

## Pracovní postup

1. Okalibrujte pomocí bodu tání ledu, bodu varu vody a bodu tuhnutí cínu:
  - (a) platinový odporový teploměr (určete konstanty  $R_0$ ,  $A$ ,  $B$ ).
  - (b) termočlánek měď-konstantan (určete konstanty  $a$ ,  $b$ ,  $c$ )
2. Registrujte časový průběh termoelektrického napětí termočládku  $\epsilon(\tau)$  a odporu platinového teploměru  $R(\tau)$  při ohřevu a varu vody a při tuhnutí cínu. Změřené průběhy graficky znázorněte.
3. Nakreslete graf teplotní závislosti odporu  $R$  (kalibrační křivka odporového teploměru) a graf teplotní závislosti termoelektrického napětí  $\epsilon$  (kalibrační křivka termočládku).
4. Ze závislostí  $\epsilon(t)$  a  $R(t)$  dle bodu 2 a kalibračních hodnot dle bodu 1 určete časové závislosti  $\tau_R(t)$  a  $\tau_\epsilon(t)$  teplot měřených odporovým teploměrem a termočládkem při ohřevu vody a tuhnutí cínu. Určené závislosti porovnejte.

## Teorie

Naším úkolem je zkalibrovat termočlánek měď-konstantan a platinový odporový teploměr. Závislosti  $\epsilon(t)$  pro termočlánek (1) a  $R(t)$  pro odporový teploměr (2) aproximujeme pomocí Taylorových polynomů, s ohledem na přesnost měření nemá smysl snažit se použít polynomy vyššího řádu než dva.

$$\epsilon = a + b * (t_2 - t_1) + c * (t_2 - t_1)^2 [V] \quad (1)$$

$$R = R_0 * (1 + A * t + B * t^2) [\Omega] \quad (2)$$

kde  $\epsilon$  je termoelektrické napětí na termočládku,  $R$  odpor odporového teploměru,  $t$  teplota v kelvinech a  $R_0$  odpor odporového teploměru při teplotě  $0^\circ\text{C}$ . Musíme tedy určit příslušné konstanty  $a, b, c$  pro termočlánek a  $A, B$  pro odporový teploměr. Hodí se také poznamenat, že konstanta  $a$  by měla být nulové, ač se níže ukáže, že není, naměřenou hodnotu je pak možno považovat za chybu měření termočládku. Všechny konstanty jsou nezávislé na teplotě. Je nutno tedy naměřit proměnné  $\epsilon$  a  $R$  ve třech referenčních

bodech a určit konstanty pomocí následujících vztahů.

$$a = \epsilon(t_1) [V] \quad (3)$$

$$b = \frac{a * (t_2^2 - t_3^2) + e(t_2) * t_3^2 - e(t_3) * t_2^2}{t_2 * t_3 * (t_3 - t_2)} [VK^{-1}] \quad (4)$$

$$c = \frac{a * (t_2 + t_3) + e(t_3) * t_2 - e(t_2) * t_3}{t_2 * t_3 * (t_3 - t_2)} [VK^{-2}] \quad (5)$$

$$R_0 = R(t_1) [\Omega] \quad (6)$$

$$A = \frac{t_2^2 * (R_0 - R_3) + t_3^2 * (R_2 - R_0)}{R_0 * t_2 * t_3 * (t_3 - t_2)} [K^{-1}] \quad (7)$$

$$B = \frac{t_2 * (R_3 - R_0) + t_3 * (R_0 - R_2)}{R_0 * t_2 * t_3 * (t_3 - t_2)} [K^{-2}] \quad (8)$$

vztahy byly odvozeny ze vztahů (1) a (2) a indexy 1,2,3 značí teploty referenčních body. Za referenční bod č.1 jsme volíme směs vody a ledu o teplotě kolem 0°C. Za referenční bod č. 2 teplotu vařící se vody, ta je silně závislá na okolním tlaku a přesně ji určuje následující vztah.

$$t_{var_{H_2O}} = 100.0 + 28.0216(\frac{p}{p_0} - 1) - 11.642(\frac{p}{p_0} - 1)^2 + 7.1(\frac{p}{p_0} - 1)^3 [C] \quad (9)$$

kde  $p_0$  značí normální barometrický tlak, který je roven 1013.25hPa.

