

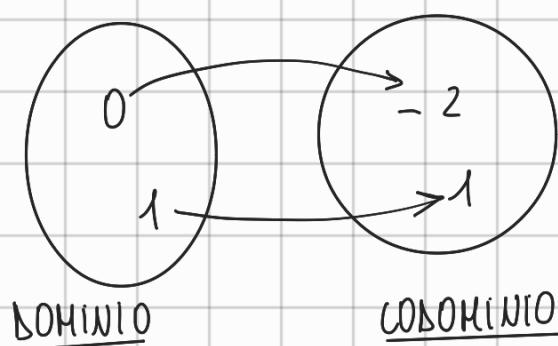
Lezioni 3

Le funzioni

$$y = 3x - 2$$

VARIABILE INDEPENDENTE
X Y VARIABILE DIPENDENTE

0	-2
1	1



"Insieme di valori che la x può assumere"

"Insieme di valori che la y assume a seconda dei valori di x"

Ripoli sulle funzioni

(IMMAGINI DALLE SLIDE DELLA PROFESSORESSA PIRON, CHE RINGRAZIO)

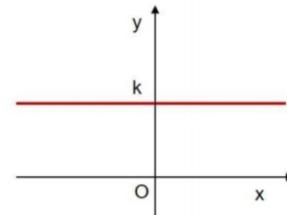
- FUNZIONE COSTANTE

$$y = k$$

Dominio: \mathbb{R}

Codominio: $\{k\}$

Grafico: retta parallela all'asse x di equazione $y = k$



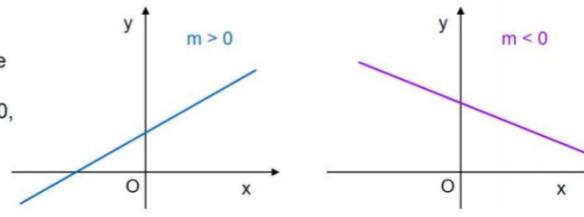
- FUNZIONE LINEARE (RETTA)

$$y = mx + q$$

Dominio: \mathbb{R}

Codominio: \mathbb{R}

Grafico: retta di coefficiente angolare m, inclinata verso l'alto se $m > 0$, verso il basso se $m < 0$

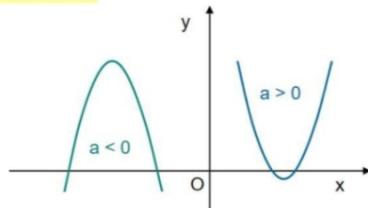


- FUNZIONE QUADRATICA (PARABOLA)

$$y = ax^2 + bx + c$$

Dominio: \mathbb{R}

Grafico: parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y, concavità verso l'alto se $a > 0$, verso il basso se $a < 0$



- FUNZIONE DI PROPORZIONALITÀ INVERSA (IPERBOLE)

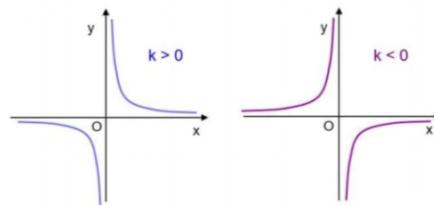
$$y = \frac{k}{x}$$

Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$ (ovvero $x \neq 0$)

Codominio: $\mathbb{R} - \{0\}$

Simmetrie: funzione dispari

Grafico: se $k > 0$ il grafico è nel primo e nel terzo quadrante, mentre se $k < 0$ il grafico si trova nel secondo e nel quarto quadrante



• FUNZIONE ESPONENZIALE

$$y = a^x \quad \text{con } a > 0, a \neq 1$$

Dominio: \mathbb{R}

Codominio: $(0, +\infty)$

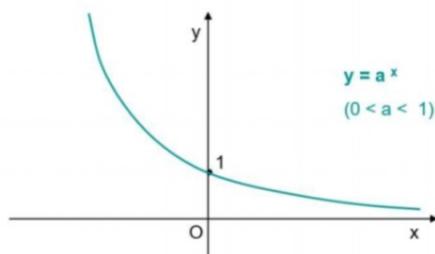
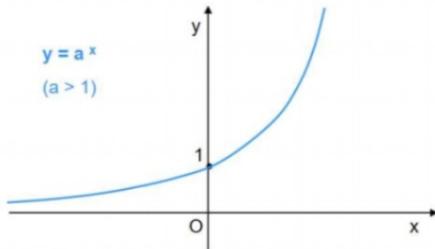
Grafico: si trova sempre al di sopra dell'asse x ed interseca l'asse y nel punto $(0, 1)$.

