n-WN 对「预定义宏」的补充。

## changelog

UPD: 本文已经从「算法竞赛中常用的语法操作」重命名为「算法竞赛中的 C++ 语法操作」。

UPD(22-09-16): 这次更新给每一个点都加上了 `cppreference` 的链接（如果有）并重新规划了文章结构。