Jako poslední referenční bod volíme teplotu tuhnutí cínu, jejíž hodnota je 231.93°C. Tyto hodnoty volíme z důvodů, že při fázové změně je teplota a tedy i  $\epsilon(t)$  a  $R(t)$  velmi stabilní na delším časovém úseku, hodnoty teplot referenčních bodů č.1 a č.3 považujeme za stálé a přesné.

## Výsledky měření

Laboratorní podmínky v laboratoři v době měření referenčního bodu č.2, jehož hodnota je závislá na okolních podmínkách, byly teplota  $t = (24.6 \pm 0.4)^\circ C$  a atmosférický tlak  $p = (1001 \pm 2)hPa$ . Tudíž ze vztahu (9) a metody přenosu chyb

$$\delta_p = \frac{\Delta_p}{p} \quad (10)$$

$$\delta_{t_{var_{H_2O}}} = \sqrt{\delta_p^2 + (2 * \delta_p)^2 + (3 * \delta_p)^2} \quad (11)$$

teplota varu vody v místnosti byla  $t_{var_{H_2O}} = (99.66 \pm 0.21)^\circ C$ .

Odpor jsme měřili s chybou 0.5%, napětí s chybou 35 ppm z rozsahu 0.1V a 90 ppm z hodnoty, obě chyby můžeme vzhledem k naměřeným hodnotám zanedbat.

Tabulka 1: Výsledné hodnoty

| $t [^\circ C]$ | $\epsilon [mV]$             | $R [\Omega]$    |
|----------------|-----------------------------|-----------------|
| 0              | $(3.69 \pm 1.92) * 10^{-3}$ | $101.6 \pm 0.5$ |
| 99.66          | $4.38 \pm 0.00$             | $138.6 \pm 0.7$ |
| 231.93         | $11.32 \pm 0.02$            | $187.5 \pm 0.9$ |

v tabulce jsou vyneseny hodnoty  $t_i$ ,  $R_i$  a  $\epsilon_i$ , kde  $i = 1, 2, 3$ .

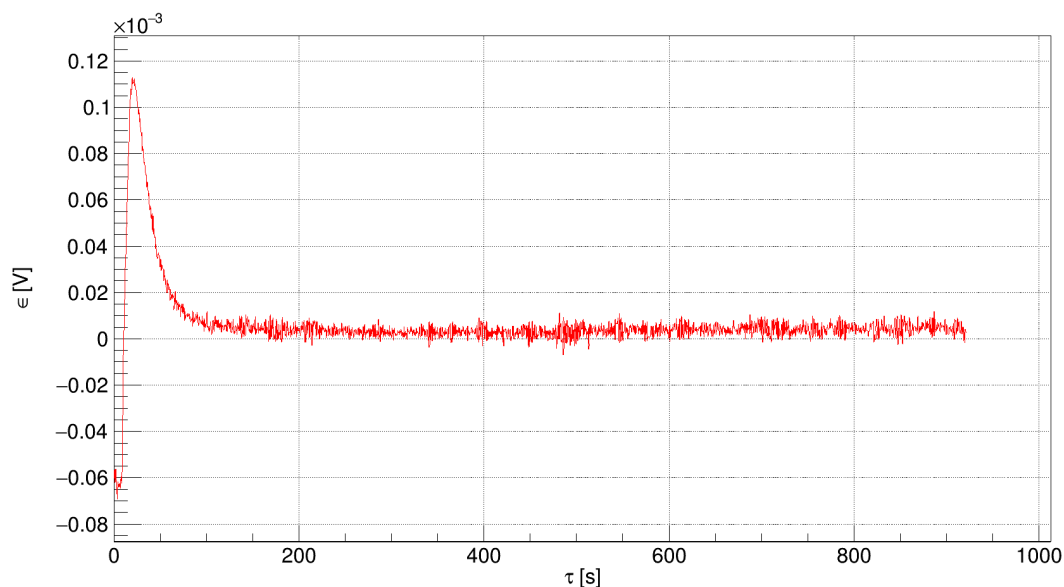
Ze vztahů (3) až (8) a metodu přenosu chyb, jejich vzorce jsou velmi dlouhé a proto si dovoluji je vynechat, jsme určili hledané konstanty.

