

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Patryk Stelmaszczuk

**Investigating the Impact of Central Bank Independence on the
Inflation Rate Using Linear Regression**
**(Analiza wpływu niezależności banku centralnego na poziom
inflacji z wykorzystaniem regresji liniowej)**

Praca zaliczeniowa z Ekonometrii

Praca wykonana pod kierunkiem
dr Kateryny Zabaryny
Z Katedry Statystyki i Ekonometrii
WNE UW

Streszczenie

Celem pracy była analiza wpływu niezależności banku centralnego (CBI – Central Bank Independence) na poziom inflacji w krajach o różnym poziomie rozwoju gospodarczego w latach 2006–2020. W badaniu wykorzystano dane makroekonomiczne z bazy Banku Światowego oraz indeks niezależności banków centralnych Romelli (2024). Do analizy zastosowano metodę najmniejszych kwadratów z uwzględnieniem macierzy odpornej na heteroskedastyczność.

Na podstawie literatury wysunięto hipotezę, że wyższy poziom niezależności banku centralnego prowadzi do niższej inflacji. Wyniki analizy wykazały jednak, że indeks CBI nie był istotny statystycznie w modelu końcowym. Istotne okazały się jedynie dwie zmienne: logarytm PKB per capita, który negatywnie wpływał na inflację, oraz wskaźnik stabilności politycznej, również wykazujący ujemny wpływ.

Wyniki badania wskazują, że analiza wpływu niezależności banku centralnego może wymagać bardziej zaawansowanych narzędzi ekonometrycznych, takich jak modele panelowe, które uwzględniają zmienność w czasie i różnice między krajami. Przeprowadzone badanie może stanowić punkt wyjścia do dalszych analiz nad rolą niezależności banków centralnych w stabilizowaniu gospodarki.

Słowa kluczowe

Niezależność banku centralnego, inflacja, PKB per capita, stabilność polityczna, polityka monetarna, metoda najmniejszych kwadratów

Spis treści

Streszczenie	1
Słowa kluczowe.....	1
1. Analiza teoretyczna	3
1.1 Wstęp. Znaczenie niezależności banków centralnych.....	3
1.2 Historia i ewolucja niezależności banków centralnych.....	3
1.3. Współczesne wyzwania i krytyka.....	3
1.4. Znaczenie niezależności dla stabilności makroekonomicznej	4
1.5 Wnioski.....	4
2. Przegląd literatury i dotychczasowych badań	4
2.1 Badanie Cukiermana, Webba i Neyapti (1992)	4
Performance: Some Comparative Evidence" (1993).....	5
2.3 Kokoszcyński i Mackiewicz-Łyziak: Central Bank Independence and Inflation— Old Story Told Anew (2020)	6
3. Hipoteza badawcza.....	7
4. Analiza danych	7
4.1. Dane oraz zmienne	7
4.2. Zmienna objaśniana.....	8
4.3 Zmienne objaśniające	9
4.4 Korelacja zmiennych – współczynnik Spearmana	10
5. Analiza ekonometryczna	11
5.2 Model 2.....	13
5.3. Model 3.....	15
5.4. Model 3 – Interpretacja wyników.....	16
Test RESET (Liniowość formy funkcyjnej)	17
Test Shapiro-Wilka (Normalność reszt)	17
Test Breuscha-Pagana (Homoskedastyczność reszt).....	18
Test Chowa (Stabilność parametrów).....	18
Problem autokorelacji.....	18
6. Problemy z danymi.....	22
Podsumowanie.....	25
Bibliografia.....	26
Spis tabel	27
Spis wykresów.....	27

1. Analiza teoretyczna

1.1 Wstęp. Znaczenie niezależności banków centralnych

Na przestrzeni ostatnich dekad niezależność banku centralnego (CBI – central bank independence) stała się istotnym zagadnieniem we współczesnej makroekonomii i ekonomii politycznej. Koncepcja ta rozwinęła się w drugiej połowie XX wieku i opiera się na założeniu, że odizolowanie polityki pieniężnej od aktualnych decydentów politycznych umożliwia osiągnięcie najbardziej optymalnych celów gospodarczych w kontekście utrzymania stabilnego poziomu cen w gospodarce. Wiele badań empirycznych wykonanych na przestrzeni ostatnich dekad potwierdza, że gospodarki z niezależnymi bankami centralnymi lepiej radzą sobie z utrzymaniem niskiej inflacji bez negatywnego oddziaływania na wzrost gospodarczy czy zatrudnienie (Cukierman, Webb, Neyapti, 1992).

Pierwsze teoretyczne rozważania nad niezależnością banków centralnych pochodzą z prac Milтона Friedmana (1962), który argumentował, że niezależność tej instytucji jest kluczowa dla zapobiegania nadmiernym wpływom polityki fiskalnej na politykę monetarną. Jednak sam Friedman sceptycznie podchodził do możliwości praktycznego wdrożenia tej koncepcji, ze względu na fakt, iż w momentach kryzysów gospodarczych lub politycznych banki centralne często są wykorzystywane przez rządzących decydentów do krótkookresowego pobudzania wzrostu gospodarczego. Z kolei Alex Cukierman, który jest uważany za pioniera koncepcji niezależności banku centralnego, we współpracy z Webbem i Neyapti (1992), opracował przełomową metodykę mierzenia niezależności banków centralnych oraz zbadał jej wpływ na stabilność makroekonomiczną, podkreślając silną, ujemną korelację między niezależnością banku centralnego a poziomem cen w gospodarce.

1.2 Historia i ewolucja niezależności banków centralnych

W drugiej połowie XX wieku znaczenie niezależności banków centralnych wzrosło znacząco, szczególnie w latach 80. i 90., kiedy to wiele krajów wprowadziło reformy prawne wzmacniające pozycję tych instytucji. Przykładem jest Europejski Bank Centralny (EBC), którego niezależność została wpisana w Traktat z Maastricht w 1992 roku. Podobne reformy również państwa rozwijające się oraz przechodzące transformację gospodarczą po upadku komunizmu w Europie (Masciandaro, Romelli, 2023).

Badania Romellego (2024) pokazują, że od lat 90. niezależność banków centralnych wzrastała niemal na całym świecie, co było związane zarówno z dotkliwymi, globalnymi kryzysami inflacyjnymi lat 70., jak i rozwojem teorii makroekonomicznych, takich jak oczekiwania inflacyjne czy problem niespójności czasowej (Kydland, Prescott, 1977). Mimo to w ostatnich latach można było dostrzec nowe wyzwania związane z niezależnością banków centralnych, w tym krytyka ich działania podczas kryzysu finansowego 2008-2010 czy pandemii COVID-19.

1.3. Współczesne wyzwania i krytyka

Współczesne banki centralne stoją przed licznymi wyzwaniami, które mogą podważać ich niezależność. Kryzysy finansowe i pandemia zmusiły je do podejmowania działań

wykraczających poza standardowe instrumenty polityki pieniężnej, takich jak programy luzowania ilościowego (QE) czy wsparcie sektora finansowego. Działania te budzą kontrowersje polityczne ze względu na istotne skutki redystrybucyjne i wpływ na stabilność finansów publicznych (Blejer, Wachtel, 2020).

Krytycy wskazują, że banki centralne w krajach rozwiniętych, koncentrując się na stabilności cen, zaniedbały swoje funkcje w zakresie stabilności finansowej. Przykładem jest rola banków centralnych w bańce kredytowej, która doprowadziła do kryzysu. Z drugiej strony, w krajach rozwijających się niezależność banków centralnych przyniosła znaczne korzyści w zakresie budowy instytucji, akumulacji kapitału ludzkiego i integracji z globalnym systemem finansowym.

1.4. Znaczenie niezależności dla stabilności makroekonomicznej

Badania empiryczne wykazują, że kraje z bardziej niezależnymi bankami centralnymi charakteryzują się niższą inflacją oraz większą stabilnością makroekonomiczną (Alesina, Summers, 1993). Ponadto niezależność ta nie wiąże się z istotnymi kosztami w zakresie wzrostu gospodarczego czy zatrudnienia. Jak zauważa Tobias Adrian z Międzynarodowego Funduszu Walutowego (2024), niezależność banków centralnych jest kluczowa w utrzymaniu wiarygodności polityki pieniężnej, szczególnie w obliczu wyzwań politycznych i gospodarczych.

Jednocześnie nowe badania, takie jak opracowania Romellego (2024), wskazują, że współczesne banki centralne muszą nieustannie dostosowywać swoje działania do zmieniających się warunków globalnych, takich jak zmiany klimatyczne, cyfryzacja gospodarki czy rosnące oczekiwania społeczne.

1.5 Wnioski

Niezależność banków centralnych pozostaje fundamentalnym elementem współczesnej polityki monetarnej. Mimo krytyki i wyzwań, jakie napotkała w ostatnich latach, jej znaczenie dla stabilności cen, wiarygodności polityki pieniężnej i rozwoju instytucjonalnego pozostaje niezaprzeczalne. Niemniej jednak konieczne jest, aby banki centralne działały transparentnie i były odpowiedzialne przed społeczeństwem, co pozwoli na utrzymanie ich autonomii i efektywności w długim okresie.

