

**Analiza dynamicznych zależności  
między kryptowalutami modelem VAR**

**Autor: Patryk Stelmaszczuk**

**Sierpień 2025**

**[patryk.stelmaszczuk@outlook.com](mailto:patryk.stelmaszczuk@outlook.com)**

## Wstęp

Projekt bada dynamiczne powiązania między trzema głównymi kryptowalutami: BTC, ETH i SOL. Wybór jest celowy: BTC pełni rolę rynkowego *benchmarku* i źródła płynności, ETH to dominująca platforma smart-kontraktów, a SOL jest szybkim łańcuchem L1 o rosnącej adopcji. Te aktywa są notowane na tych samych giełdach, podlegają wspólnym czynnikom ryzyka (sentyment, płynność w USD) i arbitrażowi między rynkami, więc współruchy i transmisja impulsów są spodziewane. Jednocześnie różnią się funkcją i profilem ryzyka, co pozwala sprawdzić, „kto na kogo działa” i jak silnie. Dane wykorzystane w projekcie pochodzą z Yahoo Finance (dziennie notowania: BTC-USD, ETH-USD, SOL-USD). Okres dla pary BTC–ETH: 2017-01-01 – 2025-08-23. Wspólny przekrój dla modelu trzy-coinowego: 2020-04-11 – 2025-09-06 (notowania SOL na Yahoo zaczynają się 2020-04-10, więc log-zwroty liczymy od następnego dnia).

Zastosowano wektorowy model autoregresyjny (VAR) w *RStudio* na dziennych log-zwrotach BTC, ETH i SOL (stacjonarność potwierdzona testami ADF/PP/KPSS). Rząd opóźnień dobrano informacyjnie (priorytet BIC → AIC; finalnie  $p=1$ ). Po estymacji wykonano diagnostykę: Portmanteau (autokorelacja reszt), ARCH (heteroskedastyczność), JB (normalność) oraz stabilność (CUSUM i pierwiastki charakterystyczne). Zależności kierunkowe oceniono testami Grangera. Wnioski opisowe oparto na IRF (Cholesky i uogólnione Pesaran–Shin, *bootstrap* 500 replik, 95% CI) oraz FEVD (horyzont 1–3). Wiarygodność prognoz zweryfikowano poza próbą w schemacie *rolling (expanding) 1-step ahead*, raportując RMSE/MAE względem *benchmarków*: AR(1) i Zero.

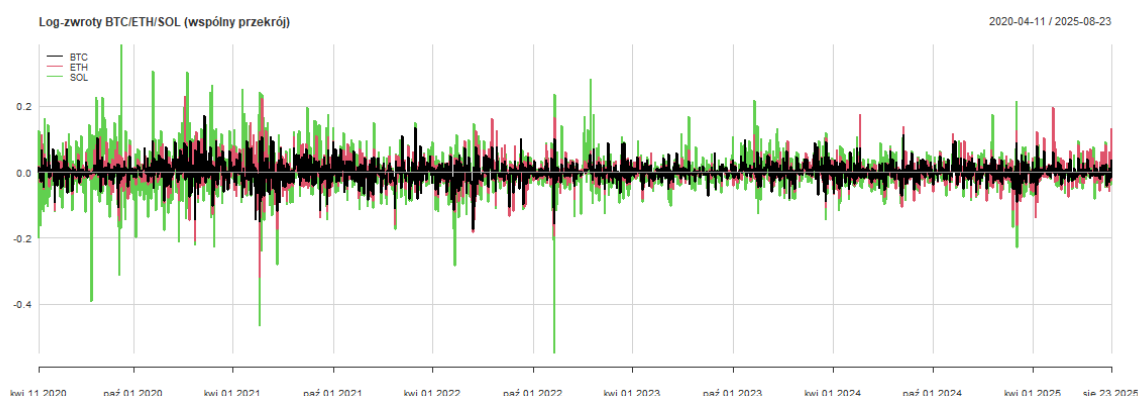
Celem jest zmapowanie kierunku i horyzontu transmisji między BTC, ETH i SOL oraz weryfikacja, czy model wnosi użyteczny sygnał prognostyczny. Należy pamiętać o grubych ogonach i zmianach reżimu w krypto; test normalności bywa odrzucony, dlatego korzystamy z *bootstrapu* w IRF i interpretujemy wyniki ostrożnie.

## 1. Dane i przygotowanie

Wykorzystano dzienne notowania z bazy Yahoo Finance (*tickery*: BTC-USD, ETH-USD, SOL-USD). Dane wczytano w zakresie określonym w skrypcie; dla modelu trzy-coinowego zastosowano wspólny przekrój czasowy wynikający z krótszej historii SOL. Ceny zamieniono na log-zwroty dzienne, aby przybliżyć stacjonarność i ułatwić interpretację efektów. Szeregi wyrównano do wspólnego indeksu dat i oczyszczono z braków (funkcja

*na.omit()*), zachowując obserwacje weekendowe (rynek 24/7). Uzupełniając przygotowano wariant BTC–ETH na dłuższej próbie, aby rozdzielić efekty długości szeregu od efektów specyficznych dla SOL. Dla powtarzalności ustawiono ziarno losowe (*set.seed(123)*).