Tabulka 2: Výsledné hodnoty konstant

| Název | hodnota                      | jednotka     |
|-------|------------------------------|--------------|
| a     | $(3.69 \pm 1.92)$            | $[\mu V]$    |
| b     | $(4.03 \pm 0.02) * 10^{-5}$  | $[V K^{-1}]$ |
| c     | $(3.70 \pm 0.11) * 10^{-8}$  | $[V K^{-2}]$ |
| $R_0$ | $(101.6 \pm 0.5)$            | $[\Omega]$   |
| A     | $(3.66 \pm 0.07) * 10^{-3}$  | $[K^{-1}]$   |
| B     | $(-6.63 \pm 9.15) * 10^{-8}$ | $[K^{-2}]$   |

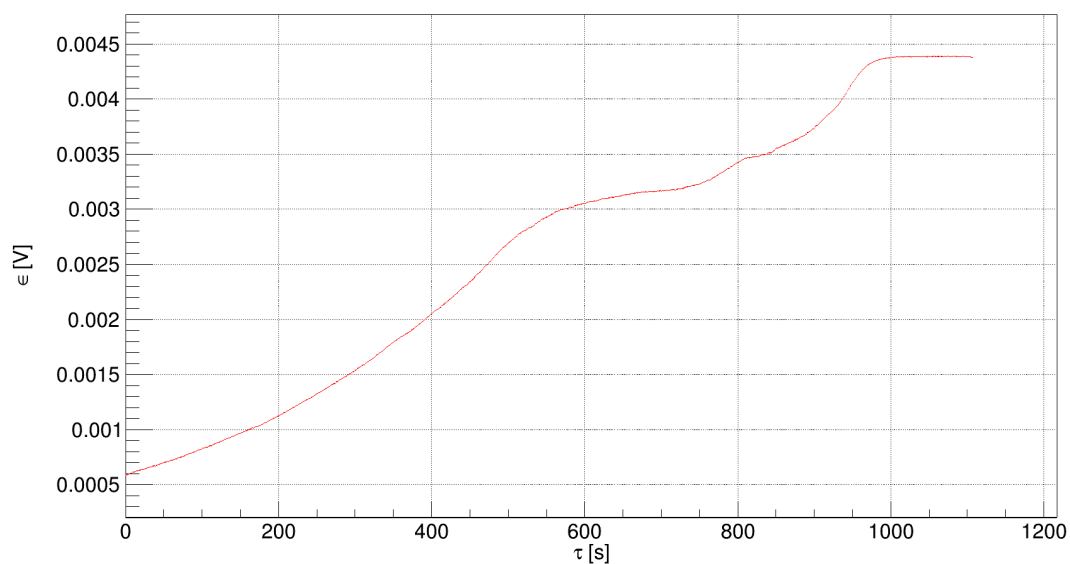
Grafy, kde nejsou značené měřené hodnoty a pouze spojnice obsahují takové množství bodů, že použití markerů by bylo nepraktické. Grafy používají již výše zavedené proměnné mimo  $\tau$ , které značí čas.

