CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-100-2206; OMAP-200-2206; OMAP-400-2206; OMAP-500-2206; OMAP-600-2206; OMAP-700-2206; OMAP-C00-2206; OMAU-C00-2205
Termin egzaminu:	14 czerwca 2022 r.
Data publikacji dokumentu:	14 czerwca 2022 r.

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka; 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne). VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, […], 25% – jako jedną czwartą […]. XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą […], diagramów słupkowych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AD

[1] Załącznik nr 1 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r. w sprawie szczegółowych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19 (Dz.U. poz. 493, z późn. zm.).

Zadanie 3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą. 3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	VIII. Pierwiastki. Uczeń: 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz prostego wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki np. $1+\sqrt{2}$, $2-\sqrt{2}$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	XI. Obliczenia procentowe. Uczeń: 4) oblicza liczbę b, której p procent jest równe a.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów. XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) dostrzega zależności między podanymi informacjami.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B3

Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) zna najważniejsze własności […] rombu […]; 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) zna najważniejsze własności […] prostokąta […]. XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych. X. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AD

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16., 17., 18. i 19. uczeń podaje <u>tylko</u> poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.°C – 0C)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. x^2 – x_2, m_2– m^2).

Zadanie 16. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby banknotów 20-złotowych, np. $20x + 6000 = 50x$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowa liczba banknotów 20-złotowych ($x = 200$),
  LUB
- zauważenie, że kwota 6000 zł odpowiada całkowitej wielokrotności różnicy wartości banknotów 50 zł i 20 zł, np. zapisanie $30x = 6000$ albo $x(50 - 20) = 6000$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowa liczba banknotów 20-złotowych ($x = 200$),
  LUB
- sprawdzenie, że dla 200 banknotów różnica łącznej wartości banknotów 50-złotowych i 20-złotowych jest równa 6000 zł, prawidłowe obliczenia oraz podanie liczby banknotów 20-złotowych. (metoda prób i błędów).

1 punkt

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby banknotów 20-złotowych, np. $20x + 6000 = 50x$,
  LUB
- zapisanie wyrażeń algebraicznych z jedną zmienną opisujących łączną wartość banknotów 20 zł oraz łączną wartość banknotów 50 zł, np. $(20x, 50x)$ lub $(20x, 50y$, gdzie $x = y)$,
  LUB
- zapisanie wyrażenia algebraicznego opisującego różnicę między wartością banknotów 20 zł a wartością banknotów 50 zł, np. zapisanie $50x - 20x$ albo $30x$,
  LUB
- zauważenie, że kwota 6000 zł odpowiada całkowitej wielokrotności różnicy wartości banknotów 50 zł i 20 zł, np. zapisanie $30x = 6000$ albo $x(50 - 20) = 6000$ albo zastosowanie proporcji, np.
  1 para banknotów to 30 zł
  x par banknotów to 6000 zł (lub zapisy równoważne),
  LUB
- sprawdzenie warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb banknotów 20- i 50-złotowych bez uwzględnienia liczby 200 banknotów (metoda prób i błędów).

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Oznaczymy liczbę banknotów 20- i 50-złotowych przez x.

Wartość banknotów 50-złotowych jest o 6000 zł większa od wartości banknotów 20-złotowych, zatem możemy ułożyć równanie:

$$20x + 6000 = 50x$$

$$30x = 6000$$

$$x = 200$$

Odpowiedź: W kasie jest 200 banknotów 20-złotowych.

II sposób

x – liczba banknotów 20- i 50-złotowych
Obliczymy różnicę wartości między banknotem 50 zł i banknotem 20 zł:

$$50 \text{ zł} - 20 \text{ zł} = 30 \text{ zł}$$

Rozwiążemy równanie:

$$30 \text{ zł} \cdot x = 6000 \text{ zł}$$

$$x = 200$$

Odpowiedź: W kasie jest 200 banknotów 20-złotowych.

III sposób (metoda prób i błędów)

Liczba banknotów	Wartość w banknotach 50-złotowych	Wartość w banknotach 20-złotowych	Różnica
10	$10 \cdot 50 = 500$ (zł)	$10 \cdot 20 = 200$ (zł)	300 zł
50	$50 \cdot 50 = 2500$ (zł)	$50 \cdot 20 = 1000$ (zł)	1500 zł
100	$100 \cdot 50 = 5000$ (zł)	$100 \cdot 20 = 2000$ (zł)	3000 zł
200	$200 \cdot 50 = 10000$ (zł)	$200 \cdot 20 = 4000$ (zł)	6000 zł

Odpowiedź: W kasie jest 200 banknotów 20-złotowych.

IV sposób

1 para banknotów 50 zł i 20 zł to różnica 30 zł
10 par tych banknotów to różnica 300 zł
100 par tych banknotów to różnica 3000 zł
200 par tych banknotów to różnica 6000 zł

Odpowiedź: W kasie jest 200 banknotów 20-złotowych.