**Rysunek 1.** Dziennie log-zwroty BTC, ETH i SOL (wspólny przekrój, 2020.04.11 - 2025.09.06)



Źródło: opracowanie własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

## 2. Badanie stacjonarności zmiennych

W celu zbadania stacjonarności badanych zmiennych przeprowadzono testy ADF, PP oraz KPSS na dziennych log-zwrotach trzech kryptowalut. Wyniki przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki testów stacjonarności dla zmiennych

Zmienna	Test	Statystyka testowa	Próg obszaru krytycznego (5%)	Wniosek
BTC	ADF	−30.9762	−2.86	Odrzucono $H_0$
	PP	−45.8145	−2.8635	Odrzucono $H_0$
	KPSS	0.2123	0.463	Nie odrzucono $H_0$
ETH	ADF	−30.6315	−2.86	Odrzucono $H_0$
	PP	−46.1251	−2.8635	Odrzucono $H_0$
	KPSS	0.3426	0.463	Nie odrzucono $H_0$
SOL	ADF	−31.5167	−2.86	Odrzucono $H_0$

<b>SOL</b>	<b>PP</b>	-46.5967	-2.8635	Odrzucono $H_0$
	<b>KPSS</b>	0.2733	0.463	Nie odrzucono $H_0$

Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

**Reguła:** ADF/PP ( $H_0$ : *pierwiastek jednostkowy*) — odrzucono  $H_0$ , gdy **statystyka testowa** < **wartość krytyczna** (lewy ogon).

KPSS ( $H_0$ : *stacjonarność*) — odrzucono  $H_0$ , gdy **statystyka testowa** > **wartość krytyczna** (prawy ogon).

Użyto: Użyto ADF ( $\tau_2$ , drift), PP (Z- $\tau$ , intercept) oraz KPSS ( $\mu$ ).

Wyniki trzech testów dla BTC, ETH i SOL wskazywały na stacjonarność log-zwrotów; dalszą estymację prowadzono na zwrotach bez trendu i bez dodatkowego różnicowania.

### 3. Wybór rzędu i estymacja modelu VAR

Rząd opóźnień dobrano na podstawie kryteriów informacyjnych (*VARselect*, *lag.max=10*, stała w modelu); priorytet nadano BIC z zapasowym odwołaniem do AIC. Wskazano  $p = 1$  i oszacowano **VAR(1)** ze stałą dla wektora dziennych log-zwrotów  $[BTC_t, ETH_t, SOL_t]^T$  na wspólnym przekroju ( $n = 1973$ ). Pierwiastki wielomianu charakterystycznego wyniosły: 0.0616; 0.0455; 0.0455 (co do modułu < 1), co wskazywało na stabilność procesu.

Kryteria informacyjne dla  $p=1, \dots, 10$  wskazały **SC(BIC)** i **HQ** minimalne przy  $p=1$ , natomiast **AIC/FPE** przy  $p=3$ ; różnice AIC między  $p=1$  a  $p=3$  były jednak **kosmetyczne** ( $\approx 0.003$ ), dlatego – zgodnie z regułą **BIC**→**AIC** i zasadą parsymonii – przyjęto  $p=1$ . Estymacja wykorzystuje  $N_{eff} = 1974$  obserwacje (utrata 1 przez opóźnienie, z  $N_{total} = 1975$ ), deterministycznie: **stała**. Kolejność dla dekompozycji Cholesky: **BTC**→**ETH**→**SOL** (IRF ortogonalne), a równolegle raportujemy też IRF **uogólnione** (Pesaran–Shin).

Wyniki estymacji wykazały **niskie  $R^2$**  (rzędu 0.3–0.6%), co jest typowe dla dziennych zwrotów. W równaniu  $BTC_t$  odnotowano **ujemny wpływ  $ETH_{t-1}$**  ( $t \approx -2.53$ ,  $p \approx 0.011$ ); w równaniu  $ETH_t$  **ujemny wpływ  $SOL_{t-1}$**  ( $t \approx -2.45$ ,  $p \approx 0.014$ ). Pozostałe opóźnienia były statystycznie nieistotne. Wyrazy wolne były dodatnie i istotne w równaniach BTC ( $p \approx 0.032$ ) i SOL ( $p \approx 0.041$ ), a w ETH bliskie konwencjonalnej granicy ( $p \approx 0.056$ ). Macierz korelacji reszt wskazała na **silne współzależności współczesne** ( $\text{corr}(BTC, ETH) \approx 0.80$ ;  $\text{corr}(ETH, SOL) \approx 0.61$ ;  $\text{corr}(BTC, SOL) \approx 0.54$ ), co uzasadnia równoległe raportowanie IRF nieortogonalizowanych obok wariantu Cholesky.

Przy wzroście **ETH** o 1% dnia  $t-1$  oczekiwany dzienny zwrot **BTC** dnia  $t$  zmniejszał się przeciętnie o ok. **0,076 p.p.** ( $-0.0756 \times 0.01$ ). Analogicznie wzrost **SOL** o 1% dnia  $t-1$

obniżał oczekiwany zwrot **ETH** dnia  $t$  o ok. **0,045 p.p.** Efekty były **małe względem zmienności dziennej**, ale statystycznie wykrywalne.

**Tabela 2.** Parametry VAR(1): estymator ( $t$ )

	BTC <sub>t-1</sub>	ETH <sub>t-1</sub>	SOL <sub>t</sub>	const.
BTC <sub>t</sub>	0.0614 (1.62)	-0.076 (-2.53)*	-0.0125 (-0.92)	0.00149 (2.14)*
ETH <sub>t</sub>	0.0499 (0.98)	-0.0304 (-0.75)	-0.045 (-2.45)*	0.00179 (1.92).
SOL <sub>t</sub>	0.0259 (0.32)	-0.0701 (-1.10)	-0.0299 (-1.05)	0.00299 (2.05)*

Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

N = 1973 (efektywnie 1972), p = 1, deterministycznie: const

\* p<0.05, . p<0.10.

