

Sprawozdanie

Zajęcia: Matematyka konkretna

Prowadzący: prof. dr hab. Vasyl Martsenyuk

Ćw 2

9.10.2025

Temat: Metoda SVD w celu obliczenia korelacji

Wariant: 2

Patrycja Kubica
Informatyka II stopień,
stacjonarne,
2 semestr,

1. Zadanie dotyczy obliczenia korelacji obrazu zgodnie z wariantem pod względem zarówno wierszy jak i kolumn z użyciem SVD. Przedstawić macierzy korelacji graficznie. We wniosku potraktować widoki macierzy korelacji.

Wariant 2.webp

2. Kod

```
from matplotlib.image import imread
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Wczytaj obraz
A = imread('2.webp')

# Konwersja do skali szarości
X = np.mean(A, axis=-1)

# Wyświetl oryginalny obraz
plt.figure(figsize=(5, 5))
plt.title("Oryginalny obraz")
plt.imshow(X, cmap='gray')
plt.axis('off')
plt.show()

# Obliczenie rozkładu SVD
U, S, VT = np.linalg.svd(X, full_matrices=False)

# Macierze korelacji
corr_rows = X @ X.T      # korelacja między wierszami
corr_cols = X.T @ X      # korelacja między kolumnami

# Wizualizacja macierzy korelacji
plt.figure(figsize=(12, 5))

plt.subplot(1, 2, 1)
plt.title("Macierz korelacji wierszy ( $XX^T$ )")
plt.imshow(corr_rows, cmap='gray')
plt.colorbar(fraction=0.046, pad=0.04)
plt.axis('off')
```

```

plt.subplot(1, 2, 2)
plt.title("Macierz korelacji kolumn ( $X^T X$ )")
plt.imshow(corr_cols, cmap='gray')
plt.colorbar(fraction=0.046, pad=0.04)
plt.axis('off')

plt.show()

# Sprawdzenie własności macierzy korelacji
# Powinny zachodzić:  $XX^T U = U \Sigma^2$  oraz  $X^T X V = V \Sigma^2$ 
eig_rows = U @ np.diag(S**2) @ U.T
eig_cols = VT.T @ np.diag(S**2) @ VT

# Wizualizacja teoretycznych macierzy z własności SVD
plt.figure(figsize=(12, 5))

plt.subplot(1, 2, 1)
plt.title(" $U \Sigma^2 U^T$  (teoretyczna korelacja wierszy)")
plt.imshow(eig_rows, cmap='gray')
plt.colorbar(fraction=0.046, pad=0.04)
plt.axis('off')

plt.subplot(1, 2, 2)
plt.title(" $V \Sigma^2 V^T$  (teoretyczna korelacja kolumn)")
plt.imshow(eig_cols, cmap='gray')
plt.colorbar(fraction=0.046, pad=0.04)
plt.axis('off')

plt.show()

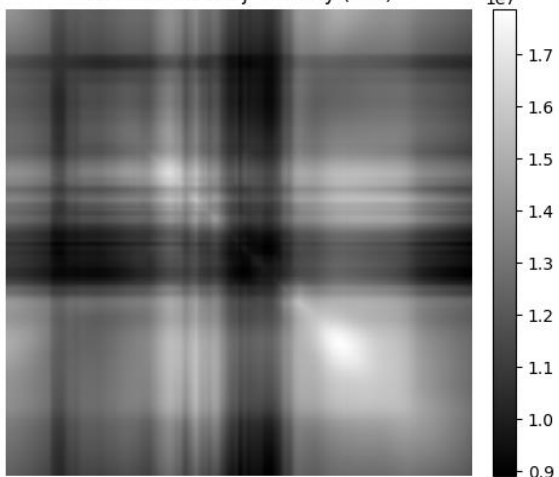
```

3. Wyniki

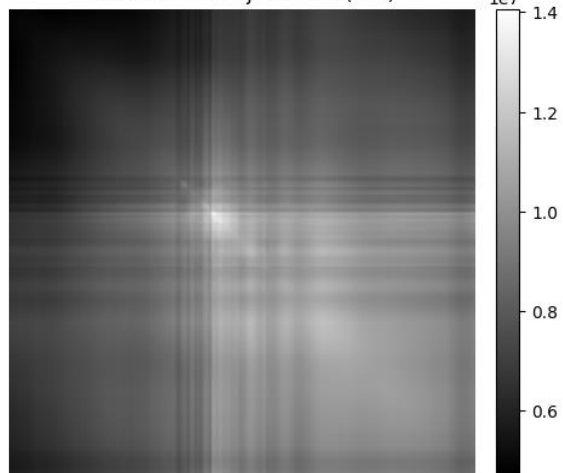
Oryginalny obraz



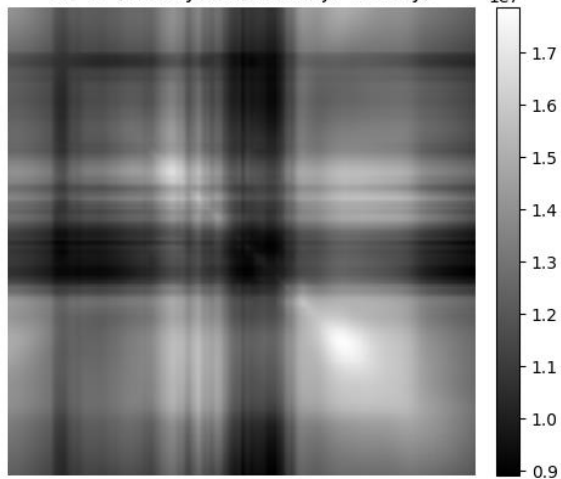
Macierz korelacji wierszy (XX^T)



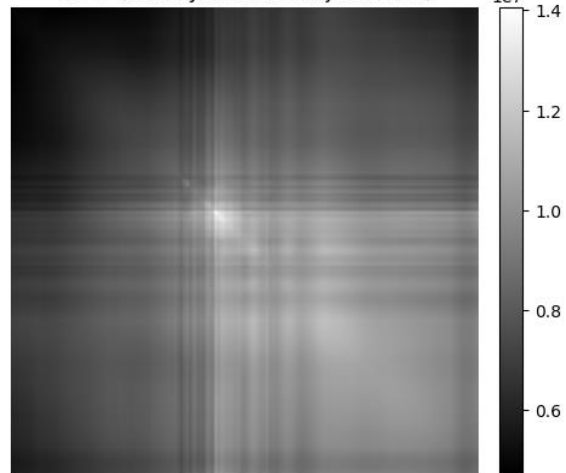
Macierz korelacji kolumn (X^TX)



$U\Sigma^2U^T$ (teoretyczna korelacja wierszy)



$V\Sigma^2V^T$ (teoretyczna korelacja kolumn)



4. Wnioski

- Macierze korelacji XX^T i X^TX są symetryczne i dodatnio półokreślone, co potwierdza teoretyczne własności SVD. Graficzna reprezentacja pokazuje podobieństwo między wierszami i kolumnami obrazu.
- Kolumny macierzy U są wektorami własnymi macierzy korelacji wierszy XX^T , a kolumny V wektorami własnymi X^TX . Ich wartości własne odpowiadają kwadratowi wartości singularnych Σ^2 , odzwierciedlając znaczenie poszczególnych trybów obrazu.
- Analiza macierzy korelacji pozwala zrozumieć strukturę obrazu i wzorce powtarzalności w pikselach. W praktyce SVD umożliwia kompresję i redukcję wymiarów przy zachowaniu najważniejszych cech obrazu.