2. Przegląd literatury i dotychczasowych badań

2.1 Badanie Cukiermana, Webba i Neyapti (1992)

Cukierman, Webb i Neyapti podjęli próbę zbadania wpływu niezależności banków centralnych na poziom inflacji. Autorzy postawili sobie za cel stworzenie kompleksowego miernika niezależności banków centralnych, uwzględniającego zarówno aspekty prawne, jak i rzeczywiste funkcjonowanie tych instytucji. Kluczowym pytaniem badawczym było, w jakim stopniu niezależność banku centralnego – mierzona różnymi wskaźnikami – wpływa na poziom inflacji w krajach rozwiniętych i rozwijających się.

Badanie objęło dane z 72 krajów (21 rozwiniętych i 51 rozwijających się) i dotyczyło okresu od lat 50. do lat 80. XX wieku. Analizowano zmienne prawne (np. charakterystyki zapisów w statutach banków centralnych) oraz praktyczne, takie jak rzeczywista rotacja prezesów tych instytucji. Co więcej, wykorzystano odpowiedzi z ankiet skierowanych do ekspertów polityki pieniężnej, aby uchwycić różnice między zapisami prawnymi a praktyką.

Badacze stworzyli przełomowy indeks niezależności banków centralnych, który uwzględniał cztery główne komponenty:

- Aspekty prawne, takie jak procedury mianowania i odwoływania prezesa banku centralnego oraz zakres jego kompetencji.
- Rzeczywistą niezależność, mierzoną poprzez częstotliwość zmiany prezesów banków centralnych.
- Wyniki ankietowe, które odzwierciedlały postrzeganą niezależność w praktyce.
- Złożony wskaźnik, który łączył aspekty prawne i rotacyjne.

Do zbadania związku niezależności banków centralnych z inflacją wykorzystano modele regresji. Zastosowano również testy statystyczne na zgodność modeli w różnych grupach krajów (rozwiniętych i rozwijających się).

Badanie wykazało, że w krajach rozwiniętych prawna niezależność banków centralnych była znacząco i ujemnie skorelowana z inflacją. Wyższy poziom niezależności prawnej prowadził do niższych poziomów inflacji.

W krajach rozwijających się rzeczywista niezależność – mierzona przez rotację prezesów banków centralnych – lepiej wyjaśniała poziom inflacji niż wskaźniki prawne. Częstsze zmiany prezesów wiązały się z wyższymi poziomami inflacji.

Indeks inflacyjny niezależności banku centralnego, uwzględniający zarówno aspekty prawne, jak i rotację na stanowiskach kierowniczych, okazał się bardziej efektywny w wyjaśnianiu różnic inflacyjnych między krajami niż pierwotny indeks oparty wyłącznie na kryteriach prawnych. Badacze zauważyli również istnienie mechanizmu dwukierunkowej zależności między inflacją a niezależnością banku centralnego – wysoka inflacja osłabia faktyczną niezależność banku, co prowadzi do jej dalszego wzrostu. Wyniki te podkreślają potrzebę tworzenia instytucji odpornych na naciski polityczne, szczególnie w krajach rozwijających się, jako niezbędnego elementu utrzymania stabilnego poziomu cen.

2.2 Badanie Alesiny i Summersa: "Central Bank Independence and Macroeconomic Performance: Some Comparative Evidence" (1993)

Alesina i Summers (1993) zbadali związek między niezależnością banków centralnych a wynikami makroekonomicznymi, takimi jak inflacja, wzrost gospodarczy, stopa bezrobocia czy stopy procentowe. Autorzy chcieli sprawdzić, czy niezależność banków centralnych prowadzi do lepszych wyników realnych gospodarki, poza wpływem na stabilność cen.

Badanie objęło dane makroekonomiczne dla 16 krajów rozwiniętych z lat 1955–1988. Wykorzystano dwa wskaźniki niezależności banków centralnych: Indeks Bade'a i Parkina (1982) – obejmujący polityczną niezależność banków centralnych oraz indeks Grilli, Masciandaro i Tabelliniego (1991) – uwzględniający zarówno polityczną, jak i ekonomiczną niezależność. Oba wskaźniki zostały uśrednione w celu stworzenia zintegrowanej miary CBI.

Badanie analizowało korelacji między poziomem niezależności banków centralnych a różnymi zmiennymi makroekonomicznymi. Przeprowadzono analizę wykresów i prostych regresji w celu oceny: poziomu inflacji, wzrostu PKB, stopy bezrobocia, realnych stóp procentowych.

Wyniki wykazały wyraźną, negatywną korelację między niezależnością banków centralnych a poziomem inflacji. Banki centralne o większej niezależności utrzymywały niższą inflację. Nie stwierdzono istotnego związku między niezależnością banków centralnych a wzrostem gospodarczym, stopą bezrobocia czy realnymi stopami procentowymi. Kraje takie jak Niemcy i Holandia, które mają wysoki poziom CBI, osiągały dobre wyniki gospodarcze, ale przykład Francji (niska CBI i stabilny wzrost) sugeruje brak jednoznacznego wzorca. Co więcej, niezależność banków centralnych redukuje koszty inflacji poprzez zmniejszenie jej zmienności, co może obniżyć premie za ryzyko w realnych stopach procentowych. Pokazano także brak wpływu CBI na poziom realnych stóp procentowych w długim okresie.

2.3 Kokoszcyński i Mackiewicz-Lyziak: Central Bank Independence and Inflation—Old Story Told Anew (2020)

Celem badania była analiza zależności między niezależnością banków centralnych (CBI) a inflacją, zarówno w gospodarkach rozwiniętych, jak i rozwijających się, z uwzględnieniem globalnego kryzysu finansowego oraz użyciem wskaźników mierzących różne aspekty niezależności banków centralnych.

Badanie obejmowało panel danych 51 krajów (24 rozwiniętych i 27 rozwijających się) w latach 1992–2012. Użyto dwóch wskaźników niezależności banków centralnych (CWN i GMT) oraz dynamicznych modeli panelowych. W analizie uwzględniono takie zmienne kontrolne, jak wzrost PKB, bilans budżetowy, otwartość gospodarki, poziom demokracji i reżim kursowy. Wykorzystano estymatory AR(1) oraz Arellano-Bond.

Pokazano, że niezależność banków centralnych miała istotny, negatywny wpływ na inflację oraz lukę inflacyjną w gospodarkach rozwijających się. W gospodarkach rozwiniętych ten związek był nieistotny. Globalny kryzys finansowy nie zmienił istotnie relacji między CBI a inflacją, choć wyniki sugerują, że krótkookresowe skutki kryzysu mogą wymagać dalszych badań. W krajach rozwijających się kluczowymi aspektami CBI były ograniczenia dotyczące finansowania rządowego oraz autonomia w prowadzeniu polityki pieniężnej. W krajach rozwiniętych, mimo niskiej inflacji, efektywność tych mechanizmów była marginalna.

Autorzy sugerują, że w gospodarkach rozwiniętych wysoka jakość instytucji zmniejsza znaczenie CBI jako narzędzia kontroli inflacji. W krajach rozwijających się niezależność

banków centralnych pozostaje kluczowa dla procesów dezinflacyjnych. CBI odgrywa większą rolę w gospodarkach rozwijających się, które często cierpią z powodu słabszych instytucji i presji politycznej. Wyniki wskazują na potrzebę różnicowania podejścia do oceny niezależności banków centralnych w zależności od poziomu rozwoju gospodarczego.

3. Hipoteza badawcza

Na podstawie wcześniejszej analizy teoretycznej oraz przeglądu literatury przedmiotu sformułowano następującą hipotezę:

Niezależność banku centralnego wpływa na poziom inflacji, przy czym wyższy poziom niezależności prowadzi do niższej inflacji.

Badania empiryczne, takie jak Cukierman, Webb i Neyapti (1992) czy Alesina i Summers (1993), wskazują na ujemną korelację między niezależnością banku centralnego a inflacją. Mechanizmy teoretyczne sugerują, że niezależność banku centralnego ogranicza krótkookresowe naciski polityczne, umożliwiając skuteczniejszą realizację celów w zakresie stabilności cen, co potwierdzają wyniki licznych analiz w różnych grupach państw.

4. Analiza danych

4.1. Dane oraz zmienne

Badanie zostało przeprowadzone w oparciu o dane z bazy danych Banku Światowego oraz indeksu CBI Romelli 2024, które pozwalają na ocenę wpływu niezależności banku centralnego na poziom inflacji w różnych krajach. Wymóg stworzenia modelu dla danych przekrojowych został spełniony poprzez obliczenie średnich arytmetycznych dla każdej zmiennej w okresie 2006-2020 dla 101 krajów.

Zmienna objaśniana (zależna):

Roczna stopa inflacji (CPI): Średnia roczna zmiana wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych w latach 2006-2020.

Zmienna główna objaśniająca:

CBI (Central Bank Independence Index): Indeks niezależności banku centralnego stworzony przez Romelli (2024), reprezentujący poziom autonomii polityki monetarnej w badanym okresie. Przyjmuje wartości od 0 do 1.