#### 4. Diagnostyka modelu

Przeprowadzono diagnostykę reszt modelu VAR(1). W teście **Portmanteau** dla 10 opóźnień uzyskano  $Q(10)=142.96$ ;  $df=81$ ;  $p \approx 2.65 \cdot 10^{-5}$ , co skutkuje odrzuceniem hipotezy **braku autokorelacji reszt**. Test **ARCH-LM** ( $lags=5$ ) wskazał istotną **heteroskedastyczność**:  $\chi^2=1018.8$ ;  $df=180$ ;  $p < 2.2 \cdot 10^{-16}$ . Testy normalności **Jarque–Bery** dla poszczególnych równań również prowadzą do **odrzućenia normalności** (JB: BTC  $\chi^2=1127.1$ ; ETH  $\chi^2=1771$ ; SOL  $\chi^2=4460$ ; wszędzie  $df=2$ ;  $p < 2.2 \cdot 10^{-16}$ ); w ujęciu wielowymiarowym JB=  $\chi^2_{(6)}=10439$ ,  $p < 2.2 \cdot 10^{-16}$ .

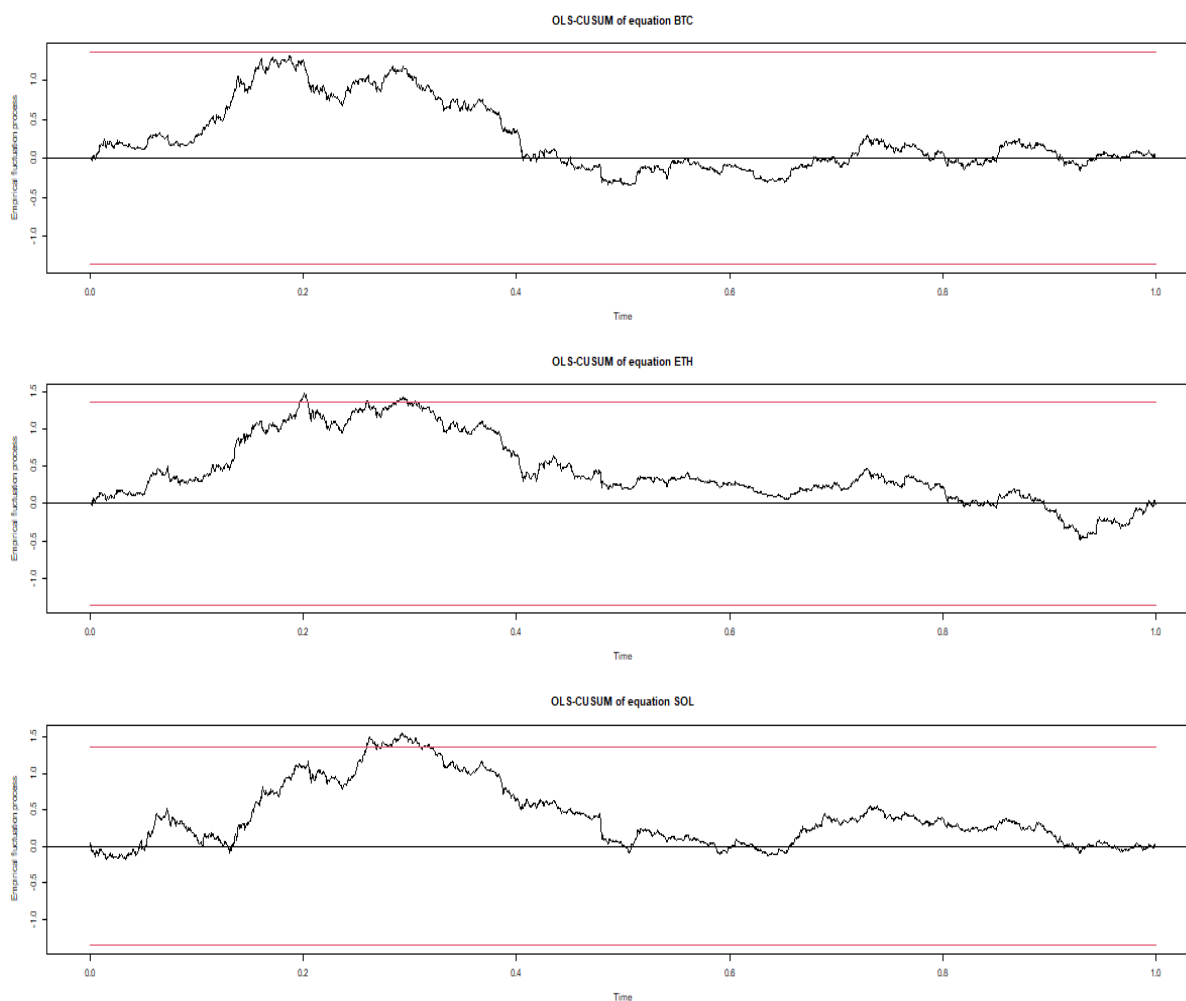
**Stabilność** układu potwierdzono: wszystkie pierwiastki wielomianu charakterystycznego mają moduł  $<1$  (0.0616; 0.0456; 0.0456), a **CUSUM** dla każdego równania pozostaje w pasmach 95% (Rys. 5). **Macierz korelacji reszt** (Tab. 3) ujawnia silne współzależności tu-i-teraz: BTC–ETH  $\approx 0.8040$ ; ETH–SOL  $\approx 0.6148$ ; BTC–SOL  $\approx 0.5406$ . W takich warunkach **IRF ortogonalizowane (Cholesky)** są wrażliwe na przyjętą kolejność zmiennych, dlatego obok IRF(Cholesky) raportujemy również **uogólnione IRF Pesaran–Shin**, niewrażliwe na *ordering*. Z uwagi na heteroskedastyczność i nienormalność przedziały niepewności IRF/FEVD wyznaczono **bootstrapem** (500 replik). Mimo sygnału autokorelacji reszt przyjmujemy VAR(1) jako bazowy punkt odniesienia; odporność wniosków można zweryfikować, sprawdzając wyższe rzędy p lub dodając proste zmienne egzogeniczne (np. efekty dnia tygodnia).