Zadanie 17. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia liczby piłeczek czerwonych, zielonych i niebieskich w każdym zestawie, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik (3 czerwone, 4 zielone, 5 niebieskich),
  LUB
- sprawdzenie warunków zadania dla liczb piłeczek każdego koloru spośród 84 piłeczek, które na początku miał Janek (21 czerwonych, 28 zielonych, 35 niebieskich), prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik (3 czerwone, 4 zielone, 5 niebieskich).

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia liczby piłeczek każdego koloru spośród 84 piłeczek, które na początku miał Janek (21 czerwonych, 28 zielonych, 35 niebieskich), np. wypisanie kolejnych liczb podzielnych przez 7 i sprawdzenie, czy ich suma jest równa 84,
  LUB
- ułożenie poprawnego równania prowadzącego do obliczenia wszystkich piłeczek czerwonych, np. zapisanie
  $c + (c + 7) + (c + 14) = 84$
  albo zielonych, np. zapisanie
  $(z - 7) + z + (z + 7) = 84$
  albo niebieskich, np. zapisanie
  $(n - 14) + (n - 7) + n = 84$ (lub zapisy równoważne),
  LUB
- zapisanie równości $21 + 28 + 35 = 84$,
  LUB
- poprawny sposób obliczenia wszystkich piłeczek w jednym z siedmiu zestawów $(84 : 7 = 12)$.

0 punktów

rozwiązanie błędne, albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania

I sposób

Wypiszemy kolejne liczby podzielne przez 7: $7, 14, 21, 28, 35, 42, 49$ ...
Szukamy trzech liczb, których suma jest równa 84:

$14 + 21 + 28 = 63$ $\quad\quad 63 < 84$

$21 + 28 + 35 = 84$ $\quad\quad 84 = 84$

Szukane liczby to: $21, 28, 35$.
Zauważamy, że szukane liczby, które są podzielne przez 7 odpowiadają kolejno piłeczkom w kolorach: czerwonym, zielonym, niebieskim, a więc Janek ma:

21 piłeczek czerwonych
28 piłeczek zielonych
35 piłeczek niebieskich

Janek rozdzielił wszystkie piłeczki na 7 identycznych zestawów, w każdym zestawie były piłeczki w trzech kolorach, zatem możemy obliczyć, że jeden zestaw zawiera:

$21 : 7 = 3$ czerwone piłeczki
$28 : 7 = 4$ zielone piłeczki
$35 : 7 = 5$ niebieskich piłeczek

Odpowiedź: Liczba piłeczek w jednym zestawie: czerwonych: 3, zielonych: 4, niebieskich: 5.

II sposób

x – liczba piłeczek czerwonych
$x + 7$ – liczba piłeczek zielonych
$x + 14$ – liczba piłeczek niebieskich
Suma wszystkich piłeczek jest równa 84, zatem możemy rozwiązać równanie:

$$x + x + 7 + x + 14 = 84$$
$$x = 21$$

Obliczymy liczbę piłeczek w każdym z trzech kolorów:

21 – liczba piłeczek czerwonych
$21 + 7 = 28$ – liczba piłeczek zielonych
$21 + 14 = 35$ – liczba piłeczek niebieskich

Obliczymy liczbę piłeczek w każdym zestawie:

$21 : 7 = 3$ – czerwone
$28 : 7 = 4$ – zielone
$35 : 7 = 5$ – niebieskie

Odpowiedź: Liczba piłeczek w jednym zestawie: czerwonych: 3, zielonych: 4, niebieskich: 5.

III sposób

Obliczymy liczbę piłeczek w każdym z 7 jednakowych zestawów:

$$84 : 7 = 12$$

Jeśli liczby wszystkich piłeczek czerwonych, zielonych i niebieskich są odpowiednio kolejnymi liczbami podzielnymi 7, to w każdym z zestawów liczby piłeczek różnych kolorów są kolejnymi liczbami naturalnymi, których suma jest równa 12.
Liczby, które spełniają ten warunek to: $3, 4, 5$.

Odpowiedź: Liczba piłeczek w jednym zestawie: czerwonych: 3, zielonych: 4, niebieskich: 5.

Zadanie 18. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania. XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole […] trapezu przedstawionych na rysunku […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia, ile godzin kosiarka będzie kosiła trawę w części B, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik (9 godzin).