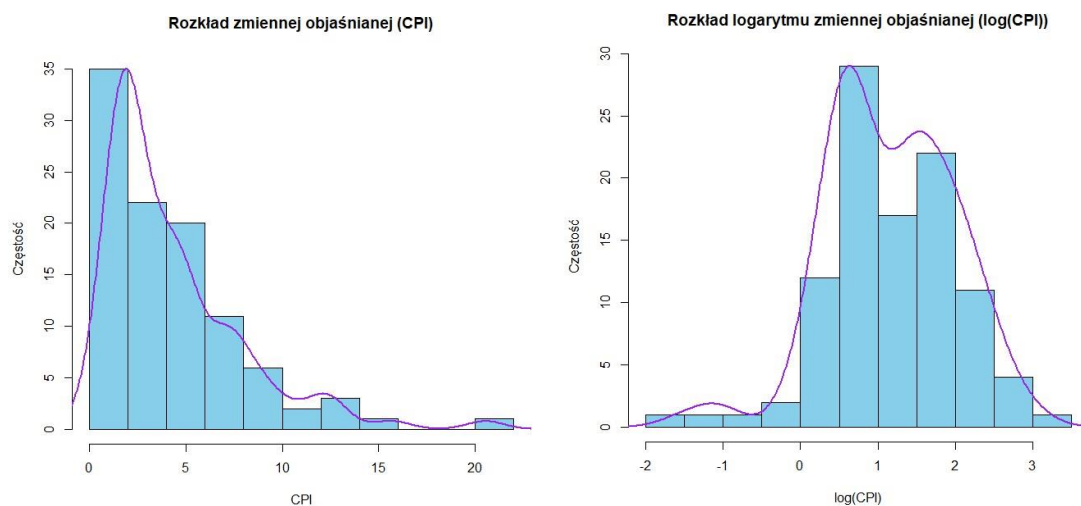
Zmienne kontrolne (objaśniające):

1. PKB per capita (GDP per capita): Średni poziom dochodu narodowego na mieszkańca w USD w badanym okresie.
2. Wzrost PKB per capita (GDP per capita growth): Średnia roczna zmiana PKB per capita w procentach.
3. Saldo fiskalne (Fiscal balance): Średni bilans budżetowy jako procent PKB, reprezentujący politykę fiskalną kraju.

4. Otwartość gospodarki (Trade as % of GDP): Średnia wartość eksportu i importu jako procent PKB, reprezentująca integrację z rynkiem globalnym.
5. Realna stopa procentowa (Real interest rate): Średnia realna stopa procentowa w danym kraju w latach 2006-2020.
6. Stabilność polityczna (Political stability): Indeks stabilności politycznej i braku przemocy, uzyskany z bazy danych Banku Światowego.
7. Eksport netto (Net export): Średnia wartość netto eksportu jako procent PKB, obrazująca bilans handlowy.

4.2. Zmienna objaśniana

Wykres 1. Rozkład zmiennej objaśnianej.



Źródło: Opracowanie własne

Wykres przedstawia rozkład zmiennej objaśnianej (CPI) oraz jej logarytmu. Rozkład zmiennej CPI wykazuje wyraźną prawostronną skośność, co może utrudniać analizę oraz naruszać założenia klasycznego modelu MNK. Natomiast rozkład logarytmu zmiennej CPI jest znacznie bardziej symetryczny i zbliżony do rozkładu normalnego. W związku z tym, aby poprawić jakość estymacji oraz spełnić założenia modelu, zmienna objaśniana została przekształcona za pomocą logarytmu.

Tabela 1. Statystyki opisowe zmiennej objaśnianej.

Tabela 1. Statystyki opisowe zmiennej objaśnianej				
Nazwa.zmiennej	Liczba.obserwacji	Minimum	Maksimum	Średnia
CPI	101	0.220000	20.530000	4.324752
Logarytm CPI	101	-1.514128	3.021887	1.150767

Źródło: Opracowanie własne

4.3 Zmienne objaśniające

Tabela 2. Statystyki opisowe zmiennych objaśniających.

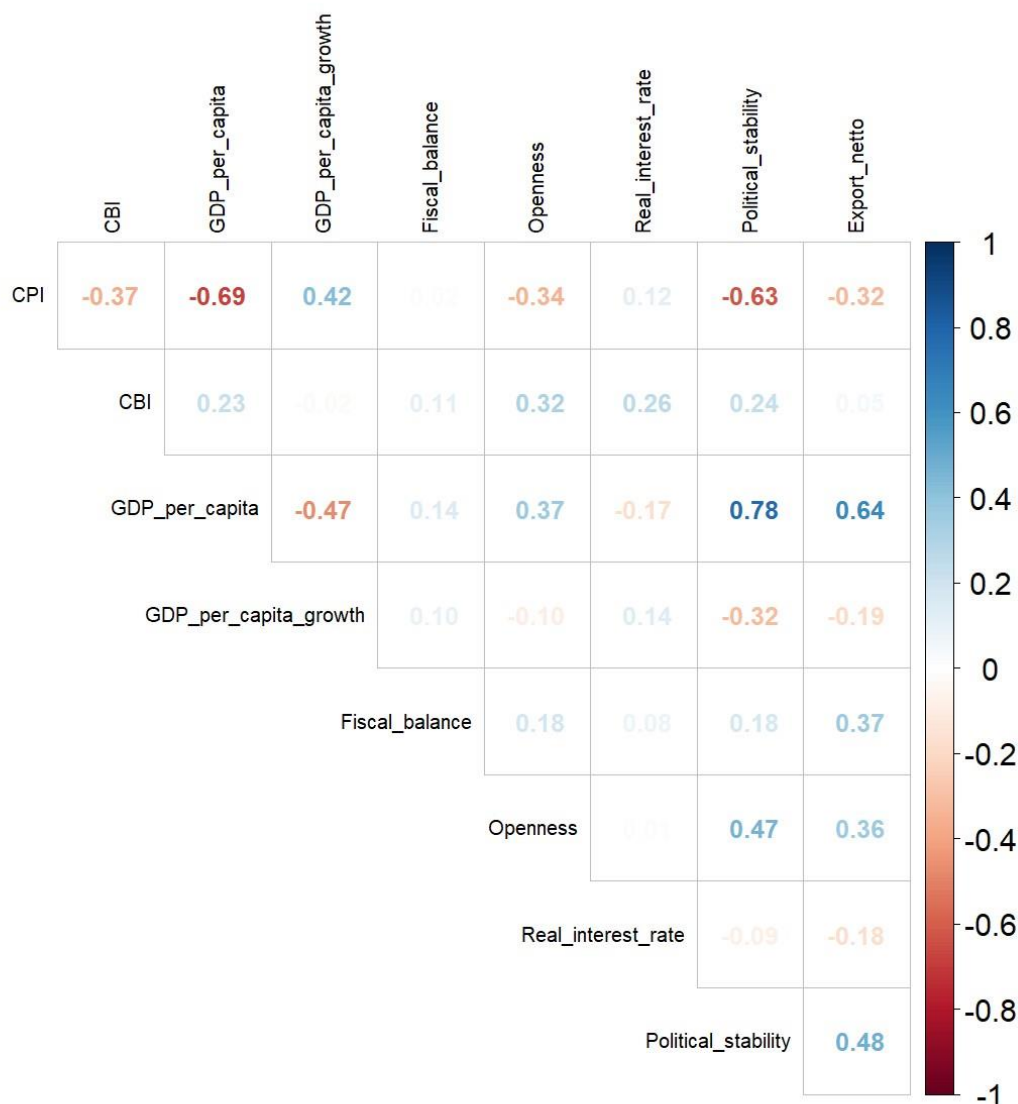
Tabela 2. Statystyki opisowe zmiennych objaśniających				
Nazwa.zmiennej	Liczba.obserwacji	Minimum	Maksimum	Średnia
CBI	101	0.27	0.92	0.68553191
GDP_per_capita	101	218.57	112,216.89	19,835.91455446
GDP_per_capita_growth	101	-2.35	7.76	1.69564356
Fiscal_balance	101	-8.69	10.46	-2.19109890
Openness	101	25.92	359.46	90.15020202
Real_interest_rate	101	-3.55	31.89	5.37630137
Political_stability	101	-2.43	1.38	0.01782178
Export_netto	101	-33.14	31.76	-0.24765306

Źródło: Opracowanie własne

W tabeli przedstawiono podstawowe statystyki opisowe dla zmiennych objaśniających. Wskaźnik niezależności banku centralnego (CBI) w próbie waha się od 0,27 do 0,92, przy średniej wynoszącej 0,69. Produkt krajowy brutto na mieszkańca (GDP per capita) wynosi od 218,57 do 112 216,89 USD, ze średnią równą 19 835,91 USD. Zmiana roczna produktu krajowego brutto na mieszkańca (GDP per capita growth) mieści się w zakresie od -2,35% do 7,76%, ze średnią 1,70%. Saldo fiskalne (fiscal balance) wynosi od -8,69% do 10,46% PKB, ze średnią -2,19%. Zmienna otwartości gospodarki (openness) przyjmuje wartości od 25,92% do 359,46%, a jej średnia wynosi 90,15%. Realna stopa procentowa (real interest rate) w próbie waha się od -3,55% do 31,86%, przy średniej 5,38%. Stabilność polityczna (political stability) ma wartość od -2,43 do 1,38, a średnia dla tej zmiennej wynosi 0,02. Z kolei saldo eksportowe (export netto) mieści się w przedziale od -33,14% do 31,76%, ze średnią -0,25%.