Obrázek 1: Kalibrace termočlánu



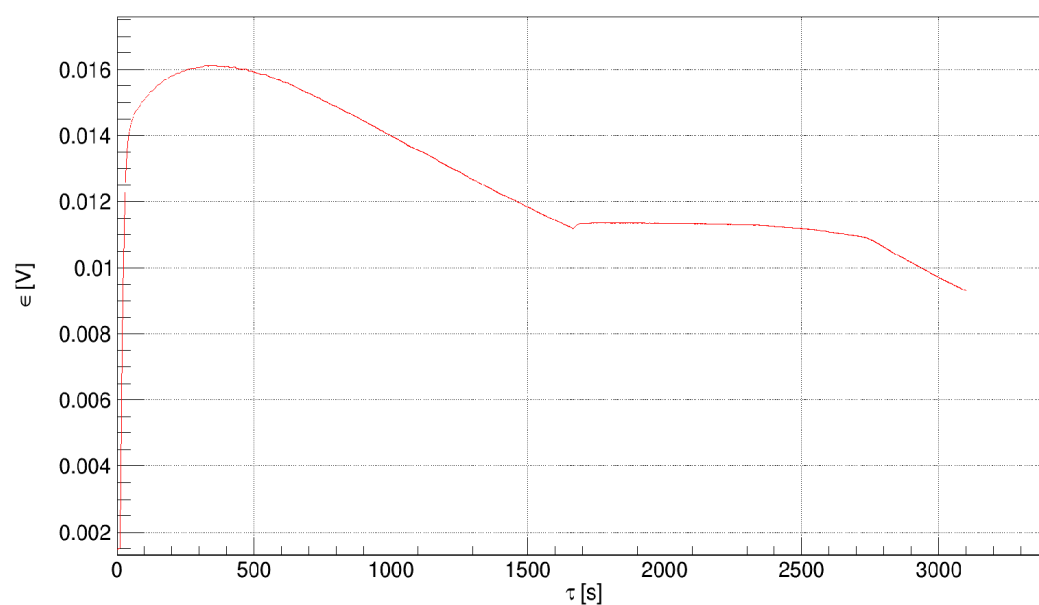
První graf zobrazuje hodnoty termoelektrické napětí v závislosti na čase při zapojení obou konců do izolované nádoby s ledovou tříští, z hodnot mezi 101. a 921. sekundou určíme konstantu "a", hodnota (jakož i všechny další) uvedena v tabulce výše.

Obrázek 2: Termočlánek poblíž bodu varu vody



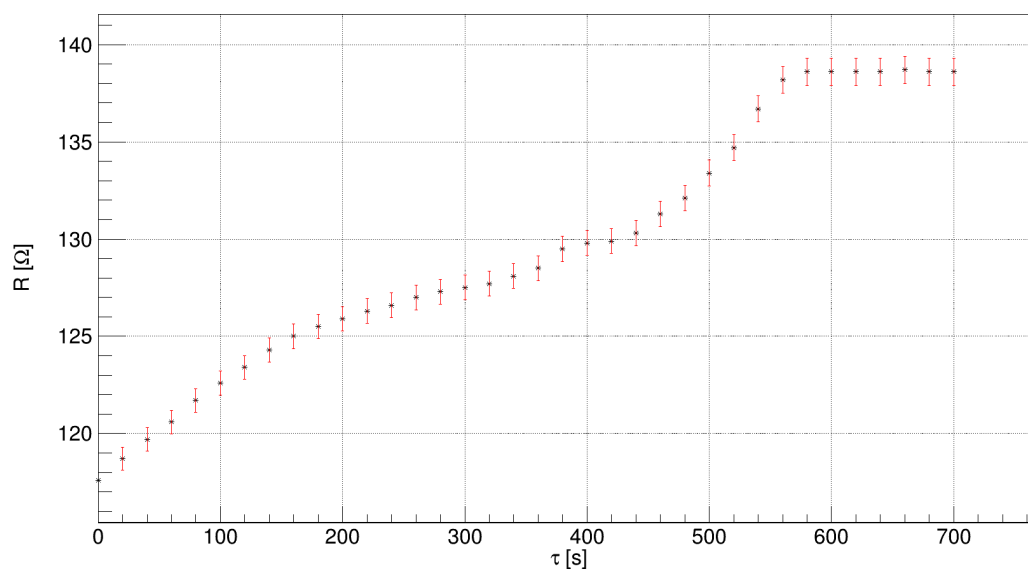
Druhý graf zobrazuje hodnoty termoelektrické napětí v závislosti na čase při zapojení "teplého" konce do baňky s vařící se vodou, z hodnot mezi 996. a 1106. sekundou určujeme konstanu "b", hodnota uvedena výše v tabulce. Zajímavá se nám může jevit nelinearita před dosažením bodu varu, po konzultaci s dozorem praktika se domníváme, že měření ovlivnila kapka, která zkondenzovala na konci článku.