2 punkty
- poprawny sposób obliczenia, ile razy pole części B jest większe od pola części A, np. zapisanie
  $P_A = \frac{1}{2}(10 + 40) \cdot 80 = 2000\ (\mathrm{m}^2)$
  $P_B = \frac{1}{2}(90 + 60) \cdot 80 = 6000\ (\mathrm{m}^2)$
  $6000 : 2000$ (lub zapisy równoważne),
  LUB

- poprawny sposób obliczenia stosunku pól powierzchni łąki, np. zapisanie

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{\frac{1}{2}(90+60)\cdot 80}{\frac{1}{2}(10+40)\cdot 80} = \frac{150}{50}$$ (lub zapisy równoważne),

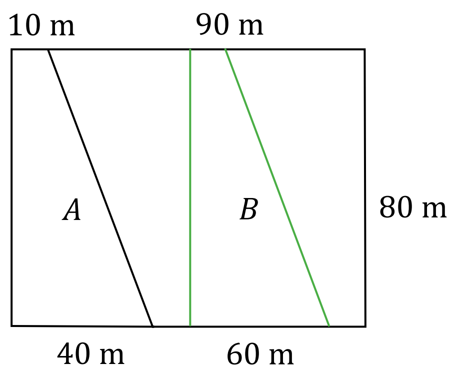
LUB

- poprawny sposób obliczenia czasu potrzebnego na skoszenie trawy w części B, np. zapisanie lub zastosowanie metody proporcji

$$3\ \mathrm{h} - 2000\ \mathrm{m}^2$$
$$x - 6000\ \mathrm{m}^2$$
$$x = \frac{3\ \mathrm{h}\cdot 6000\ \mathrm{m}^2}{2000\ \mathrm{m}^2},$$

LUB

- ustalenie na rysunku za pomocą podziału łąki na 4 równe części oraz zapisanie zależności pomiędzy polem figury A i B ($P_B = 3\,P_A$), np.



oraz $P_B = 3\,P_A$.

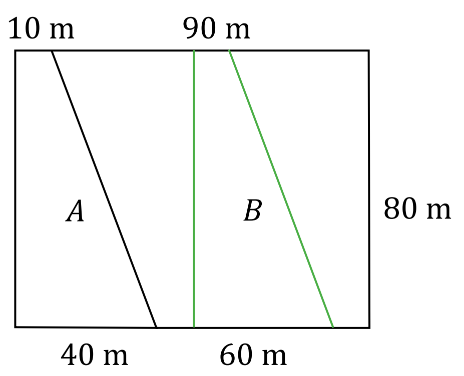
1 punkt

- poprawny sposób obliczenia pola powierzchni części łąki A lub części łąki B, np. zapisanie

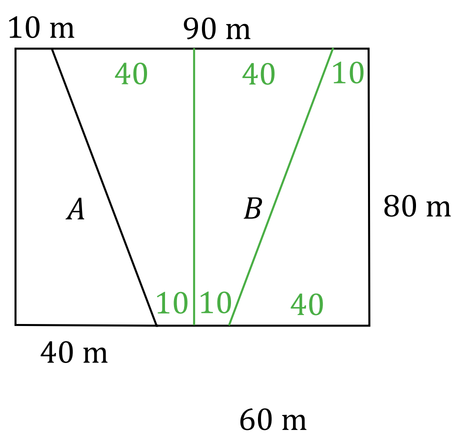
$P_A = \frac{1}{2}(10+40)\cdot 80 = 2000\ (\mathrm{m}^2)$ *LUB* $P_B = \frac{1}{2}(90+60)\cdot 80 = 6000\ (\mathrm{m}^2)$,

LUB

- poprawny sposób podziału łąki na cztery równe części na rysunku, np.



LUB



0 punktów

rozwiązanie błędne, albo brak rozwiązania.

Uwaga
Nie ocenia się stosowania jednostek.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Części A i B, na które podzielona jest łąka mają kształt trapezu.
Obliczymy pola obu części łąki:

$$P_A = \frac{1}{2}(10+40)\cdot 80 = 2000\ (\mathrm{m}^2)$$

$$P_B = \frac{1}{2}(90+60)\cdot 80 = 6000\ (\mathrm{m}^2)$$

Powierzchnia części B jest 3 razy większa:

$$6000 : 2000 = 3$$

Kosiarka skosiła trawę z powierzchni części A w ciągu 3 godzin, a zatem:

$$3\cdot 3 = 9$$

Odpowiedź: Kosiarka będzie kosiła trawę w części B 9 godzin.

II sposób

Obliczymy stosunek pól części B i części A:

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{\frac{1}{2}(90+60)\cdot 80}{\frac{1}{2}(10+40)\cdot 80} = \frac{150}{50} = 3$$

Ponieważ pole części B jest 3 razy większe, więc – korzystając z założenia, że czas (t_A) na skoszenie trawy z powierzchni części A jest równy 3 godziny – czas (t_B) koszenia trawy z części B będzie 3 razy dłuższy:

$t_B = 3\cdot t_A = 9$ godzin

3 godziny $\cdot\ 3 = 9$ godzin

Odpowiedź: Kosiarka będzie kosiła trawę w części B 9 godzin.