Se $a > 1$

quando x tende a $+\infty$
anche y tende a $+\infty$;
quando x tende a $-\infty$
 y tende a 0

Se $0 < a < 1$

quando x tende a $+\infty$
 y tende a 0;
quando x tende a $-\infty$
 y tende a $+\infty$



• FUNZIONE LOGARITMICA

$$y = \log_a x \quad \text{con } a > 0, a \neq 1$$

Dominio: $(0, +\infty)$

Codominio: \mathbb{R}

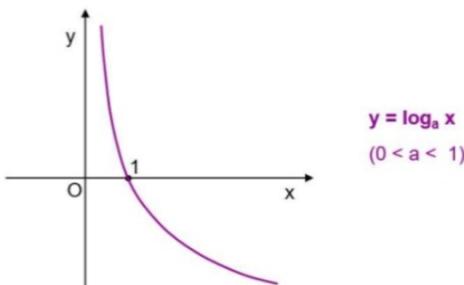
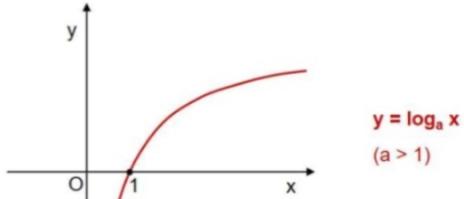
Grafico: si trova sempre a destra dell'asse y ed interseca l'asse x nel punto $(1, 0)$.

Se $a > 1$

quando x tende a $+\infty$
anche y tende a $+\infty$;
quando x tende a 0
 y tende a $-\infty$

Se $0 < a < 1$

quando x tende a $+\infty$
 y tende a $-\infty$;
quando x tende a 0
 y tende a $+\infty$



Studio di funzione: calcolo del dominio

ESERCIZI:

1) $y = \frac{2x-1}{7-x^2}$

2) $y = x^3 - 2x^2 - 3x - 2$

3) $y = \frac{1-x^2}{x^2+x+3}$

4) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 2}$

5) $y = \frac{x\sqrt{x-3}}{x^2-16}$

$$6) y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-5}$$

$$7) y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-6x+9}}$$

$$8) y = \log_2 \frac{x+5}{1-x^2}$$

$$9) y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-3}{1-x}$$

$$10) y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x-1)}$$

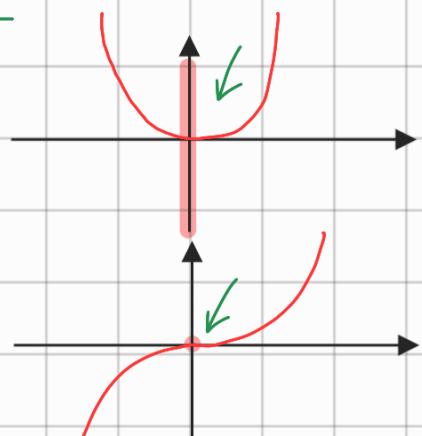
$$11) y = \left(\frac{3}{4}\right)^{\sqrt{2-x^2}}$$

$$12) y = \frac{2^x+5}{\sqrt{\log_3(x-2x^2)+2}}$$

Studio di funzione: parità e disparità

PARITÀ

$$f(-x) = f(x)$$



DISPARITÀ

$$f(-x) = -f(x)$$

N.B.

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

$$\tan(-x) = -\tan(x)$$

ESERCIZI:

$$1) y = x^2$$

$$2) y = (x+3)^2$$

$$3) y = \sin(x)$$

$$4) y = \sin(x^2)$$

$$5) y = \sin^2(x)$$

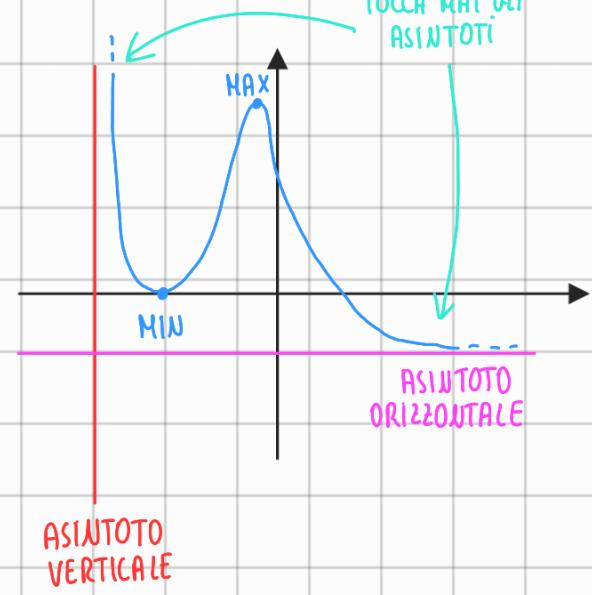
$$6) y = \frac{\cos x}{x}$$

$$7) y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$8) y = x^3 - \frac{\sin x}{x^2}$$

$$9) y = x^4 + 5x^2 - x \tan x$$

$$10) y = \log\left(\frac{1}{\cos x} - \tan x\right)$$



Studio di funzione: limiti

Cosa vuol dire fare un limite?