4.4 Korelacja zmiennych – współczynnik Spearmana

Wykres 2. Korelacja zmiennych ciągłych.



Źródło: Opracowanie własne

Ze względu na fakt, że nie wszystkie zmienne w analizowanym zbiorze danych mają rozkład normalny, zastosowano nieparametryczny współczynnik korelacji rang Spearmana, który pozwala na ocenę siły i kierunku monotonicznych zależności między zmiennymi ciągłymi. Metoda ta jest odporna na wartości odstające oraz nieliniowość zależności, co czyni ją bardziej odpowiednią w przypadku danych makroekonomicznych. Najważniejsze obserwacje z nowej macierzy korelacji:

CPI a PKB per capita (GDP_per_capita): współczynnik korelacji Spearmana wynosi

-0.69, co wskazuje na silną ujemną zależność. Wyższy poziom zamożności społeczeństwa wiąże się z niższą inflacją.

CBI a CPI: korelacja pomiędzy niezależnością banku centralnego (CBI) a inflacją (CPI) to **-0.37** – umiarkowana ujemna zależność, sugerująca, że większa niezależność banku może sprzyjać niższej inflacji.

PKB per capita a stabilność polityczna (Political_stability): bardzo wysoka dodatnia korelacja równa **0.78**, potwierdzająca związek między stabilnością polityczną a poziomem rozwoju gospodarczego.

PKB per capita a eksport netto (Export_netto): współczynnik **0.64** sugeruje silną pozytywną zależność, wskazując na możliwy związek między dodatnim bilansem handlowym a rozwojem gospodarczym.

CPI a stabilność polityczna (Political_stability): silna, ujemna korelacja **-0.63**, co oznacza, że kraje stabilniejsze politycznie częściej charakteryzują się niższą inflacją.

Wzrost PKB per capita (GDP_per_capita_growth) a otwartość gospodarki (Openness): korelacja wynosi **0.10**, co jest bardzo słabą zależnością – wskazuje na ograniczony wpływ otwartości na tempo wzrostu gospodarczego.

CBI a otwartość gospodarki (Openness): korelacja wynosi **0.32**, co może świadczyć o tendencji bardziej otwartych gospodarek do utrzymywania większej niezależności instytucji monetarnych.

Pomimo kilku wysokich współczynników korelacji – takich jak 0.78 między stabilnością polityczną a PKB per capita – wszystkie zmienne zostały poddane dalszej analizie. Potencjalna współliniowość została oceniona za pomocą współczynników VIF, które potwierdziły brak zagrożenia dla stabilności modelu.

Obserwowane zależności w większości pokrywają się z oczekiwaniami teoretycznymi oraz wcześniejszymi ustaleniami literatury. Szczególnie silne i zgodne z literaturą są związki pomiędzy poziomem rozwoju gospodarczego, stabilnością polityczną oraz inflacją. Niektóre relacje, jak np. korelacja PKB z bilansem handlowym, wymagają ostrożnej interpretacji kontekstowej, lecz są logiczne w świetle danych.

5. Analiza ekonometryczna

Wybór formy funkcjonalnej modelu.

Analiza wskaźnika cen ($\log(\text{CPI})$) została przeprowadzona przy użyciu metody najmniejszych kwadratów (MNK). Zastosowano metodę stopniowego eliminowania zmiennych nieistotnych oraz badania interakcji między kluczowymi zmiennymi. Proces rozpoczęto od modelu zawierającego wszystkie potencjalne zmienne objaśniające, a następnie uproszczono model poprzez eliminację zmiennych o najwyższych wartościach p-value oraz uwzględnienie interakcji między zmiennymi, zgodnie z wynikami wstępnej analizy.

5.1 Model 1

Postać modelu: $\ln(CPI) = \beta_0 + \beta_1 * CBI + \beta_2 * GDP_per_capita +$
 $+ \beta_3 * GDP_per_capita_growth + \beta_4 * Fiscal_balance + \beta_5 * Openness +$
 $+ \beta_6 * Real_interest_rate + \beta_7 * Political_stability + \beta_8 * Export_netto + \varepsilon$

Wyniki estymacji:

Statystyka F: 11.44, p-value: 3.917e-11

R-squared: 0.4987, Adjusted R-squared: 0.4551

Wartości p dla zmiennych sugerują, że:

GDP_per_capita jest istotna na poziomie istotności 5%, Political_stability

jest istotna na poziomie istotności 5%,

Pozostałe zmienne są statystycznie nieistotne.

Diagnostyka modelu:

Liniowość: Brak problemów (RESET test, p-value = 0.1667).

Normalność reszt: Reszty normalne (Shapiro-Wilk, p-value = 0.1576).

Homoskedastyczność: Możliwe występowanie heteroskedastyczności (Breusch-Pagan, p-value = 0.04621).

Współliniowość: Brak problemów (wszystkie wartości VIF < 10):

Najwyższe wartości VIF: GDP_per_capita (2.97), Political_stability (2.17).

Wnioski:

Model 1 wyjaśnia około 49.87% wariancji logarytmu CPI (Adjusted R-squared: 45.51%).
Wśród zmiennych objaśniających:

Political_stability i GDP_per_capita są istotnymi determinantami logarytmu CPI.

CBI jest bliska istotności i może mieć umiarkowany wpływ na logarytm CPI.

Pozostałe zmienne, takie jak *Openness*, *Export_netto* czy *Real_interest_rate*, wydają się nie mieć istotnego wpływu w tym modelu.

Diagnoza wykazała możliwe występowanie heteroskedastyczności, co może wpływać na wyniki estymacji. Jednak jako że model 1 jest modelem wstępnym, problem ten na razie nie stanowi priorytetu analizy. Zagadnienie heteroskedastyczności zostanie dokładniej rozwiązane w kolejnych krokach, podczas analizy modeli uproszczonych i ostatecznej wersji modelu.

Model 1 zawiera wiele zmiennych statystycznie nieistotnych. W kolejnym kroku uproszczono model przez eliminację niektórych zmiennych i uwzględnienie potencjalnych interakcji.

5.2 Model 2

Postać modelu: $\ln(CPI) = \beta_0 + \beta_1 \ln(GDP_per_capita) + \beta_2 Political_stability + \beta_3 GDP_per_capita_growth + \beta_4 \ln(GDP_per_capita) * Political_stability + \varepsilon$

Wyniki estymacji:

Statystyka F: 22.45, p-value: 4.167e-13

R-squared: 0.4833, Adjusted R-squared: 0.4618

Wartości p dla zmiennych sugerują, że:

$\ln_GDP_per_capita$ jest istotna na poziomie istotności 5%.

Pozostałe zmienne, w tym interakcja $\ln_GDP_per_capita * Political_stability$ są statystycznie nieistotne.

Diagnostyka modelu:

Liniowość: Brak problemów (RESET test, p-value = 0.3379).

Normalność reszt: Reszty normalne (Shapiro-Wilk, p-value = 0.06305).

Homoskedastyczność: Brak heteroskedastyczności (Breusch-Pagan, p-value = 0.4493).

Współliniowość: Problemy z współliniowością:

$Political_stability$ (VIF = 45.76) i $\ln_GDP_per_capita * Political_stability$ (VIF = 44.51) wskazują na silną współliniowość.

Wnioski:

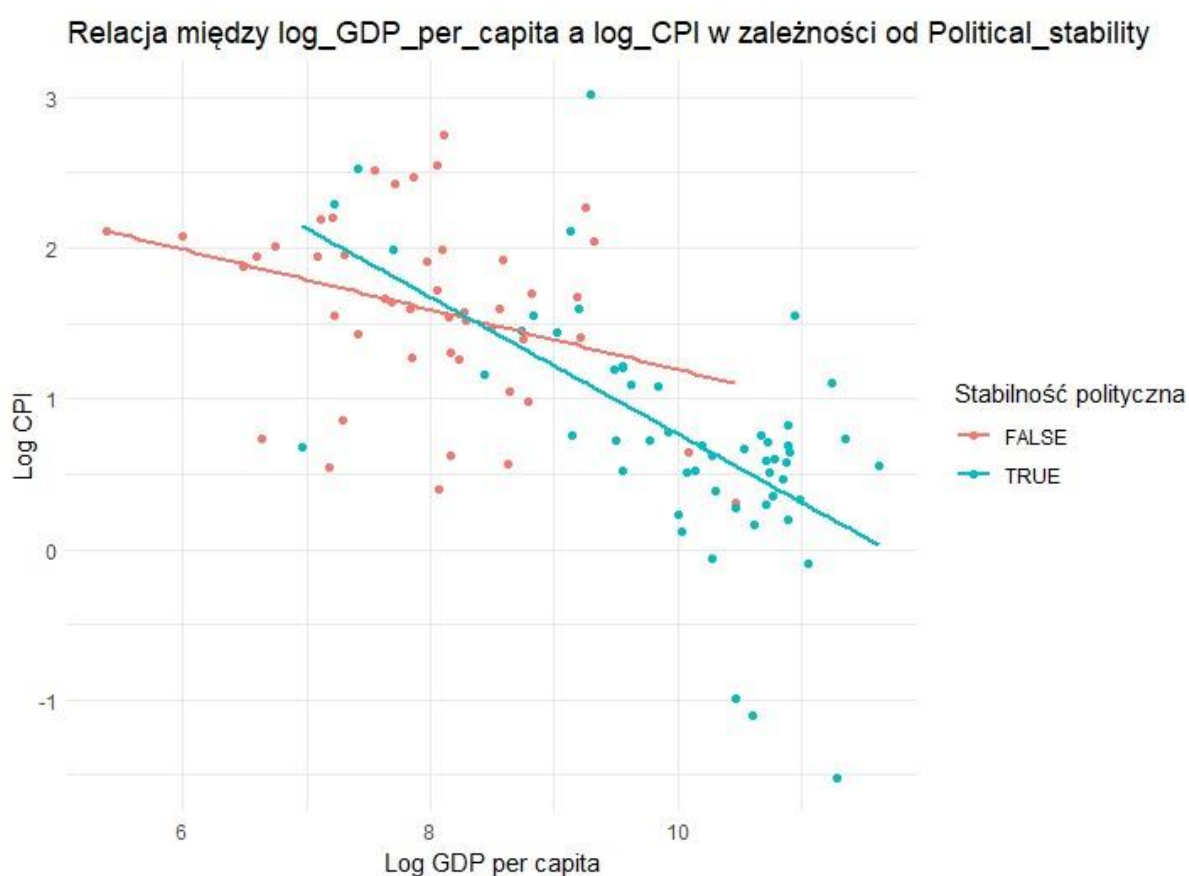
Model 2 wyjaśnia około 48.33% wariancji logarytmu CPI (Adjusted R-squared: 46.18%). $\ln_GDP_per_capita$ jest jedyną zmienną istotną statystycznie w modelu.

Interakcja $\log_GDP_per_capita * Political_stability$ oraz inne zmienne (np. $GDP_per_capita_growth$) nie wnoszą istotnej wartości do modelu.

Silna współliniowość między zmiennymi interakcyjnymi może wpływać na wiarygodność wyników. Warto rozważyć uproszczenie modelu lub zastosowanie metod radzenia sobie z współliniowością.

Model 2 potwierdza znaczenie logarytmu PKB per capita, jednak obecność nieistotnych interakcji i problemy współliniowości wskazują na potrzebę dalszej optymalizacji modelu.

Wykres 3



Źródło: Opracowanie własne

Opis wykresu:

Wykres przedstawia zależność między \log_CPI a $\log_GDP_per_capita$, rozdzieloną na dwie grupy: kraje o stabilności politycznej powyżej 0 (TRUE) oraz poniżej 0 (FALSE).

Linie trendu wskazują, że zależność między zmiennymi jest negatywna w obu grupach, ale różni się stromością.

Wnioski z wykresu:

Kraje o niskiej stabilności politycznej (czerwona linia) wykazują słabszą negatywną zależność między PKB per capita a CPI.

Kraje o wyższej stabilności politycznej (niebieska linia) charakteryzują się silniejszym wpływem PKB per capita na CPI.

Wynik ten wspiera interpretację modelu 2, jednak statystyczna nieistotność interakcji wskazuje, że wpływ stabilności politycznej jest umiarkowany.

W kolejnym kroku przeprowadzono dalsze uproszczenie modelu.

5.3. Model 3

Postać modelu: $\ln(CPI) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(GDP_per_capita) + \beta_2 * Political_stability + \varepsilon$

Wyniki estymacji:

Statystyka F: 43.02, p-value: 3.882e-14

R-squared: 0.4675, Adjusted R-squared: 0.4566

Wartości p dla zmiennych sugerują, że:

$\ln(GDP_per_capita)$ jest istotna na poziomie istotności 5%.

$Political_stability$ jest istotna na poziomie istotności 5%.

Model wyjaśnia 46.75% zmienności logarytmu CPI. Wynik ten jest nieco niższy niż w poprzednich modelach, które zawierały większą liczbę zmiennych objaśniających, które były statystycznie nieistotne. Jednak prostota modelu oraz znaczenie jedynie istotnych zmiennych czynią go bardziej wiarygodnym i praktycznym do dalszej analizy.

Tabela 3. Wyniki regresji liniowej dla modeli (poziom istotności 5%).

	<i>Zmienna zależna: Log(CPI)</i>		
	Model 1	Model 2	Model 3
	(1)	(2)	(3)
(Intercept)	1.890*** (0.334)	3.128*** (0.661)	3.501*** (0.600)
CBI	-0.767 (0.411)		
GDP per capita	-0.00001** (0.00000)		
GDP per capita growth	0.053 (0.039)	0.055 (0.038)	
Fiscal balance	0.037 (0.024)		
Political stability	-0.329** (0.103)	0.010 (0.468)	-0.255* (0.109)
Export netto		-0.030 (0.051)	
Log(GDP per capita)		-0.225*** (0.070)	-0.259*** (0.066)
Log(GDP per capita):Political stability		-0.030 (0.051)	
Macierz odporna	Nie	Nie	Tak (HC1)
Liczba obserwacji	101	101	101
R ²	0.499	0.483	0.468
Skorygowane R ²	0.455	0.462	0.457
Błąd standardowy reszt	0.611 (df = 92)	0.608 (df = 96)	0.610 (df = 98)
F-statystyka	11.439***	22.447***	43.021***

Note:

*p<0.05; **p<0.01; ***p<0.001

Źródło: Opracowanie własne

5.4. Model 3 – Interpretacja wyników

Model 3 został wybrany jako ostateczny w niniejszej analizie ze względu na swoją prostotę oraz wyższą istotność statystyczną zmiennych objaśniających. Dopasowanie modelu, mierzone wartością R², wynosi 46.75%, co wskazuje na umiarkowaną zdolność do wyjaśniania zmienności logarytmu wskaźnika cen (CPI). Skorygowane R² modelu osiągnęło wartość 45.66%, co potwierdza stabilność dopasowania w odniesieniu do liczby zmiennych objaśniających.

Interpretacja zmiennych objaśniających:

Log(GDP per capita): Współczynnik logarytmu PKB per capita wynosi -0.259 i jest istotny na poziomie istotności 5%. Oznacza to, że wzrost PKB per capita o 1% wiąże się ze spadkiem wskaźnika CPI o 0.259%, przy założeniu, że inne zmienne pozostają stałe (*ceteris paribus*)

Political stability: Stabilność polityczna również jest statystycznie istotna na poziomie 5%. Współczynnik wynoszący -0.255 wskazuje, że wzrost stabilności politycznej o jedną jednostkę (według skali zastosowanej w modelu) powoduje spadek wskaźnika CPI o około 0.25 punktu procentowego.

Wartości współczynników beta w modelu 3 wskazują, jak zmiana każdej z analizowanych zmiennych objaśniających wpływa na logarytm wskaźnika CPI. W przypadku zmiennych zlogarytmowanych (np. $\log(\text{GDP per capita})$), współczynniki beta należy interpretować jako procentowe zmiany wskaźnika CPI przy 1% zmianie danej zmiennej objaśniającej. Natomiast dla zmiennych niezlogarytmowanych (np. Political stability), współczynniki beta opisują absolutne zmiany w logarytmie CPI przy jednostkowym wzroście danej zmiennej. Logarytmowanie zmiennych umożliwiło lepsze uchwycenie nieliniowych zależności między zmiennymi, redukcję wpływu obserwacji odstających oraz poprawiło stabilność wyników estymacji.

Ostateczny model regresji podkreśla kluczową rolę dochodu na mieszkańca oraz stabilności politycznej w kształtowaniu wskaźnika inflacji. Choć dopasowanie modelu jest umiarkowane, diagnostyka reszt oraz testy stabilności parametrów, które przedstawione są w kolejnych sekcjach, potwierdzają brak poważnych problemów z założeniami klasycznej regresji liniowej. W analizie uwzględniono także macierz odporną na heteroskedastyczność, która nie zmieniła ogólnych wniosków

5.5. Model 3 – testy diagnostyczne

Test RESET (Liniowość formy funkcyjnej)

Hipoteza zerowa: Forma funkcji modelu jest liniowa. **Statystyka**

testowa: $\text{RESET} = 1.1312$, $\text{df1} = 2$, $\text{df2} = 96$. **p-value:** 0.3269.

Decyzja: Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Model posiada liniową formę funkcji. **Wniosek:** Model jest poprawnie zdefiniowany pod względem liniowości funkcji formy.

Test Shapiro-Wilka (Normalność reszt)

Hipoteza zerowa: Reszty mają rozkład normalny.

Statystyka testowa: $W = 0.97346$.

p-value: 0.03927.

Decyzja: Hipoteza zerowa została odrzucona na poziomie istotności 5%.

Wniosek: Istnieją pewne odchylenia od normalności reszt, jednak wartość p jest bliska 5%, co oznacza, że odstępstwa są stosunkowo niewielkie i mogą być uznane za akceptowalne w praktyce.