Obrázek 3: Termočlánek během chladnutí tuhnutí cínu



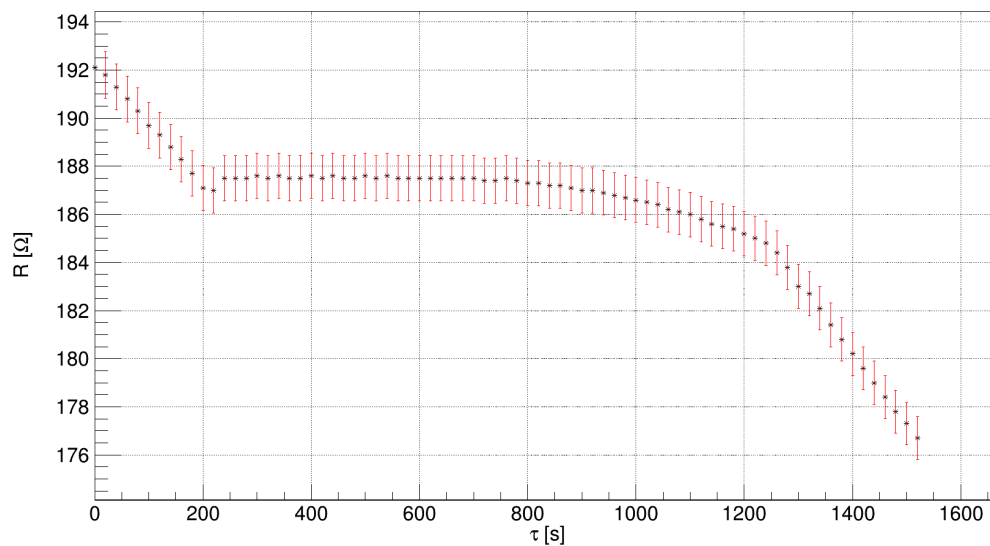
Třetí graf zobrazuje hodnoty termoelektrické napětí v závislosti na čase při zapojení "teplého" konce do pícky s roztaveným cínem, z hodnot mezi 1674. a 2394. sekundou určíme konstanu "c", hodnota uvedenavýše v tabulce. Z poklesu napětí před fázovou změnou lze usuzovat, že cín byl velmi čistý.

Obrázek 4: Odporový teploměr během varu vody



Čtvrtý graf zobrazuje hodnoty odporu v závislosti na čase v době, kdy byl teploměr vložen do baňky, v níž se ohřívala a později vařila voda. Z hodnot mezi 986. a 1106. sekundou jsme určili konstantu "A", již výše uvedenou.

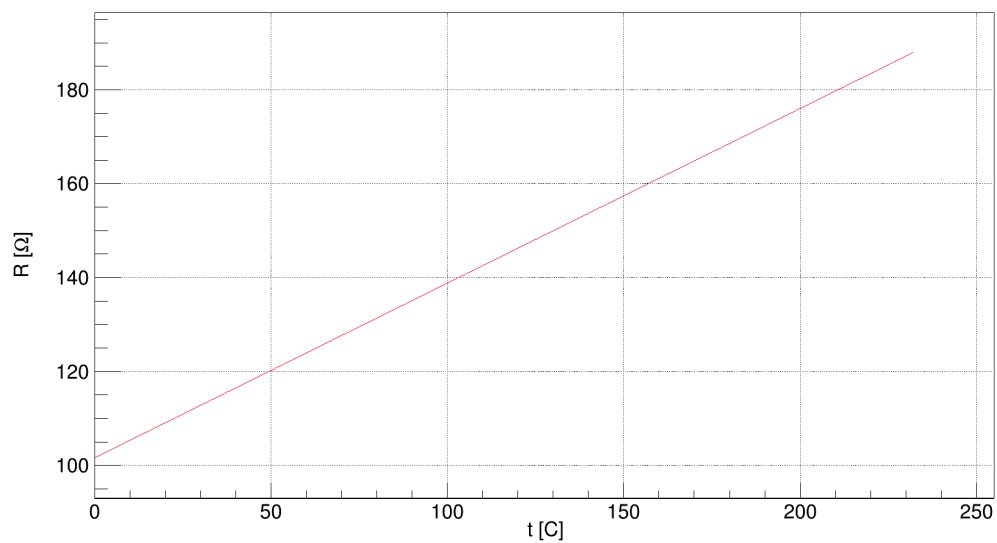
Obrázek 5: Odporový teploměr během chladnutí cínu



Pátý graf zobrazuje hodnoty odporu v závislosti na čase v době, kdy byl teploměr vložen do pícky s chladnoucím cínem. Lze si povšimnout poklesu odporu, který je funkcí teploty, přes fázovým přechodem, více je toto diskutováno v sekci Diskuse. Z hodnot mezi 1690. a 2230. sekundou jsme určili konstantu "B", již výše uvedenou.