**Tabela 3.** Macierz korelacji reszt modelu VAR(1) dla BTC, ETH, SOL

	BTC	ETH	SOL
BTC	1	0.8045	0.5403
ETH	0.8045	1	0.6145
SOL	0.5403	0.6145	1

Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

**Rysunek 5.** Stabilność modelu VAR(1): wykresy CUSUM z pasmami 95% dla równań BTC, ETH i SOL



Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance (BTC-USD, ETH-USD, SOL-USD), 2020-04-11–2025-09-06

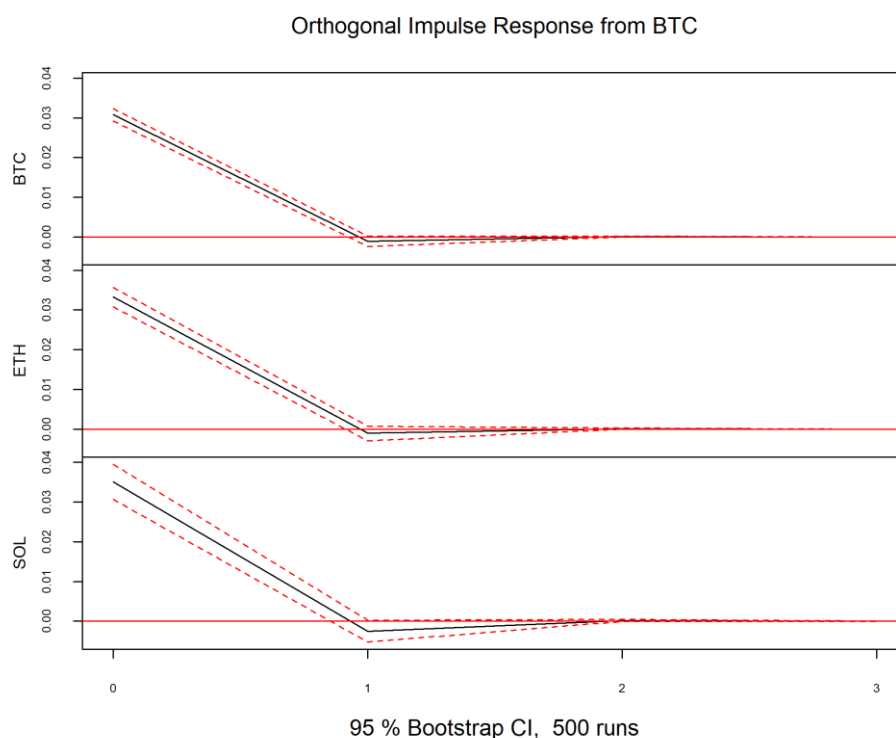
## Rozdział 5. IRF/FEVD i przyczynowość Grangera - wyniki i interpretacja

Na podstawie oszacowanego modelu **VAR(1)** dla dziennych log-zwrotów BTC, ETH i SOL przeanalizowano odpowiedzi na szoki oraz źródła zmienności błędu prognozy. Funkcje odpowiedzi na impuls (IRF) wyznaczono z **bootstrapowymi 95% CI (500 replik)**. Pokazano dwie wersje IRF: **ortogonalną** (dekompozycja **Cholesky’ego**, wrażliwą na kolejność; przyjęto kolejność **BTC→ETH→SOL**) oraz **uogólnioną** w sensie **Pesaran–Shin** (niewrażliwą na kolejność). Horyzont prezentacji: 3 dni (efekty gasną szybko).