Studiare il comportamento di una funzione nell'intorno di un punto!

- | esponenziali e logaritmici | | goniometrici | |
|--|--|---|--|
| 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ | | 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ | |
| 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ | | 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$ | |
| 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a$ | | 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ | |
| 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{nx} = e^{na}$ | | 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$ | |
| 5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = \frac{1}{e}$ | | 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$ | |
| 6) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + ax)^{\frac{1}{x}} = e^a$ | | 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ | |
| 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \lg_a (1 + x)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{\lg_e a}$ | | 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen x}{x} = 1$ | |
| 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg_a (1 + x)}{x} = \lg_a e = \frac{1}{\ln a}$ | | 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen ax}{bx} = \frac{a}{b}$ | |
| 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$ | | 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x}{x} = 1$ | |
| 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^a - 1}{x} = a$ | | 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg ax}{bx} = \frac{a}{b}$ | |
| 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^a - 1}{ax} = 1$ | | 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{senh} x}{x} = 1$ | |
| 12) $\lim_{x \rightarrow 0} x^r \lg_a x = 0 \quad \forall a \in R^+ - \{1\}, \forall r \in R^+$ | | 12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{settsenh} x}{x} = 1$ | |
| 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg_a x}{x^r} = 0 \quad \forall a \in R^+ - \{1\}, \forall r \in R^+$ | | 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tgh} x}{x} = 1$ | |
| 14) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^r a^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x \quad \forall a \in R^+ - \{1\}, \forall r \in R^+$ | | 14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{settgh} x}{x} = 1$ | |
| 15) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x ^r a^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x \quad \forall a \in R^+ - \{1\}, \forall r \in R^+$ | | 15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^3} = \frac{1}{6}$ | |
| 16) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^r} = \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x \quad \forall r \in R^+$ | | 16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3} = \frac{1}{3}$ | |
| 17) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^r}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x \quad \forall r \in R^+$ | | | |
| 18) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x x^r = 0 \quad \forall r \in R^+$ | | | |

goniometrici

Forma	Condizione	Risultato
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$	$\frac{0}{0}$
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm \infty$	$\pm \frac{\infty}{\infty}$
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm \infty$	$0 \cdot \infty$
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$	1^∞
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$	0^0
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$	∞^0
$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x))$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$	$+\infty - \infty$

ESERCIZI

1) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x+1)$

2) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{2x+10}{6}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} (e^{2x-1} - e)$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} |x-1|$

5) $\lim_{x \rightarrow -4} \sqrt{|x|}$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x-7)$

7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - e^{-x^2})$

8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log_2 (2x^2 + 1)$

9) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x-2}$

10) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{1-e^{2x}}$

11) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3}{1+x}}$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$

13) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log \frac{1}{5} (1-x)$

14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

15) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x)$

16) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x+2x^2)$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - |3x+2|)$

18) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^3 + x^2 - 3x - 1)$

19) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-1}{x-2}$

20) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{x^3 + 2x^2 - 3x - 4}$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0} \ln \left(\frac{x+3}{2x+1} \right)$$

$$22) \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2 \cos x + 1}{\tan x}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\cos x + 2}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 0} \log_2 \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+5}{x^3-1}$$

$$26) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2 \tan x - 3}{2 \cos x}$$

$$27) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{3^x + 2}{\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1}}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+3}}{e^{-x} + e^x}$$

$$29) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}^+} \frac{6x^2 - 2x + 1}{4x - 1}$$

$$30) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}^-} \frac{6x^2 - 2x + 1}{4x - 1}$$

$$31) \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{x+2} + e^{2x})$$

$$32) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\ln \left(1 + \frac{5}{x} \right)}$$

$$33) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x + 1}{\log_3(x+3)}$$

$$34) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$$

$$35) \lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{4x^3 - 13x^2 + 4x - 1}{8x^3 - 6x^2 + 9x - 2}$$

$$36) \lim_{x \rightarrow 2} (5x^2 + 2x - 20)^2$$

$$37) \lim_{x \rightarrow \infty} (-2x^2 - 2x + 5)$$

$$38) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{3+2x} - \sqrt{4+2x} \right)$$