

Elektronika pre informačné technológie

Semestrálny Projekt
2016/2017

Autor: Patrik Holop, ID 196279, xholop01@stud.fit.vutbr.cz
Dátum: 11.12.2016

1. príklad

Varianta: C

U_1	U_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8
100V	80V	450Ω	810Ω	190Ω	220Ω	220Ω	720Ω	260Ω	180Ω

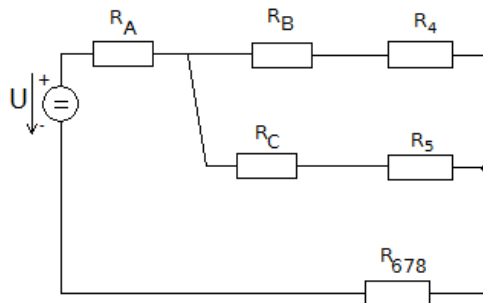
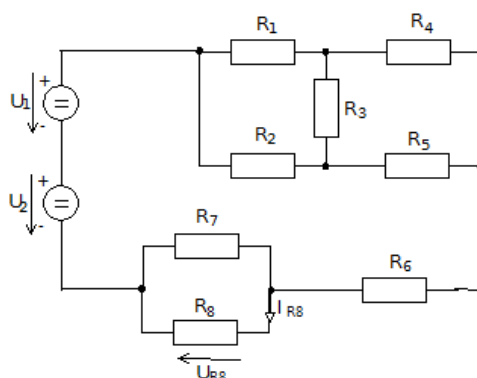
Zadanie:

Stanovte napätí U_{R_8} a proud I_{R_8} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

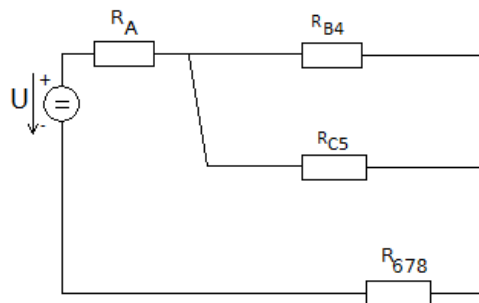
Postup:

1. Obvod dokážeme postupne zjednodušovať

obr.1



obr.2



obr.3

Odpory R_7 a R_8 sú zapojené paralelne a toto spojenie je zapojené sériovo s odporom R_6 . Nahradíme ich odporom R_{678} . Taktiež zdroje napätia U_1 a U_2 sú v sérii (a rovnakom smere), nahradíme ich napätím U .

$$\text{obr.1 : } R_{678} = \frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8} + R_6$$

$$U = U_1 + U_2$$

Zapojenie odporov R_1 , R_2 a R_3 môžeme transformovať do zapojenia hviezdice a toto zapojenie nahraďť odpormi R_A , R_B , R_C .

$$\text{obr.2 : } R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_B = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_C = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Odpor R_B a R_4 sú v sérii, ako aj R_C a R_5 . Obe tieto zapojenia sú navzájom zapojené paralelne a môžeme ich nahradiť odporom R_{B4C5} .

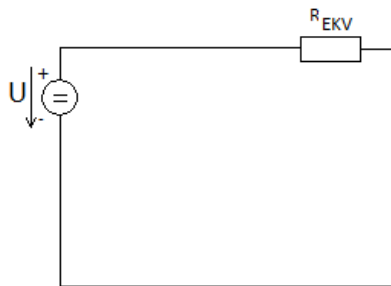
$$\text{obr.3 : } R_{B4} = R_B + R_4 \quad R_{C5} = R_C + R_5$$

$$R_{B4C5} = \frac{R_{C5} * R_{B4}}{R_{C5} + R_{B4}}$$

Pretože sú R_A , R_{B4C5} R_{678} v sérii, môžeme zjednodušiť obvod na jednoduché zapojenie zdroja napätia a jedného odporu R_{EKV} :

$$R_{EKV} = R_A + R_{B4C5} + R_{678}$$

Dostávame zjednodušený obvod:



Po dosadení je výsledný vzorec ekvivalentného odporu v zjednodušenom obvode:

$$R_{EKV} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{(\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4)(\frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_5)}{\frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 + \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_5} + R_6 + \frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8}$$

$$R_{EKV} = 251,3793 + \frac{(278,9655)(326,1379)}{278,9655 + 326,1379} + 720 + 106,3636$$

$$R_{EKV} = 1228,0995\Omega$$

Teraz môžeme vypočítať celkový prúd pretekajúci obvodom

$$I_{EKV} = \frac{U}{R_{EKV}}$$

$$I_{EKV} = \frac{180}{1228,0995} = 0,1466A$$

Vieme, že napätie U_{R7} a U_{R8} je rovnaké, pretože R_7 a R_8 sú zapojené paralelne. Ďalej vieme, že I_{EKV} sa rozdelí do vetví na základe veľkostí odporov.

$$\frac{U_{R7}}{R_7} + \frac{U_{R8}}{R_8} = I_{EKV} \quad U_{R7} = U_{R8}$$

$$R_8 * U_{R8} + R_7 * U_{R8} = I_{EKV} * R_8 * R_7$$

$$U_{R8} = \frac{I_{EKV} * R_8 * R_7}{R_7 + R_8} = \frac{0,1466 * 180 * 260}{180 + 260} = 15,5895V$$

$$I_{R8} = \frac{U_{R8}}{R_8} = \frac{15,5895}{180} = 0,0866A$$

2. príklad

Varianta: H

U_1	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
220V	360Ω	580Ω	205Ω	560Ω	350Ω

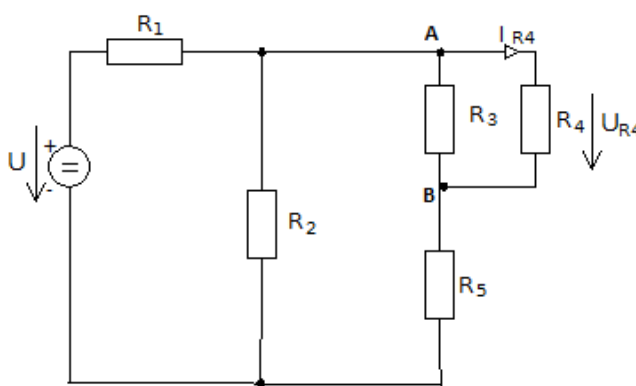
Zadanie:

Stanovte napětí U_{R_4} a proud I_{R_4} . Použijte metodu Théveninovy věty.

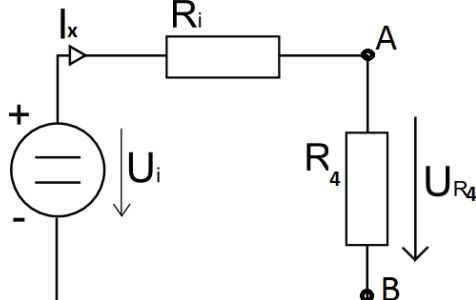
Postup:

1. Zadaný obvod (obr.1) vieme pomocou Theveninovej vety prepísať na náhradný obvod (obr.2)

obr.1



obr.2



V náhradnom obvode sa celkový odpor rovná $R_i + R_4$ a prechádza ním prúd I_x . Vypočítame R_i (odpor medzi uzlami A a B)

$$R_i = \frac{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_5\right) * R_3}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_5 + R_3} = \frac{117286,1702}{777,1277} = 150,9227\Omega$$

Na výpočet U_i z náhradného obvodu budeme potrebovať prúdy prechádzajúce obvodom po skratovaní R_4 .

$$R_{EKV} = \frac{R_2 * (R_3 + R_5)}{R_3 + R_5 + R_2} + R_1 = 643,6123\Omega$$
$$I_{R1} = \frac{U}{R_{EKV}} = 0,3442A$$

$$U_{R1} = R_1 * I_{R1} = 123,0554V$$

$$U_{R2} = U - U_{R1} = 96,9446V$$

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = 0,1671A$$

$$I_{R3} = I_{R1} - I_{R2} = 0,1748A$$

Teraz môžeme vypočítať U_i , napätie medzi uzlami A a B a I_x , prúd pretekajúci náhradným obvodom. Platí, že $U_i = U_{R3}$.