### 5.1. IRF (Cholesky)

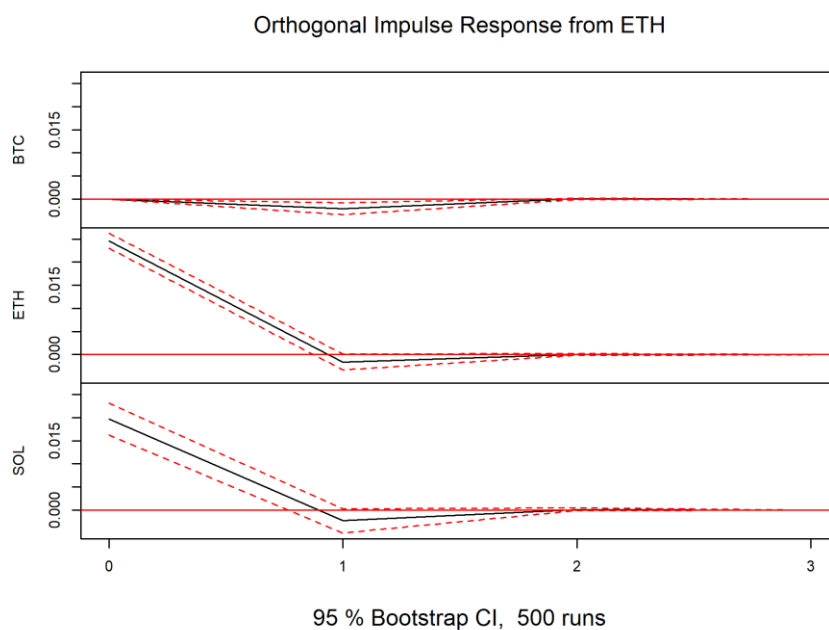
Własne odpowiedzi wszystkich aktywów gasną szybko (1–2 dni); po tym czasie przedziały ufności zawierają zero. Odpowiedzi krzyżowe są niewielkie, lecz wykrywalne i zgodne ze znakami współczynników z estymacji: **ujemny impuls ETH daje krótkotrwały ujemny efekt na BTC**, a **ujemny impuls SOL - ujemny efekt na ETH**. Zależność od kolejności jest mała (por. IRF uogólnione).

**Rysunek 6. IRF (Cholesky): szok w BTC.** Odpowiedzi BTC/ETH/SOL na 1 s.d. szok w BTC, kolejność w dekompozycji: BTC→ETH→SOL. 95% CI z *bootstrapu* (500 replik). Własna odpowiedź BTC wygasa w 1–2 dni; efekty krzyżowe niewielkie.



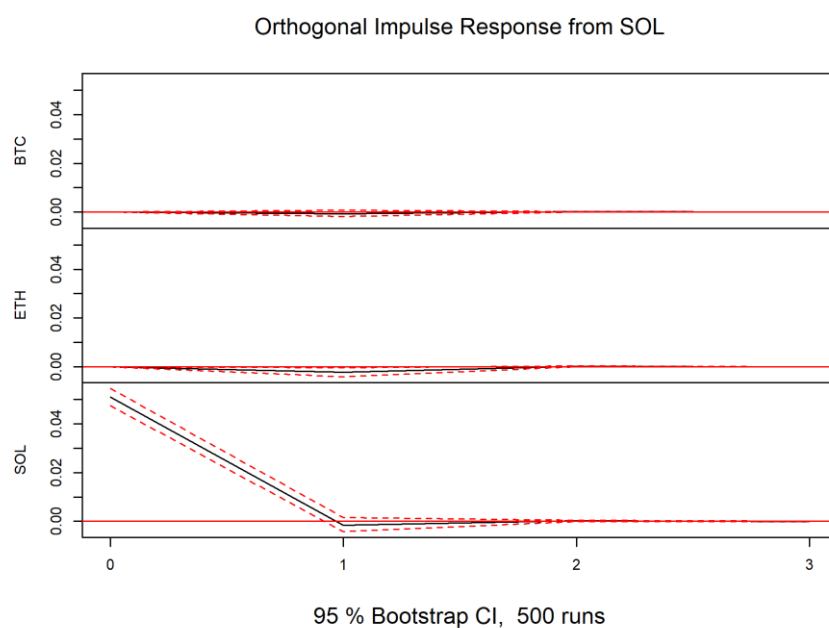
Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

**Rysunek 7. IRF (Cholesky): szok w ETH.** Odpowiedzi na 1 s.d. szok w ETH; kolejność: BTC→ETH→SOL. Krótkotrwały **ujemny** efekt na BTC (zgodny z ujemnym  $ETH_{t-1} \rightarrow BTC_t$  w estymacji).



Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

**Rysunek 8. IRF (Cholesky): szok w SOL.** Odpowiedzi na 1 s.d. szok w SOL; kolejność: BTC→ETH→SOL. Krótkotrwały **ujemny** efekt na ETH (zgodny z ujemnym  $SOL_{t-1} \rightarrow ETH_t$ ).



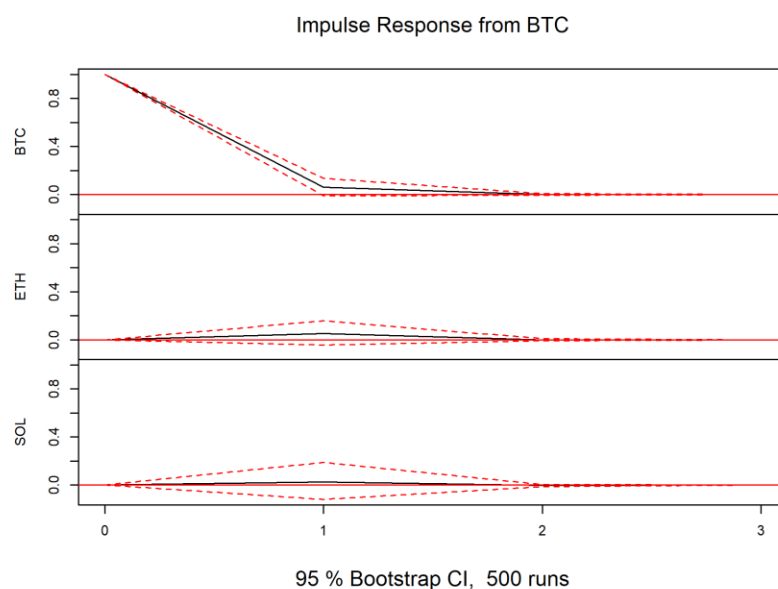
Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance



## 5.2. IRF uogólnione (Pesaran–Shin)

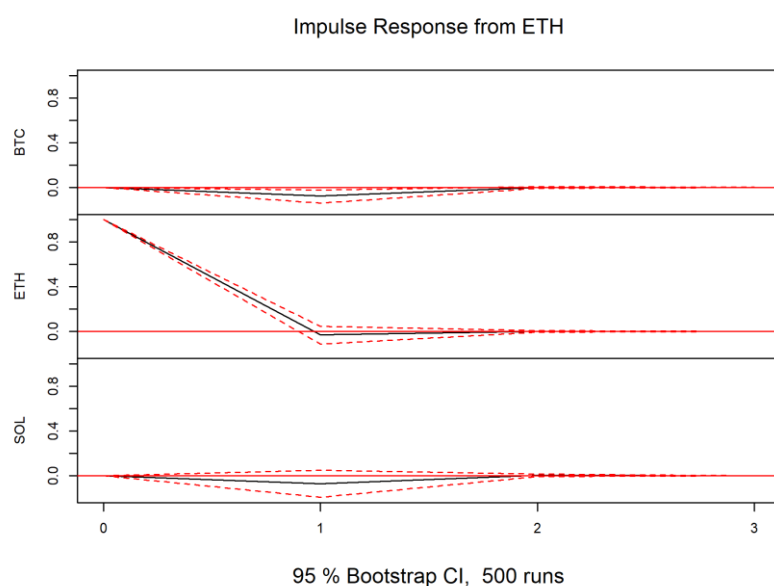
Profil reakcji jest zbliżony do wariantu ortogonalnego, co wskazuje na niewielką wrażliwość wniosków na *ordering*. Amplitudy efektów krzyżowych pozostają małe, a odpowiedzi własne wygasają do zera po 1–2 dniach.

**Rysunek 9. IRF uogólnnione: szok w BTC. 95% CI (*bootstrap* 500), horyzont 1–3 dni.**



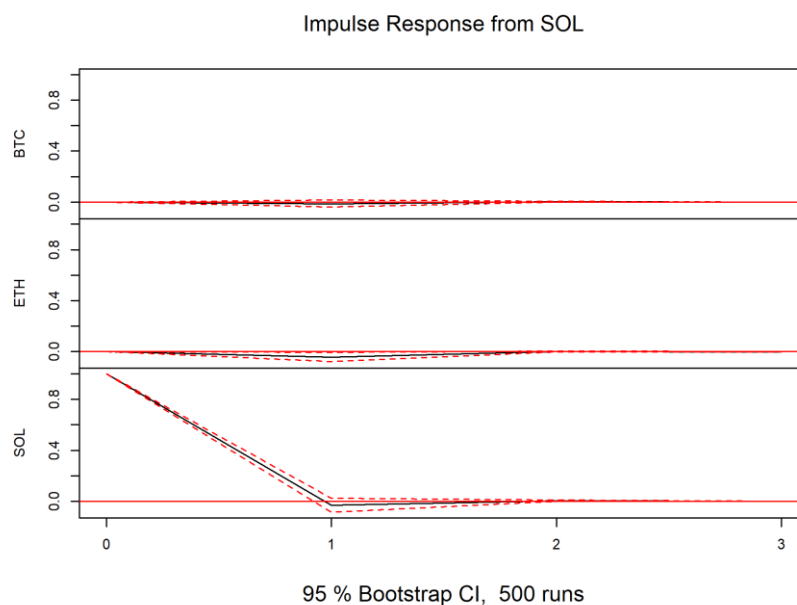
Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

**Rysunek 10. IRF uogólnnione: szok w ETH. 95% CI (*bootstrap* 500), horyzont 1–3 dni.**



Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

**Rysunek 11. IRF uogólnione: szok w SOL. 95% CI (*bootstrap 500*), horyzont 1–3 dni.**



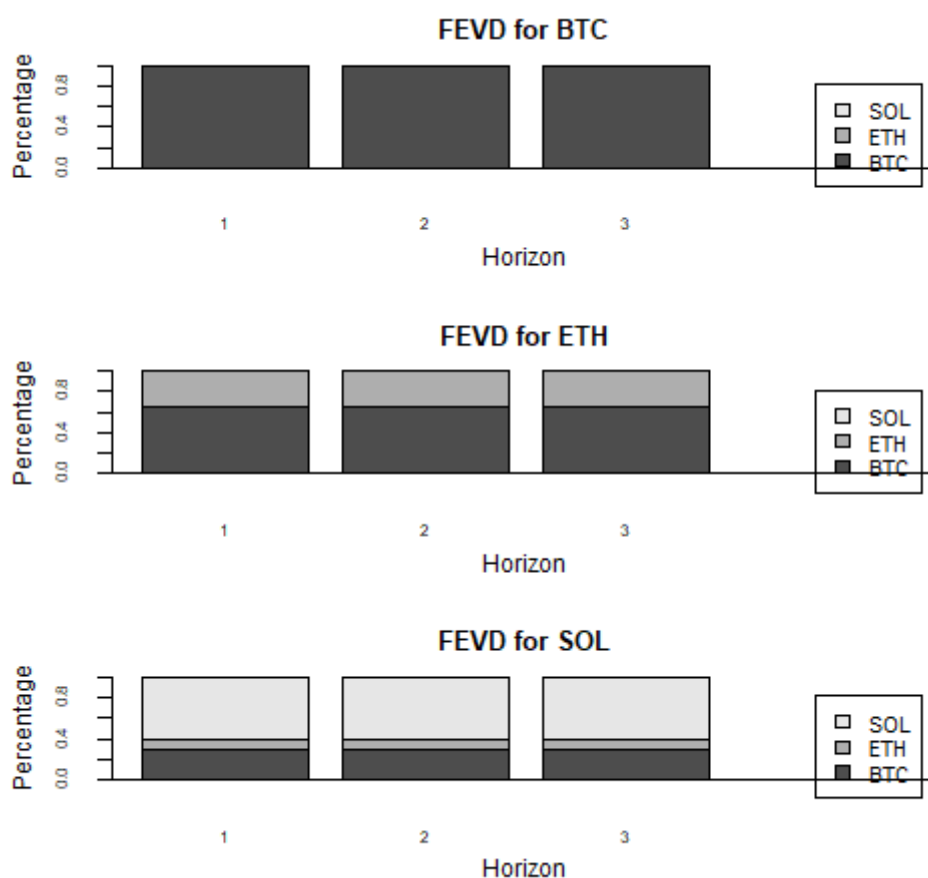
Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