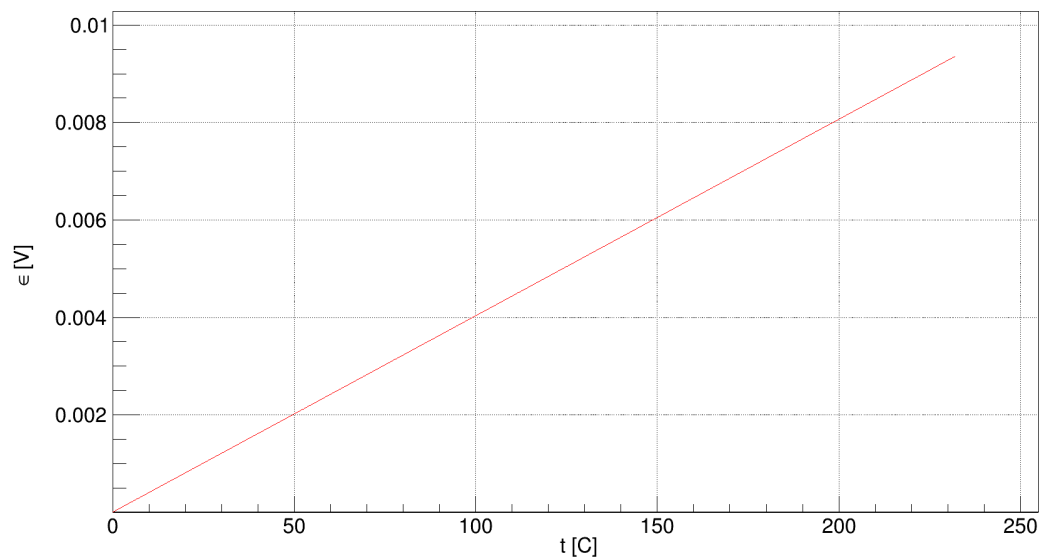
Z uvedených konstant jsme určili následující kalibrační křivky, jak pro termočlánek, tak pro odporový teploměr.

Obrázek 6: Kalibrační křivka odporového teploměru



Šestý graf zobrazuje kalibrační křivku odporového teploměru.

Obrázek 7: Kalibrační křivka termočlánu



Sedmý graf zobrazuje kalibrační křivku termočlánu. U obou grafů si lze všimnout,



že se jedná skoro o lineární funkce, zde u termočlánu si lze všimnout nepatrné "prohnutosti" přímky, která ukazuje na nelinearitu a samozřejmě jiné směrnice i hodnoty v počátku.

Vyjádřením ze vztahů (1) a (2) lze určit následující závislosti času a teploty, jakož i metodou přenosu chyb jejich chyby.