$$U_i = R_3 * I_{R3} = 35,834V$$

$$I_x = \frac{U_i}{R_i + R_4} = \frac{35,834}{710,9227} = 0,0504A$$

$$I_x = I_{R4} \quad U_{R4} = R_4 * I_{R4} = 28,224V$$

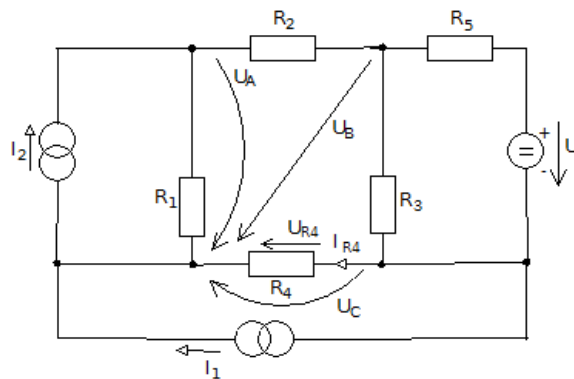
3. príklad

Varianta: C

U	I_1	I_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
110V	0,85A	0,75A	44Ω	31Ω	56Ω	20Ω	30Ω

Zadanie:

Stanovte napětí U_{R_4} a proud I_{R_4} . Použijte metodu uzlových napětí(U_A, U_B, U_C).



Postup:

1. Na základe 1. Kirchohofoveho zákona si zostavíme rovnice pre uzly A,B,C.

$$A : I_2 - I_{R2} - I_{R1} = 0$$

$$B : I_{R2} + I_{R5} - I_{R3} = 0$$

$$C : I_{R3} - I_{R5} - I_{R4} - I_1 = 0$$

Vyjadríme si rovnice pre jednotlivé prúdy v obvode.

$$I_{R1} * R_1 - U_A = 0$$

$$I_{R1} = \frac{U_A}{R_1}$$

$$I_{R2} * R_2 + U_B - U_A = 0$$

$$I_{R2} = \frac{U_A - U_B}{R_2}$$

$$I_{R3} * R_3 + U_C - U_B = 0$$

$$I_{R3} = \frac{U_B - U_C}{R_3}$$

$$I_{R4} * R_4 - U_C = 0$$

$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4}$$

$$I_{R5} * R_5 - R_{R3} * R_3 - U = 0$$

$$I_{R5} = \frac{U - U_B - U_C}{R_5}$$

Dosadíme do rovníc pre uzly A,B,C rovnice pre jednotlivé prúdy

$$A : I_2 - \frac{-U_A - U_B}{R_2} - \frac{U_A}{R_1} = 0$$

$$B : \frac{U_A - U_B}{R_2} + \frac{U - U_B + U_C}{R_5} - \frac{U_B - U_C}{R_3} = 0$$

$$C : \frac{U_B - U_C}{R_3} - \frac{U - U_B + U_C}{R_5} - \frac{U_C}{R_4} - I_1 = 0$$

Po dosadení hodnôt zo zadania a úprave rovníc dostaneme rovnice:

$$A : -75U_A + 44U_B = -1023$$

$$B : 1680U_A - 4346U_B + 2666U_C = -190960$$

$$C : 1720U_B - 3400U_C = 151760$$

Vznikla sústava rovníc, ktorú vyriešime pomocou Cramerovho pravidla (Determinanty určíme na základe Sarrusovho pravidla) :

$$\begin{pmatrix} -75 & 44 & 0 \\ 1680 & -4346 & 2666 \\ 0 & 1720 & -3400 \end{pmatrix}$$

$$D = (-75) * (-4346) * (-3400) + 1680 * 1720 * 0 + 0 * 44 * 2666 - (0) * (-4346) * 0 - 2666 * 1720 * (-75) - 3400 * 44 * 1680$$

$$D = -512988000$$

Rovnako postupujeme aj pri zvyšných maticiach

$$\begin{pmatrix} -1023 & 44 & 0 \\ -190960 & -4346 & 2666 \\ 151760 & 1720 & -3400 \end{pmatrix}$$

$$D_1 = -21190831200$$

$$\begin{pmatrix} -75 & -1023 & 0 \\ 1680 & -190960 & 2666 \\ 0 & 151760 & -3400 \end{pmatrix}$$

