Analiza Numeryczna

Skrypt z wykładów

Semestr zimowy 2023/2024

Uniwersytet Wrocławski
Wydział Matematyki i Informatyki
Instytut Informatyki

Spis treści

Wykład 1

Wykład 2 Arytmetyka zmiennopozycyjna, podstawy teorii błędów

2.1 Błąd bezwzględny i bład względny

Weźmy liczby:

$$x = 1.23456789 \quad \tilde{x} = 1.2345679$$
$$y = 10^{50} + 1 \quad \tilde{y} = 10^{50}$$

Wtedy błąd bezwzględny to:

$$|x - \tilde{x}| = 10^{-8} \quad |y - \tilde{y}| = 1$$

Błąd względny to:

$$\frac{|x - \tilde{x}|}{|x|} = 0.8 \cdot 10^{-8} \quad \frac{|y - \tilde{y}|}{|y|} = 10^{-50}$$

Błąd względny jest lepszą miarą błędu.
Dodatkowo zdefiniujmy liczbę cyfr dokładnych:

$$acc(v, \tilde{v}) = -\log_{10}\left(\left|1 - \frac{\tilde{v}}{v}\right|\right)$$

Wtedy:

$$acc(x, \tilde{x}) \approx 8.091 \quad acc(y, \tilde{y}) = 50$$

2.2 Reprezentacja liczb w komputerze

Potrafimy reprezentować wszystkie liczby całkowite z pewnego zakresu, ale nie potrafimy reprezentować wszystkich liczb rzeczywistych. Dlatego musimy wybrać pewną reprezentację, która będzie przybliżać liczby rzeczywiste.

a) $l \in \mathbb{Z}$,

$$l = \pm \sum_{i=0}^{n} e_i 2^i, \quad e_i \in \{0, 1\}, \quad e_n = 1$$

Jeśli $n < d$ to OK, a jeśli $n \geq d$ to przepełnienie.

b) $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

TW. Dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$ istnieje trójka:

$$m \in \left[\frac{1}{2}, 1\right) \quad \text{(mantysa)}$$

$$c \in \mathbb{Z} \quad \text{(cecha)}$$

$$s \in \{+1, -1\} \quad \text{(znak liczby)}$$

dla których

$$x = s \cdot m \cdot 2^c$$

Trójka (s, m, c) jest wyznaczona jednoznacznie.