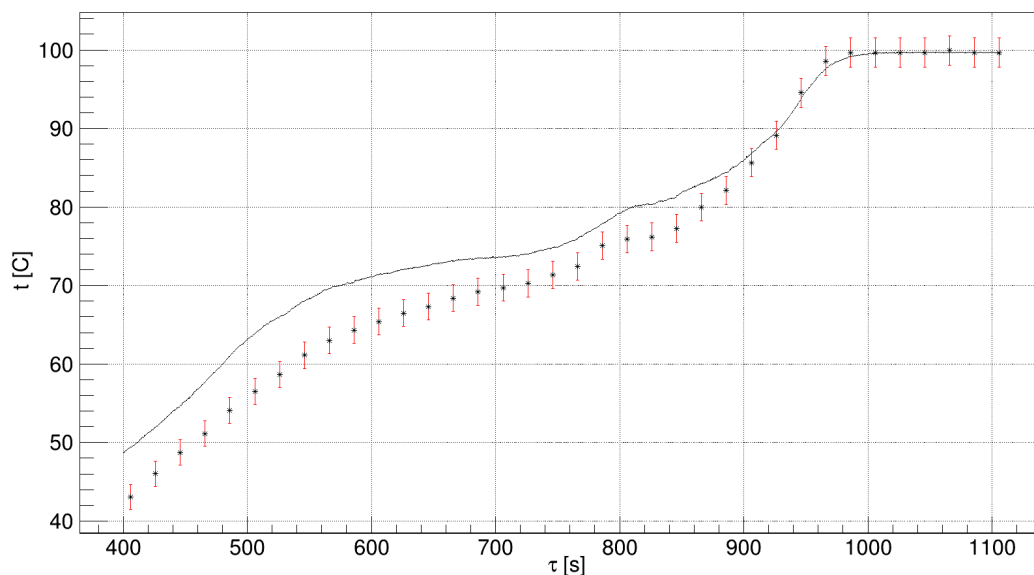
$$t_R = \frac{-A + \sqrt{A^2 + 4 * B * (\frac{R}{R_0} - 1)}}{2 * B} \quad (12)$$

$$\Delta t_R = \frac{\Delta R}{A^2 + 4 * B * (\frac{R}{R_0} - 1)} \quad (13)$$

$$t_\epsilon = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4 * c * (\epsilon - a)}}{2 * c} \quad (14)$$

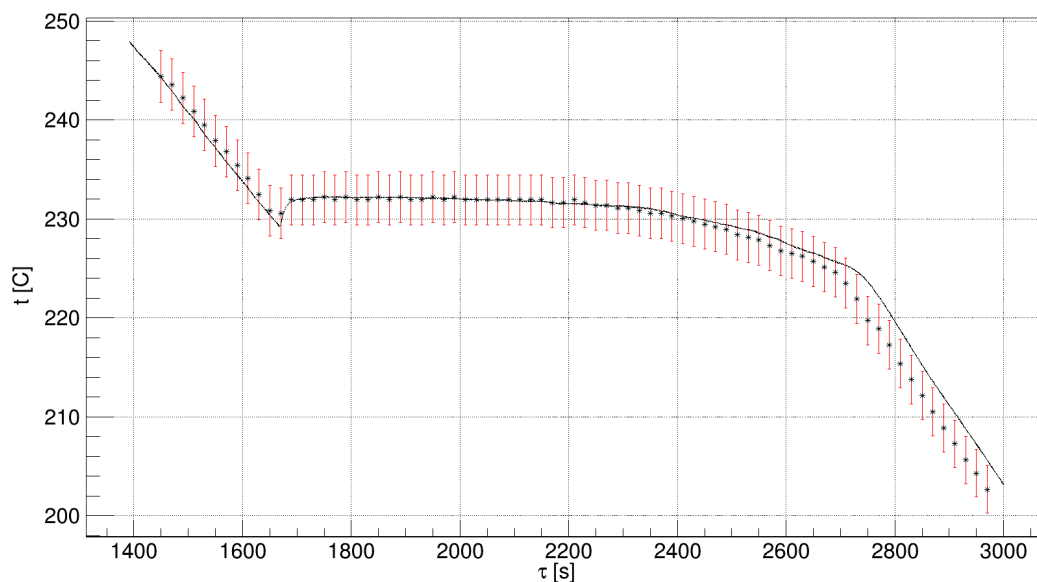
kde R je odpor v daném čase a  $\epsilon$  je napětí v daném čase, ostatní proměnné jsou stejné jako byly zavedeny výše. Absolutní chyba pro epsilon je analogická, proto neuvádíme.

Obrázek 8: Teplota při ohřevu a varu vody jako funkce času



Osmý graf zobrazuje teplotu zjištěnou měřením napětí na termočlánu jako spojitou funkci, naopak měření teploty pomocí odporu je vyjádřeno diskrétně i s errorbary, které značí odhad rozsah chyby, vypočteno výše. Toto platí pro Obrázek 9. Lze si povšimnout, že v oblasti nižších teplot neprochází spojitá funkce oblastí vymezenou errorbary a tudíž jsme museli nějakou chybu při měření nebo vyhodnocení špatně vyhodnotit. Domníváme se, že se jedná o systematickou chybu, více rozebráno v diskusi.