Test Breuscha-Pagana (Homoskedastyczność reszt)

Hipoteza zerowa: Występuje homoskedastyczność (jednolitość wariancji reszt).

Statystyka testowa: BP = 0.73206, df = 2

p-value: 0.6935

Decyzja: Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

Wniosek: Nie stwierdzono heteroskedastyczności reszt. Model spełnia założenie homoskedastyczności.

Sprawdzenie współliniowości (VIF - Variance Inflation Factor)

Najwyższe wartości VIF:

Log_GDP_per_capita = 2.46139

Political_stability = 2.46139

Interpretacja: Wartości VIF poniżej 10 sugerują brak istotnych problemów ze współliniowością pomiędzy zmiennymi objaśniającymi. Model jest dobrze zidentyfikowany pod kątem współliniowości.

Test Chowa (Stabilność parametrów)

Hipoteza zerowa: Parametry modelu są takie same dla obu grup danych.

Statystyka testowa: F = 2.0216, **p-value:** 0.1161

Decyzja: Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej na poziomie istotności 5%.

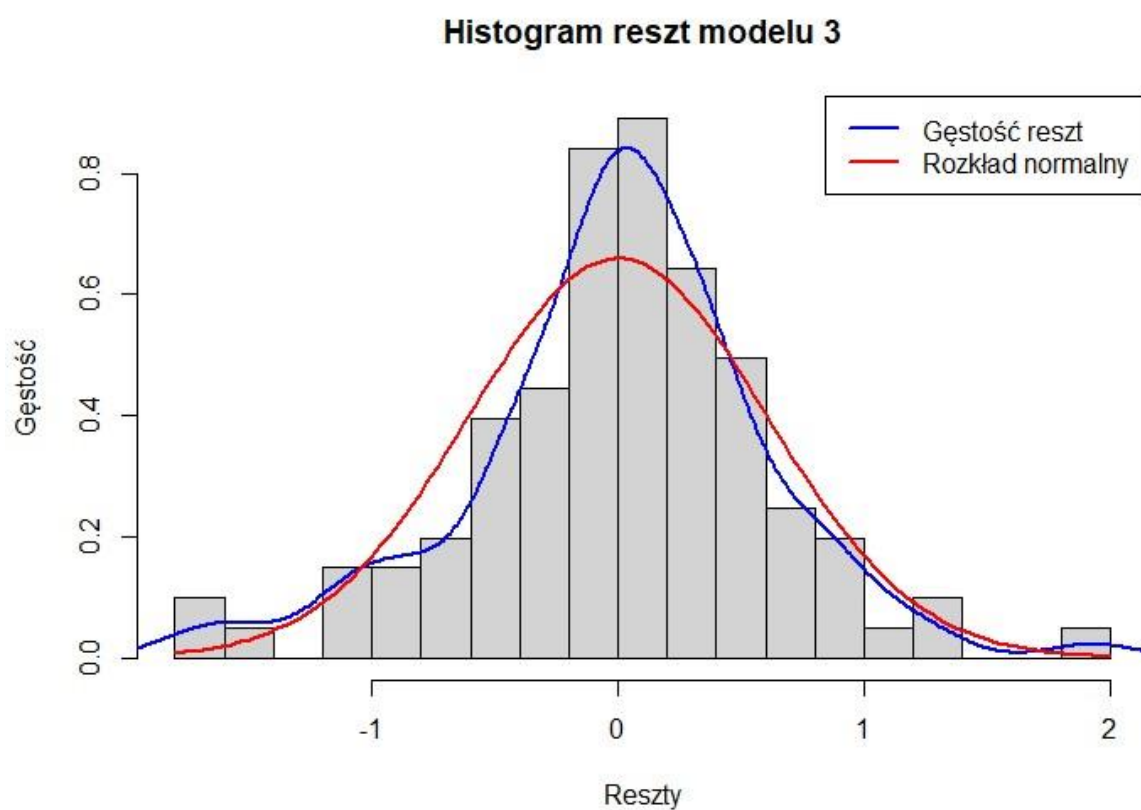
Wniosek: Parametry modelu są stabilne między analizowanymi grupami.

Problem autokorelacji

Problem autokorelacji nie został zbadany, ponieważ analizowana próba jest próbą przekrojową. W tego typu danych nie obserwujemy zależności pomiędzy kolejnymi obserwacjami błędów, co sprawia, że autokorelacja błędów nie występuje w klasycznym rozumieniu i jej badanie nie jest konieczne w tym przypadku.

5.6. Model 3 – wykresy diagnostyczne

Wykres 4.



Źródło: Opracowanie własne

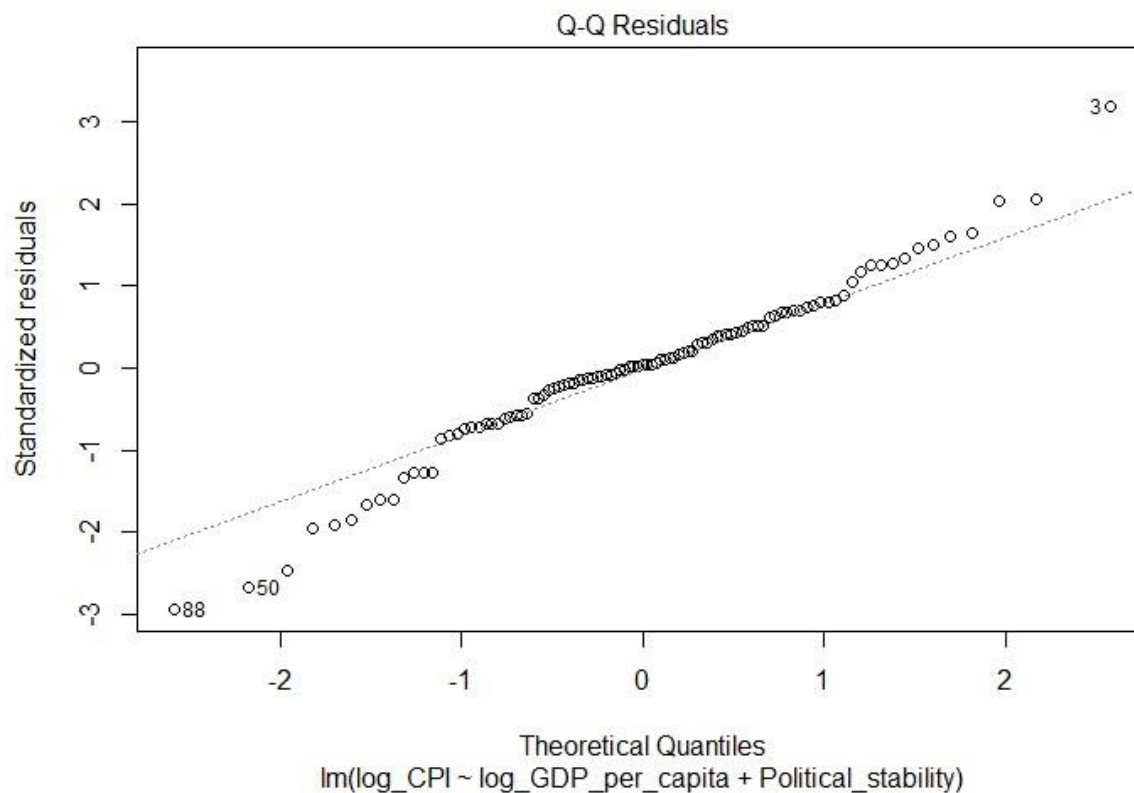
Interpretacja: Histogram przedstawia rozkład reszt modelu. Nałożone linie:

Niebieska: Gęstość empiryczna reszt.

Czerwona: Teoretyczny rozkład normalny.

Wniosek: Rozkład reszt jest zbliżony do rozkładu normalnego, choć widać niewielkie odchylenia w ogonach. Z uwagi na bliski 5% wynik testu Shapiro-Wilka, odstępstwa są relatywnie małe.

