Lezione 5

Punti stazionari

I punti stazionari possono essere massimi o minimi. Per trovarli:

$$f'(x) = 0$$

Crescenza e decrescenza

Si calcola $\boxed{f'(x) \geq 0}$ $\Rightarrow$ da questo si capisce se sono

MAX o MIN

ESEMPIO $\qquad y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$
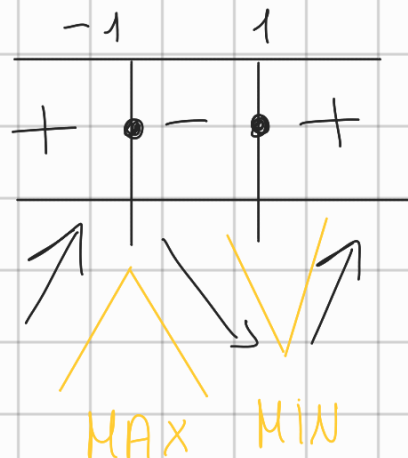
1) Dominio $\qquad (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2) $f'(x)$ $\qquad\qquad f'(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$

3) Cerco punti stazionari $\qquad f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 1$

4) Studio $f'(x) \geq 0$ $\qquad \dfrac{x^2 - 1}{x^2} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \leq -1 \cup$
$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad x \geq 1$

$X = -1$ MAX

$X = +1$ MIN

Concavita' e convessita'

Calcolo $f''(x)$ e faccio $\boxed{f''(x) \geq 0}$

$y'' \geq 0$
CONVESSA
concavita' verso
l'alto
☺

$y'' \leq 0$
CONCAVA
concavita' verso
il basso
☹

Il punto in cui cambia concavita' si dice PUNTO DI FLESSO
$$(f''(x) = 0)$$

ESERCIZI

Studiare max, min, flessi delle seguenti funzioni:

1) $f(x) = -x^3 + x^2 + 5x$

2) $f(x) = -2x^3 - 5x + 1$

3) $f(x) = x^3 - 4x$

4) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$

5) $f(x) = 1/x^2$

6) $f(x) = 2 + (x-1)^4$

7) $f(x) = (x-1)^2 (x+2)$

8) $f(x) = x + \dfrac{1}{x^2}$

9) $f(x) = \dfrac{x}{1 + x^2}$

10) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 9}$

11) $f(x) = \text{sen}^2 x$

12) $f(x) = x + \cos x$

Studio di funzione completo

1) Dominio
2) Parità e disparità
3) Intersezione con gli assi
4) Studio del segno $(f(x) > 0)$
5) Limiti negli estremi del dominio e ricerca degli asintoti
6) Calcolo $f'(x)$ e $f''(x)$
7) Ricerca punti stazionari $f'(x) = 0$
8) Studio crescenza/decrescenza $f'(x) \geq 0$
9) Ricerca punti di flesso $f''(x) = 0$
10) Studio concavità/convessità $f''(x) \geq 0$
11) Grafico

ESERCIZI
Fai studio di funzione completo delle seguenti funzioni:

1) $y = x^3 + 2x^2 - 3$

2) $y = \dfrac{x-3}{x^2-4}$

3) $y = \dfrac{x^2}{x-2}$

4) $y = x^3 - 2x^2 + x + 2$

5) $y = \dfrac{3-x}{x^2 - 7x + 10}$

6) $y = \dfrac{x^3 - 8}{2x^3 + 3}$

7) $y = \sqrt{3x - 5}$

8) $y = \sqrt{\dfrac{x+1}{x^2 - 1}}$

9) $y = \sin x + \cos^2 x \qquad$ в $(0, 2\pi)$

10) $y = x \ln x$

11) $y = \dfrac{\ln x - 2}{2\ln x + 1}$

12) $y = \dfrac{3x - 2}{e^x}$

13) $y = \dfrac{2e^x - 1}{e^x + 2}$

14) $y = \ln(1 + e^x)$

15) $y = \dfrac{x^2}{e^{(x+1)}}$