Obrázek 9: Teplota při chladnutí a tuhnutí cínu jako funkce času



Devátý graf má stejné parametry jako graf osmý, rozdílem však je, že spojitá funkce se nachází z výrazné většiny v oblasti vynezené errorbary a dokonce poblíž jejich středu.

## Diskuse

Nejvýraznějším problémem, který by mohl ovlivnit naše měření jsou příměsy v cínu, tento problém by šlo eliminovat tím, že by se pícká s cínem nacházela v inertní, např. dusíkové atmosféře. Příměsy bývají hlavně oxidy vznikající při fázových změnách. Jak je vidět na grafu č. 3, tak dokonce před ustálením napětí při měření tuhnutí cínu se nám podařilo naměřit pokles napětí, což ukazuje na jeho velkou chemickou čistotu. Nicméně obdobný problém by nás mohl potkat v případě referenčních bodů vztažených vůči vodě, kdy jakákoliv nečistota ovlivní fázový přechod. Další otázkou je, jak ovlivňuje prostředí ve skleněné baňce samotná baňka, hlavně zda vnitřní tlak je stejný jako tlak v místnosti. Navíc, jak jsme mohli vidět na grafu č. 2, tak problém může být i kapka kondenzující na konci termočlánku. Toto se jasně projevuje v předposledním grafu (Obrázek 8), kdy jsme během experimentu pozorovali orosené oba konce měřicích přístrojů a zjevně měřicí konec teploměru byl pokrytý větší vrstvou kapaliny, důkazem pro tuto úvahu nám může být, že při měření v cínu (Obrázek 9) se obě funkce velmi dobře shodují.

Další nepřesnosti měření mohli vzniknout úvahou vztahů (1) a (2) pouze jakožto kvadratických, přičemž se může jednat o funkce vyšších řádů.

Problematický může být i zápis napětí  $\epsilon$  pomocí počítače a odporu  $R$  člověkem,

kdy by se nám při prudké změně hodnot mohli funkce rozejít, popř. kdybychom kvůli diskretnosti měření daný jev nezaznamenali. Avšak, jak ukazuje pokles na Obrázku č. 9, těmto potížím jsme se úspěšně vyhnuli.

## Závěr

Z naměřených hodnot  $\epsilon$  a  $R$  a se nám podařilo naměřit následující hodnoty konstant:

| Název | hodnota                      | jednotka    |
|-------|------------------------------|-------------|
| a     | $(3.69 \pm 1.92)$            | $[\mu V]$   |
| b     | $(4.03 \pm 0.02) * 10^{-5}$  | $[VK^{-1}]$ |
| c     | $(3.70 \pm 0.11) * 10^{-8}$  | $[VK^{-2}]$ |
| $R_0$ | $(101.6 \pm 0.5)$            | $[\Omega]$  |
| A     | $(3.66 \pm 0.07) * 10^{-3}$  | $[K^{-1}]$  |
| B     | $(-6.63 \pm 9.15) * 10^{-8}$ | $[K^{-2}]$  |

Dále jsme našli hledané kalibrační křivky i závislosti  $\tau_R(t)$  a  $\tau_\epsilon(t)$ , ty lze najít v části výsledky měření v podobě grafů. Z diskusi jsme rozebrali získaná data a zauvažovali nad tím, co je naměřeno přesně, co nepřesně a jakými jevy to bylo ovlivněno.

## Použitá literatura

- [1] BROŽ, J. a KOL. Základy fyzikálních měření I. 1. vydání. Praha: SPN, 1983
- [2] Fyzikální praktikum. Kalibrace odporového teploměru a termočlánku – fázové přechody [online][cit. 2019-02-28]. Dostupné z: [https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_108.pdf](https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_108.pdf)
- [3] [3] ENGLICH, Jiří. Úvod do praktické fyziky I. 1. vydání. Praha: Matfyzpress, 2006, ISBN 80-86732-93-2