Wykres 5. Q-Q plot (Quantile-Quantile plot)

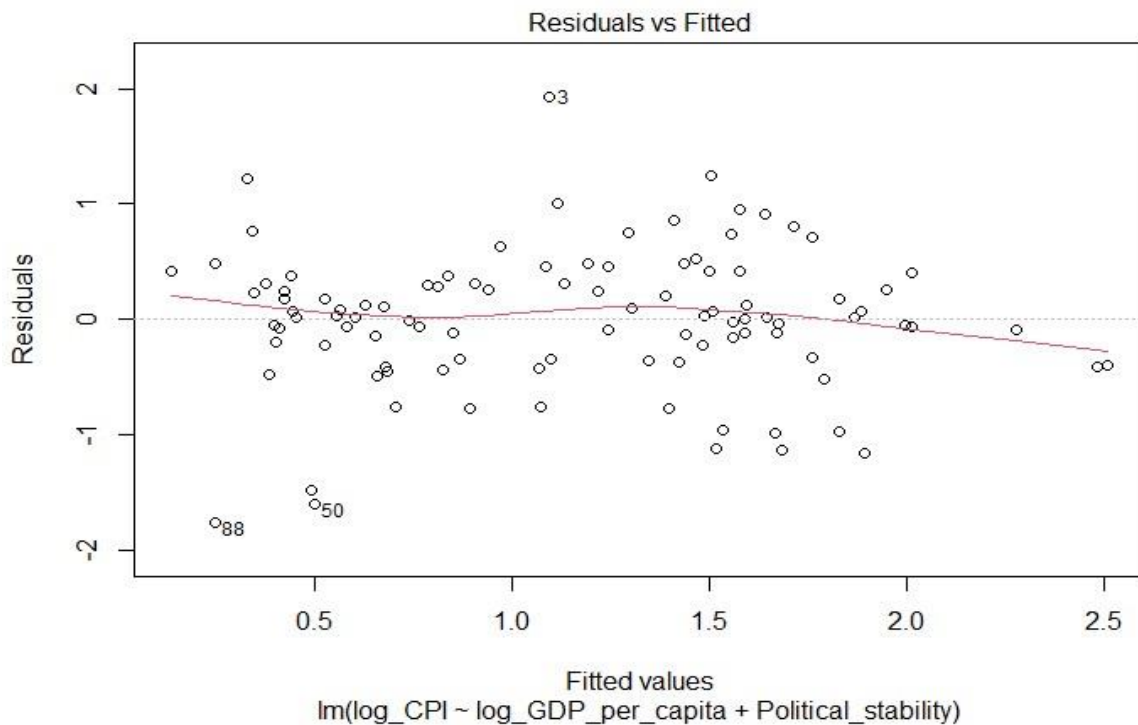


Źródło: Opracowanie własne

Interpretacja: Q-Q plot pokazuje zgodność rozkładu reszt z teoretycznym rozkładem normalnym.

Wniosek: Punkty układają się wzdłuż linii prostej w centralnej części wykresu, co wskazuje na zgodność z normalnością. Odchylenia w ogonach są niewielkie i zgodne z wnioskami z testu Shapiro-Wilka.

Wykres 6.



Źródło: Opracowanie własne

Interpretacja: Wykres przedstawia zależność między wartościami dopasowanymi przez model a resztami. Linia wygładzająca (czerwona) pomaga ocenić strukturę reszt.

Wniosek: Reszty są raczej równomiernie rozproszone wokół osi poziomej. Brak widocznych trendów wskazuje na poprawną specyfikację modelu i brak problemów z heteroskedastycznością.

Podsumowanie:

Model 3 przeszedł większość testów diagnostycznych, potwierdzając poprawność założeń klasycznej regresji liniowej.

Liniowość formy funkcji: Potwierdzona.

Normalność reszt: Bliska spełnienia, drobne odchylenia w ogonach są akceptowalne.

Homoskedastyczność: Spełnione.

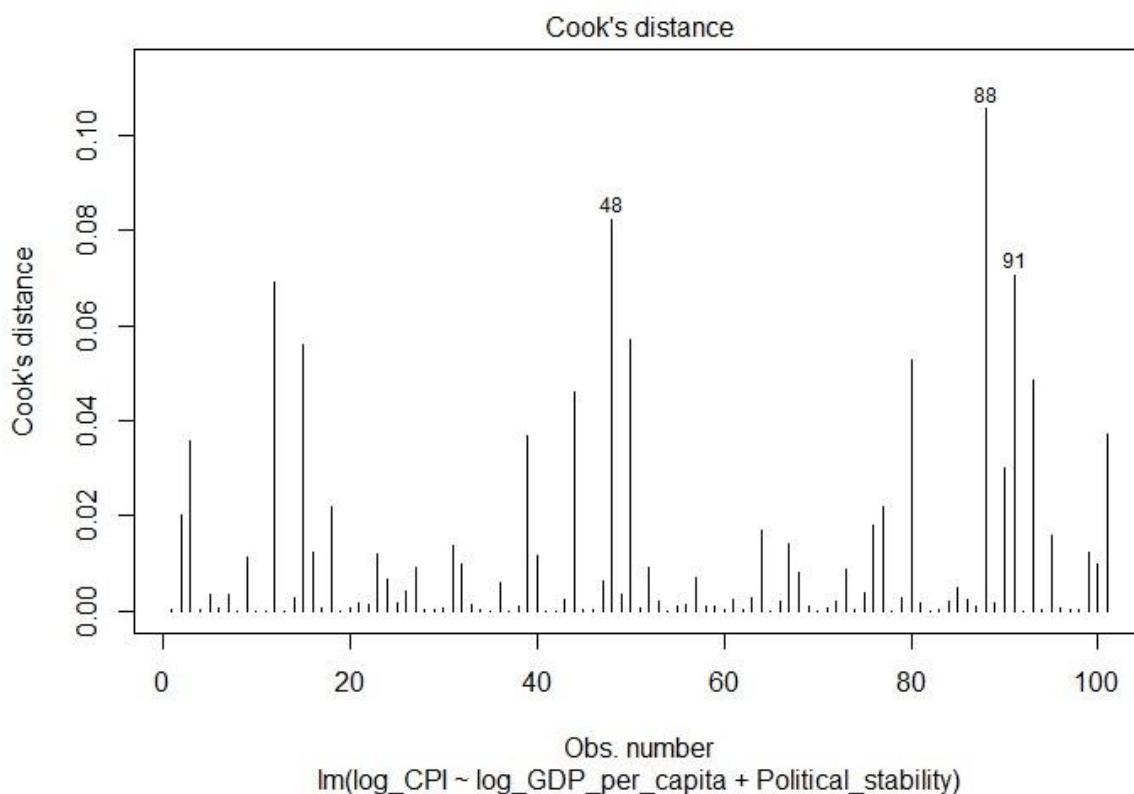
Współliniowość: Brak istotnych problemów.

Pomimo niewielkich odchyień w normalności reszt, model 3 jest stabilny i dobrze dopasowany do danych.

6. Problemy z danymi

W celu identyfikacji obserwacji odstających przeprowadzono analizę przy użyciu odległości Cooka, dźwigni oraz standaryzowanych reszt.

Wykres 7.



Źródło: Opracowanie własne

Wartość graniczną dla obserwacji nietypowej stanowi współczynnik $4/N$, gdzie N to liczba obserwacji. W przypadku tego modelu wynosi ona 0,0396. Liczba obserwacji, dla których wartość Cook's Distance przekroczyła ten próg, wynosi 9. Wyróżniono 3 obserwacje, dla których wartość Cook's Distance była najwyższa

Tabela 4. Obserwacje nietypowe.

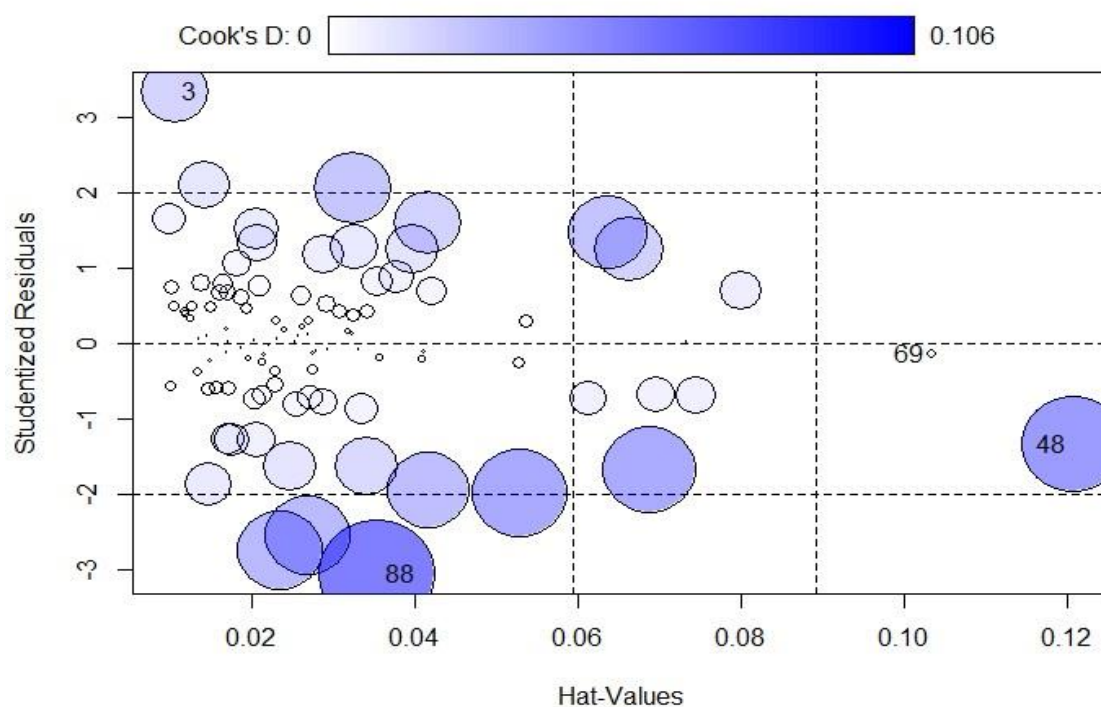
Numer obserwacji	Odległość Cooka	CPI	PKB per capita
48	0,107	5,4	40300
88	0,103	3,8	22500
91	0,097	4,2	34000

Źródło: Opracowanie własne

Odległość Cooka dla obserwacji 48, 88 i 91 przekracza wartość progową, co wskazuje na ich potencjalny wpływ na estymację modelu. Jednak analiza ich wartości sugeruje, że nie są one błędne. Obserwacja 48 charakteryzuje się relatywnie wysokim PKB per capita w stosunku do CPI, co sugeruje, że pochodzi z kraju o wysokim poziomie dochodu, który naturalnie wpływa na wskaźnik inflacji. Podobnie, obserwacja 88 wyróżnia się niskim CPI w porównaniu z PKB per capita, co może być typowe dla krajów o stabilnej gospodarce. Obserwacja 91 również wydaje się pochodzić z relatywnie zamożnego kraju, co tłumaczy nietypowy związek między zmiennymi.