### 5.3. Dekompozycja wariancji błędu prognozy (FEVD)

FEVD (horyzont 1–3) potwierdza dominację szoków własnych:

- **BTC** – prawie w **100%** wyjaśniany własnymi szokami w całym horyzoncie; wpływ ETH/SOL **marginalny**.
- **ETH** – dominują **szoki własne**, przy **niezerowym i stabilnym** wkładzie BTC; udział SOL **mały**.
- **SOL** – przeważają **szoki własne**; kontrybucje BTC i ETH **niewielkie** i prawie stałe.

**Rysunek 12. FEVD (Cholesky): udział szoków w wariancji błędu prognozy (horyzont 1–3). Słupki skumulowane dla BTC/ETH/SOL**



Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

#### 5.4. Przyczynowość Grangera

Dla modelu VAR(1) test Grangera (na poziomie istotności 5%) wskazuje istotną przyczynowość **ze strony ETH** ( $F=3.288$ ,  $df=(2,5907)$ ,  $p=0.037$ ) oraz **ze strony SOL** ( $F=4.551$ ,  $df=(2,5907)$ ,  $p=0.0106$ ), natomiast **ze strony BTC** brak podstaw do odrzucenia  $H_0$  ( $F=0.560$ ,  $p=0.571$ ). Oznacza to, że opóźnione wartości ETH i SOL wnoszą istotną informację do prognozowania pozostałych zmiennych, co jest spójne z obrazem IRF/FEVD.

#### 5.5. Podsumowanie rozdziału

- W krótkim horyzoncie **dominują szoki własne**, a sprzężenia krzyżowe między BTC, ETH i SOL są **słabe i krótkotrwałe**.

- **IRF uogólnione** potwierdzają, że wnioski są **niewrażliwe na ordering** (Cholesky vs Pesaran–Shin).
- Testy **Grangera** wskazują przepływ informacji **ETH→BTC** i **SOL→ETH**, spójny z kształtem IRF.

## Rozdział 6. Walidacja *out-of-sample (rolling)* i *benchmarki*

W celu oceny użyteczności progностycznej przeprowadzono walidację *out-of-sample* w schemacie *rolling (expanding window)*. Pierwsze **1579** obserwacji stanowiło próbę uczącą, kolejne **395** – testową. W każdym kroku re-estymowano **VAR(1)** i prognozowano zwrot w horyzoncie **1 dnia**. Jako *benchmarki* zastosowano **AR(1)** (osobno dla BTC/ETH/SOL) oraz **Zero** (prognoza 0). Raportowano **MAE** i **RMSE**.

Wyniki zbiorcze (średnio po BTC/ETH/SOL):

- **RMSE (średnio):** VAR = **0.035471** (najlepszy), AR(1) = **0.035488**, Zero = **0.035544**. Różnice są bardzo małe (przewaga VAR nad AR(1)  $\approx 0.05\%$ , nad Zero  $\approx 0.21\%$ ).
- **MAE (średnio):** Zero = **0.025429** (najlepszy), AR(1) = **0.025463**, VAR = **0.025521**. Różnice  $< 0.4\%$ .

Wyniki per seria (dla pełnej przejrzystości):

- **BTC:** RMSE  $\rightarrow$  VAR **0.023908**  $<$  AR(1) **0.024015**  $<$  Zero **0.024111**; MAE  $\rightarrow$  AR(1) **0.017017**  $<$  VAR **0.017043**  $<$  Zero **0.017044**.
- **ETH:** RMSE/MAE  $\rightarrow$  AR(1) **minimalnie najlepszy** (RMSE **0.038670**; MAE **0.027120**).
- **SOL:** RMSE  $\rightarrow$  VAR **0.043762** **minimalnie najlepszy**; MAE  $\rightarrow$  Zero **0.032046** **najniższy**.

**Wniosek:** Jakość prognoz **trzech modeli jest niemal identyczna** w horyzoncie 1 dnia. Średnio po BTC/ETH/SOL RMSE minimalnie najniższe ma **VAR** (0.035471 vs 0.035488 dla AR(1) i 0.035544 dla Zero), a MAE minimalnie najniższe ma **Zero** (0.025429). Różnice są kosmetyczne i prawdopodobnie nieistotne ekonomicznie. W przekrojach serii: dla **BTC** RMSE wygrywa VAR, dla **ETH** – AR(1), dla **SOL** – VAR, natomiast w MAE najczęściej wygrywa Zero/AR(1). Wyniki są spójne z rozdz. 5: IRF gasną w 1–2 dni, a FEVD wskazuje dominację szoków własnych, co tłumaczy, dlaczego w tak krótkim horyzoncie trudno trwale pobić proste *benchmarki*.