$$D_2 = -24193764000$$

$$\begin{pmatrix} -75 & 44 & -103 \\ 1680 & -4346 & -190960 \\ 0 & 1720 & 151760 \end{pmatrix}$$

$$D_3 = 106581720000$$

$$U_A = \frac{D_1}{D} = 41,3086V$$

$$U_B = \frac{D_2}{D} = 47,1624V$$

$$U_C = \frac{D_3}{D} = 20,7766V$$

$$U_{R4} = U_C = 20,7766V$$

$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = 1.0389A$$

4. príklad

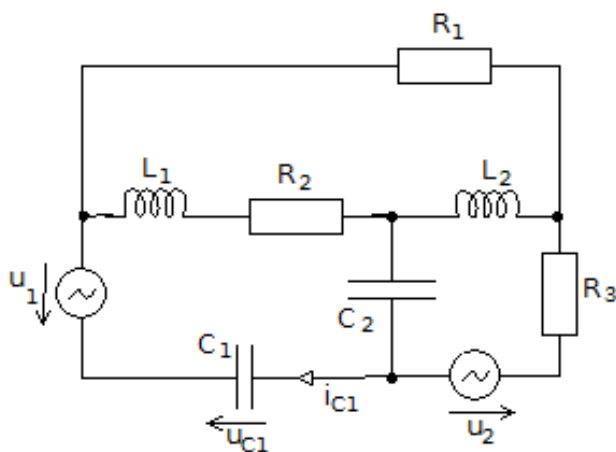
Varianta: C

U_1	U_2	R_1	R_2	R_3	L_1	L_2	C_1	C_2	f
35V	45V	10Ω	13Ω	11Ω	220mH	70mH	230μF	85μF	75Hz

Zadanie:

Pro napájecí napětí platí: $\mu_1 = U_1 * \sin(2\pi\omega ft)$. $\mu_2 = U_2 * \sin(2\pi\omega ft)$. Ve vztahu pro napětí $u_{C1} = U_{C1} * \sin(2\pi ft + \varphi_{C1})$ určete $|U_{C1}|$ a φ_{C1} . Použijte metódu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné "směry šipek napájecích zdrojů platí pre speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).



Vytvoríme rovnice pro smyčkové proudy:

Napíšeme rovnice:

$$I_A : R_1 * I_A + j\omega L_2(I_A - I_C) + R_2(I_A - I_B) + L_1(I_A - I_B) = 0$$

$$I_B : L_1 * j\omega(I_B - I_A) + R_2(I_B - I_A) - j\frac{1}{\omega C_2}(I_B - I_C) - j\frac{1}{\omega C_1}I_B - U_1 = 0$$

$$I_C : L_2 * j\omega(I_C - I_A) + R_3 * I_C - U_2 - j\frac{1}{\omega C_2}(I_C - I_B) = 0$$

Vypočítame ω

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 75 = 471,238898 \text{ rad/s}$$

Upravíme rovnice:

$$I_A(R_1 + j\omega L_2 + R_2 + j\omega L_1) + I_B(-R_2 - L_1 j\omega) + I_C(-j\omega L_2) = 0$$

$$I_A(-j\omega L_1 - R_2) + I_B(L_1 j\omega + R_2 - j\frac{1}{\omega C_2} - j\frac{1}{\omega C_1}) + I_C(j\frac{1}{\omega C_2}) = U_1$$

$$I_A(-j\omega L_2) + I_B(j\frac{1}{\omega C_2}) + I_C(j\omega L_2 + R_3 - j\frac{1}{\omega C_2}) = U_2$$