Wymienione obserwacje przyjmują realistyczne wartości i mogą reprezentować specyfikę krajów o relatywnie wysokim PKB per capita. Ich wyróżnienie nie świadczy o błędach w danych, lecz o unikalnych cechach gospodarek tych krajów.

Wykres 8. Dźwignie i reszty standaryzowane.



Źródło: Opracowanie własne

Na podstawie wykresu przedstawiającego zależność standaryzowanych reszt i wartości dźwigni (Hat-Values) zidentyfikowano trzy obserwacje potencjalnie wpływowe: 3, 88 oraz 48.

Obserwacja 3: Charakteryzuje się wysoką wartością reszty i niską dźwignią, co sugeruje, że być może jest to vertical outlier – obserwacja odstająca w pionie od linii regresji, ale nie mająca dużego wpływu na model, ponieważ nie znajduje się na skraju przestrzeni predyktorów.

Obserwacja 88: Posiada wysoką wartość reszty i umiarkowaną dźwignię. Wskazuje to na potencjalny wpływ na wyniki modelu, dlatego może być traktowana jako vertical outlier, który powinien być rozważony w kontekście dalszej analizy.

Obserwacja 48: Charakteryzuje się wysoką wartością dźwigni oraz umiarkowaną wartością reszty. Być może można ją zaklasyfikować jako good leverage point, ponieważ jej reszty nie są zbyt duże, co sugeruje, że nie zaburza istotnie wyników modelu, mimo że ma potencjał do wpływu ze względu na swoje położenie w przestrzeni zmiennych objaśniających.

Analiza wskazuje, że obserwacje 3 i 88 mogą być vertical outliers, które mogą wpływać na wyniki modelu przez swoje wysokie reszty. Natomiast 48 wydaje się być good leverage point, które raczej wspiera model niż go zaburza.

W wyniku redukcji wielu nieistotnych zmiennych w końcowym modelu pozostały jedynie dwie zmienne niezależne. W przypadku dwóch zmiennych współliniowość rzadko stanowi problem, co potwierdzają wartości współczynników VIF, wynoszące 2,46 dla każdej z nich, co jest dalekie od uznawanego za problematyczny progu 10.

Podsumowanie

Celem pracy była analiza wpływu niezależności banku centralnego (CBI – Central Bank Independence) oraz innych czynników makroekonomicznych na poziom inflacji w krajach o różnym poziomie rozwoju gospodarczego. Dane pochodziły z bazy danych Banku Światowego i zawierały informacje o wskaźnikach makroekonomicznych i politycznych, takich jak poziom PKB per capita oraz wskaźnik stabilności politycznej. Do estymacji modelu ekonometrycznego zastosowano Metodę Najmniejszych Kwadratów, z uwzględnieniem macierzy odpornej na heteroskedastyczność.

Analiza została przeprowadzona dla 101 krajów, a dane uwzględniały średnie arytmetyczne z lat 2006–2020. Zmienną zależną stanowiła roczna stopa inflacji (CPI), a główną zmienną objaśniającą – wskaźnik niezależności banku centralnego (CBI). Dodatkowo uwzględniono szereg zmiennych kontrolnych, takich jak PKB per capita, saldo fiskalne i wskaźnik stabilności politycznej.

Na podstawie przeglądu literatury wysunięto hipotezę, że wyższy poziom niezależności banku centralnego prowadzi do niższej inflacji. Wyniki estymacji nie potwierdziły jednak znaczącego wpływu wskaźnika CBI na poziom inflacji. W końcowym modelu statystycznie istotne okazały się jedynie dwie zmienne niezależne: logarytm PKB per capita oraz wskaźnik stabilności politycznej. Wyniki te są zgodne z literaturą teoretyczną i empiryczną – logarytm PKB per capita ujemnie korelował z inflacją, co wskazuje na stabilizujący wpływ wzrostu gospodarczego na ceny. Wskaźnik stabilności politycznej również negatywnie wpływał na inflację.

Brak istotności wskaźnika CBI oraz ograniczona liczba istotnych zmiennych w modelu mogą wynikać z ograniczeń analizy przekrojowej, która nie pozwala na uwzględnienie zmienności czasowej oraz specyficznych różnic między krajami. W przyszłych badaniach warto zastosować bardziej zaawansowane techniki analizy, takie jak modele panelowe, które pozwalają na uwzględnienie zmienności w czasie, lub algorytmy uczenia maszynowego, które mogą identyfikować bardziej złożone zależności. Rozszerzenie zestawu zmiennych o dodatkowe czynniki makroekonomiczne lub specyficzne dla krajów również mogłoby poprawić jakość modelu.

Pomimo starannego przygotowania danych i weryfikacji założeń modelu, należy zaznaczyć, że istnieje możliwość wystąpienia endogeniczności, zwłaszcza w przypadku zmiennych takich jak wskaźnik niezależności banku centralnego (CBI). Endogeniczność może wynikać z pominięcia istotnych zmiennych, które wpływają zarówno na inflację, jak i na niezależność banku centralnego, lub z odwrotnego związku przyczynowego między zmiennymi. Na tym poziomie analizy, ze względu na charakter danych i zastosowaną metodologię, nie zajmowano się szczegółowym rozwiązywaniem tego problemu. Jest to jednak istotny obszar do dalszych badań z zastosowaniem bardziej zaawansowanych narzędzi ekonometrycznych, takich jak modele instrumentalne czy estymatory wykorzystujące podejście dynamiczne.

Podsumowując, badanie potwierdziło znaczenie logarytmu PKB per capita i stabilności politycznej jako kluczowych determinant inflacji, jednak nie wykazało istotnego wpływu niezależności banku centralnego. Wyniki sugerują potrzebę dalszych badań z zastosowaniem bardziej zaawansowanych metod, aby lepiej zrozumieć złożoność relacji między analizowanymi zmiennymi.

Bibliografia

- Cukierman, A., Webb, S. B., Neyapti, B. (1992). "Measuring the Independence of Central Banks and Its Effect on Policy Outcomes," *World Bank Economic Review*.
- Masciandaro, D., Romelli, D. (2024). "Recent Trends in Central Bank Independence," *CEPR VoxEU*.
- Friedman, M. (1962). "Should There Be an Independent Monetary Authority?" *In Search of a Monetary Constitution*. Harvard University Press.
- Romelli, D. (2024). "Central Bank Independence – Extended (CBIE) Index," *CEPR VoxEU*.
- Blejer, M. I., Wachtel, P. (2020). "A Fresh Look at Central Bank Independence," *Cato Journal*.
- Adrian, T. (2024). "Central Bank Independence: Why It's Needed and How to Protect It," IMF Speech.
- Masciandaro D., Romelli D. (2023). "Alex Cukierman: A Pioneer of Central Bank Independence." *CEPR VoxEU*. Dostępne online: <https://cepr.org/voxeu/columns/alexcukierman-pioneer-central-bank-independence> (dostęp: 24 stycznia 2025 r.).
- Cukierman, A., Webb, S. B., & Neyapti, B. (1992). *Measuring the independence of central banks and its effect on policy outcomes*. World Bank Economic Review, 6(3), 353–39.
- Kokoszcyński, R., & Mackiewicz-Łyziak, J. (2020). Central Bank Independence and Inflation—Old Story Told Anew. *Comparative Economic Research*, 23(2), 72–89.
- Cukierman, A., Webb, S. B., & Neyapti, B. (1992). *Measuring the independence of central banks and its effect on policy outcomes*. World Bank Economic Review, 6(3), 353–398.

Zestawienie spisów

Spis tabel

Tabela 1. Statystyki opisowe zmiennej objaśnianej.

Tabela 2. Statystyki opisowe zmiennych objaśniających.

Tabela 3. Wyniki regresji liniowej dla modeli (poziom istotności 5%). Tabela 4. Obserwacje nietypowe.

Spis wykresów

Wykres 1. Rozkład zmiennej objaśnianej.

Wykres 2. Korelacja zmiennych ciągłych.

Wykres 3. Zależność między logarytmem PKB per capita a logarytmem CPI w zależności od stabilności politycznej.

Wykres 4. Histogram reszt modelu 3.

Wykres 5. Q-Q plot (Quantile-Quantile plot).

Wykres 6. Residuals vs Fitted.

Wykres 7. Cooks's distance. Wykres 8.

Dźwignie i reszty standaryzowane.