**Tabela 4.** OOS RMSE (BTC, ETH, SOL i średnio) — schemat *rolling (expanding)*,  $h = 1$  dzień; porównanie: VAR vs AR(1) vs Zero.

Model	BTC	ETH	SOL	Średnio
VAR	<b>0.023908</b>	0.038743	<b>0.043762</b>	<b>0.035471</b>
AR(1)	0.024015	<b>0.038670</b>	0.043780	0.035488
Zero	0.024111	0.038736	0.043785	0.035544

Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

Uwaga: niższe = lepsze. Horyzont: 1 dzień; rolling (expanding window); start train = 1580 obserwacji, test = 395; model VAR z  $p = 1$ . Najlepsze wartości pogrubiono.

**Tabela 5.** OOS MAE (BTC, ETH, SOL i średnio) — schemat *rolling (expanding)*,  $h = 1$  dzień; porównanie: VAR vs AR(1) vs Zero.

Model	BTC	ETH	SOL	Średnio
VAR	0.017043	0.027214	0.032305	0.025521
AR(1)	<b>0.017017</b>	<b>0.027120</b>	0.032253	0.025463
Zero	0.017044	0.027199	<b>0.032046</b>	<b>0.025429</b>

Źródło: obliczenia własne w R na podstawie danych Yahoo Finance

Uwaga: niższe = lepsze. Horyzont: 1 dzień; rolling (expanding window); start train = 1580 obserwacji, test = 395; model VAR z  $p = 1$ . Najlepsze wartości pogrubiono.

Uwaga (dotyczy Tab. 4–5): Odrzucenie normalności i obecność heteroskedastyczności (rozdz. 4) uzasadniają użycie *bootstrapu* w IRF/FEVD oraz ostrożną interpretację różnic OOS — stąd bardzo zbliżone wartości RMSE/MAE między modelami w horyzoncie  $D+1$ .

## Podsumowanie

Celem projektu było empiryczne zbadanie krótkoterminowych zależności między dziennymi log-zwrotami BTC, ETH i SOL oraz ocena, czy model VAR dostarcza przewagi prognostycznej nad prostymi *benchmarkami*. Wykorzystano dane z Yahoo Finance; estymowano VAR(p) ze stałą (p dobrane informacyjnie, finalnie  $p=1$ ). Analiza obejmowała testy stacjonarności (ADF/PP/KPSS), stabilność pierwiastków, funkcje odpowiedzi na impuls (IRF) z *bootstrapem* 500 replik (95% CI) w dwóch wersjach: ortogonalnej (Cholesky) i uogólnionej (Pesaran–Shin), dekompozycję wariancji błędu prognozy (FEVD) dla horyzontów 1–3 oraz testy przyczynowości w sensie Grangera. Walidację poza próbą wykonano w schemacie *rolling expanding, 1-step ahead*, porównując VAR z AR(1) i modelem Zero.

Najważniejsze wnioski:

- Zwroty są stacjonarne; VAR(1) stabilny.
- **IRF**: własne odpowiedzi gasną w 1–2 dni; efekty krzyżowe są małe i krótkotrwałe. IRF uogólnione  $\approx$  ortogonalne  $\Rightarrow$  niska wrażliwość wniosków na *ordering*.
- **FEVD ( $h=1-3$ )**: dominują **szoki własne** – BTC  $\sim 100\%$  własne; w ETH i SOL także przewaga własnych, niewielki i stabilny wkład BTC do ETH; pozostałe udziały małe.
- **Granger**: istotność dla **ETH** i **SOL** jako „przyczyn” (słabe, krótkotrwałe), brak istotności dla BTC jako przyczyny.
- **OOS ( $D+1$ )**: RMSE minimalnie najlepszy ma VAR, MAE minimalnie najlepszy ma Zero; różnice kosmetyczne  $\Rightarrow$  **w jednodniowym horyzoncie trudno pobić proste benchmarki**.

**Wniosek ogólny**: w krótkim terminie trzy rynki krypto reagują głównie na idiosynkratyczne szoki, a przenikanie impulsów między aktywami jest słabe i szybko zanika. VAR jest użyteczny opisowo (IRF/FEVD), ale nie daje wyraźnej przewagi prognostycznej na  $D+1$ . Diagnostyka wskazuje przy tym na autokorelację i heteroskedastyczność reszt, dlatego wnioski z IRF/FEVD opieramy na *bootstrapie* i traktujemy ostrożnie. Rozkłady dziennych zwrotów są istotnie nienormalne (JB odrzucony), co podważa założenie błędów gaussowskich. Wysokie korelacje współczesne między resztami (np. BTC–ETH) mogą czynić IRF Cholesky wrażliwymi na kolejność zmiennych - stąd równoległa prezentacja IRF uogólnionych.

W celu rozwinięcia badania można rozszerzyć model o zmienne egzogeniczne (np. wolumen, zmienność, indeks USD) - VARX lub Bayes VAR; uwzględnić heteroskedastyczność (VAR-

GARCH, t-rozkład), możliwe zmiany reżimu (TVP-VAR, rolling p) czy przetestować dłuższe horyzonty progностyczne (5–10 dni).