Dosadíme hodnoty do rovníc a upravíme:

$$I_A(23 + 136, 65925j) + I_B(-13 - 103, 67255j) + I_C(-j32, 9867) = 0$$

$$I_A(-13 + 103, 67255j) + I_B(13 + 69, 48069j) + I_C(j24, 96548) = 35$$

$$I_A(-32, 9867j) + I_B(24, 96548j) + I_C(11 + 8, 02122j) = 45$$

Vznikla sústava rovníc, ktorú vyriešime pomocou Cramerovho pravidla (Determinanty určíme na základe Sarrusovho pravidla) :

$$\begin{pmatrix} 23 + 136, 65925j & -13 - 103, 67255j & -32, 9867j \\ -13 + 103, 67255j & 13 + 69, 48069j & 24, 96548j \\ -32, 9867j & 24, 96548j & 11 + 8, 02122j \end{pmatrix}$$

$$D = (23 + 136, 65925j) * (13 + 69, 48069j) * (11 + 8, 02122j) + (-13 + 103, 67255j) * (24, 96548j) * (-32, 9867j) + (-32, 9867j) * (-13 - 103, 67255j) * (24, 96548j) - (-32, 9867j) * (13 + 69, 48069j) * (-32, 9867j) - (24, 96548j) * (24, 96548j) * (23 + 136, 65925j) - (11 + 8, 02122j) * (-13 - 103, 67255j) * (-13 + 103, 67255j)$$

$$D = 16832.6466 + 8587.5831j$$

Rovnako postupujeme aj pri zvyšných maticiach

$$\begin{pmatrix} 0 & -13 - 103, 67255j & -32, 9867j \\ 35 & 13 + 69, 48069j & 24, 96548j \\ 45 & 24, 96548j & 11 + 8, 02122j \end{pmatrix}$$

$$D_1 = 18056.5297 + 48256.0005j$$

$$\begin{pmatrix} 23 + 136, 65925j & 0 & -32, 9867j \\ -13 + 103, 67255j & 35 & 24, 96548j \\ -32, 9867j & 45 & 11 + 8, 02122j \end{pmatrix}$$

$$D_2 = 8210.8774 + 52528.8410j$$

$$\begin{pmatrix} 23 + 136, 65925j & -13 - 103, 67255j & 0 \\ -13 + 103, 67255j & 13 + 69, 48069j & 35 \\ -32, 9867j & 24, 96548j & 45 \end{pmatrix}$$

$$D_3 = 61945.0351 + 25473.0289j$$

$$I_A = \frac{D_1}{D} = 2,011684 + 1,84050j$$

$$I_B = \frac{D_2}{D} = 1,650327 + 2,27869j$$

$$I_C = \frac{D_3}{D} = 3,5326382 - 0,28895j$$

Vypočítáme I_{C1} a U_{C1} :

$$I_{c1} = I_B = 1,650327 + 2,27869jV$$

$$U_{c1} = -j\frac{1}{\omega C_1} * i_{c1} = -9,2263735j * i_{c1} = 21,0244 - 15,2268jV$$

Vypočítáme $|U_{c1}|$:

$$\sqrt{((Re)^2 + (Im)^2)} = \sqrt{((21,0244)^2 + (-15,2268)^2)} = 25,9592V$$

Fázový posun:

$$\varphi_{c1} = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right) = -35^\circ 54'$$

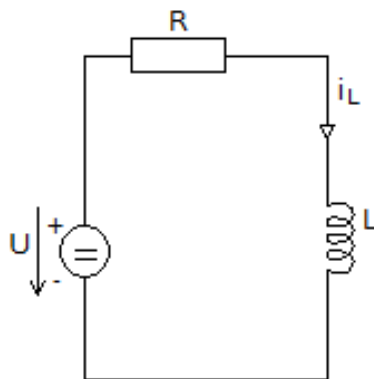
5. príklad

Varianta: H

U	L	R	$i_L(0)$
$5V$	$50H$	40Ω	$2A$

Zadanie:

Sestavte diferenciálnú rovnicu popisujúcu chovanie obvodu na obrázku, ďalej ju upravte dosadením hodnôt parametrov. Vypočítajte analytické riešenie $i_L = f(t)$. Provedte kontrolu výpočtu dosadením do sestavenej diferenciálnej rovnice.



Vyjadríme napätie na cievke u_L

$$i_L * R + u_L - U = 0$$

$$u_L = U - i_L * R$$

$$u_L = 5 - i_L * 40$$

Vyjadríme vzťah pre diferenciálnu rovnicu a dosadíme doň napätie na cievke u_L

$$i_L' = \frac{1}{L}(u_L)$$

$$i_L' = \frac{1}{50}(5 - 40 * i_L)$$

$$i_L' = \frac{1}{10} - \frac{4}{5}i_L$$

$$i_L' + \frac{4}{5}i_L = \frac{1}{10}$$

Pre diferenciálnu rovnicu vytvoríme očakávané riešenie

$$i_L(t) = L(t) * e^{\lambda t}$$

Vypočítame lambdu:

$$\lambda + \frac{4}{5} = 0$$

$$\lambda = -\frac{4}{5}$$

Dosadíme lambdu do očakávaného riešenia:

$$i_L(t) = L(t) * e^{-\frac{4}{5}t}$$

Vyjadríme hodnotu i_L' a dosadíme do zostavenej diferenciálnej rovnice:

$$i_L' = L'(t) * e^{-\frac{4}{5}t} + L(t) * e^{-\frac{4}{5}t}(-\frac{4}{5})$$

$$L'(t) * e^{-\frac{4}{5}t} - (\frac{4}{5})L(t) * e^{-\frac{4}{5}t} + (\frac{4}{5})L(t) * e^{-\frac{4}{5}t} = \frac{1}{10}$$

$$L'(t) * e^{\frac{4}{5}t} = \frac{1}{10}$$

$$L'(t) = \frac{e^{\frac{4}{5}t}}{10}$$

$$\int L'(t)dt = \int \frac{e^{\frac{4}{5}t}}{10}dt$$

$$L(t) + k1 = \frac{5e^{\frac{4}{5}t}}{40} + k2$$

$$L(t) = \frac{e^{\frac{4}{5}t}}{8} + k$$

Dosadíme do očakávaného riešenia:

$$i_L(t) = L(t) * e^{\lambda t}$$

$$i_L(t) = (\frac{e^{\frac{4}{5}t}}{8} + k) * e^{-\frac{4}{5}t}$$

Získali sme obecné riešenie:

$$i_L(t) = \frac{1}{8} + k * e^{-\frac{4}{5}t}$$

Vypočítame k:

$$i_L(0) = \frac{1}{8} + k * e^{-\frac{4}{5}0}$$

$$2 = \frac{1}{8} + k$$

$$k = \frac{15}{8}$$

úplné riešenie získame dosadením k do obecného riešenia:

$$i_L(t) = \frac{1}{8} + \frac{15}{8} * e^{-\frac{4}{5}t}$$

Vykonáme kontrolu dosadením počiatočnej podmienky:

$$i_L(t) = \frac{1}{8} + \frac{15}{8} * e^{-\frac{4}{5}t}$$

$$i_L(0) = \frac{1}{8} + \frac{15}{8}$$

$$i_L(0) = 2A$$

Počiatočná podmienka platí.

Vykonáme kontrolu vyjadrením i_L' a dosadením do diferenciálnej rovnice:

$$i_L(t) = \frac{1}{8} + \frac{15}{8} * e^{-\frac{4}{5}t}$$

$$i_L'(t) = -\frac{4}{5} \frac{15}{8} * e^{-\frac{4}{5}t}$$

Pôvodná diferenciálna rovnica:

$$i_L' + \frac{4}{5}i_L = \frac{1}{10}$$

$$-\frac{4}{5}\left(\frac{15}{8} * e^{-\frac{4}{5}t}\right) + \frac{4}{5}\left(\frac{1}{8} + \frac{15}{8} * e^{-\frac{4}{5}t}\right) = \frac{1}{10}$$

$$\frac{4}{5} * \frac{1}{8} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

Hodnoty sa rovnajú a kontrola je vykonaná.

Tabuľka výsledkov

Príklad	Zadanie	Výsledok
1	C	$U_{R_8} = 15,5895\text{V}$ $I_{R_8} = 0,0866\text{A}$
2	H	$U_{R_4} = 28,224\text{V}$ $I_{R_4} = 0,0504\text{A}$
3	C	$U_{R_4} = 20,7766\text{V}$ $I_{R_4} = 1.0389\text{A}$
4	C	$ U_{C_1} = 25,9592\text{V}$ $\varphi_{C_1} = -35^\circ 54'$
5	H	$i_L(t) = \frac{1}{8} + \frac{15}{8} * e^{-\frac{4}{5}t}$