III sposób

Obliczymy pole całej łąki, która ma kształt prostokąta:

$$P_Ł = 100\cdot 80 = 8000\ (\mathrm{m}^2)$$

Obliczymy pole łąki w części A:

$$P_A = \frac{(10+40)}{2}\cdot 80 = 2000\ (\mathrm{m}^2)$$

Obliczymy jaką część łąki stanowią powierzchnie A oraz B.

Część A stanowi $\frac{1}{4}$ całej łąki:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{2000\ (\mathrm{m}^2)}{8000\ (\mathrm{m}^2)} = \frac{1}{4}\ ,$$

zatem część B stanowi $\frac{3}{4}$ całej łąki, czyli część B stanowi 3 części A:

$$3\ P_A = P_B$$

Obliczymy czas potrzebny na skoszenie trawy z części B:

$$3\ \cdot 3 \text{ godziny} = 9 \text{ godzin}$$

Odpowiedź: Kosiarka będzie kosiła trawę w części B 9 godzin.

IV sposób

Części A i B, na które podzielona jest łąka mają kształt trapezu.
Obliczymy pola obu części łąki:

$$P_A = \frac{1}{2}(10 + 40) \cdot 80 = 2000\ (\mathrm{m}^2) \qquad P_B = \frac{1}{2}(90 + 60) \cdot 80 = 6000\ (\mathrm{m}^2)$$

Obliczymy w jakim czasie kosiarka kosiła trawę w części B łąki korzystając z proporcji:

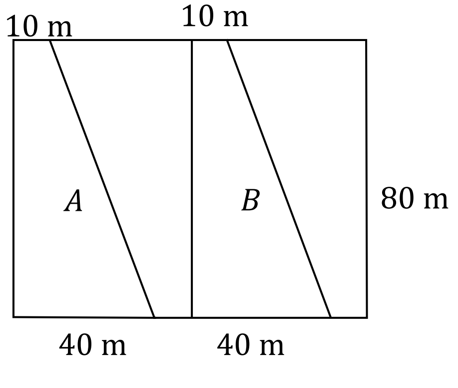
$$3\ \mathrm{h} - 2000\ \mathrm{m}^2$$
$$x - 6000\ \mathrm{m}^2$$

$$x = \frac{3\ \mathrm{h} \cdot 6000\ \mathrm{m}^2}{2000\ \mathrm{m}^2} = 9\ \mathrm{h}$$

Odpowiedź: Kosiarka będzie kosiła trawę w części B 9 h.

V sposób

Łąkę można podzielić na 4 części o równych polach, jedną z tych części stanowi trapez A:



Jeśli kosiarka kosi trawę z części A w czasie 3 godzin, a część B złożona jest z trzech części A, to skoszenie trawy z części B będzie trwało 9 godzin.

Zadanie 19. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi graniastosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy ($75\ \mathrm{cm}$).

2 punkty
- poprawny sposób obliczenia długości drugiej przyprostokątnej (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie $a^2+8^2=10^2$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia wysokości graniastosłupa, (np. oznaczonej jako H), tzn. zastosowanie (zgodnie z oznaczeniami krawędzi przyjętymi na rysunku) wzoru na pole prostokąta uwzględniającego, że jest ono równe 54 (lub zapisy równoważne na symbolach albo liczbach jednoznacznie identyfikujące krawędzie graniastosłupa ***oraz*** poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi graniastosłupa, np. zapisanie $S_k=2\cdot(a+8+10)+3\cdot H$ (lub zapisy równoważne),
  LUB
- zapisanie $a=6\ (cm)$ oraz $H=9\ (cm)$ lub oznaczenie na odpowiednich odcinkach na rysunku 6 i 9 ***oraz*** poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi graniastosłupa, np. zapisanie $S_k=2\cdot(6+8+10)+3\cdot 9$ (lub zapisy równoważne).

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia długości drugiej przyprostokątnej (np. oznaczonej jako a), która jest jedną z krawędzi podstawy graniastosłupa, zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie
  $a^2+8^2=10^2$ (lub zapisy równoważne),
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) bez obliczeń długości tego odcinka ($6\ \mathrm{cm}$),
  LUB

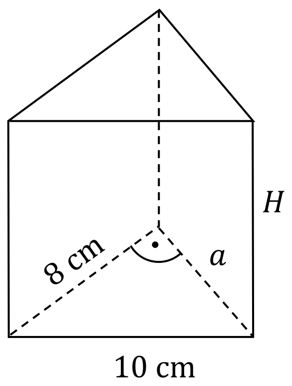
- poprawny sposób obliczenia wysokości graniastosłupa, zastosowanie wzoru na pole prostokąta, np. zapisanie $54 = a \cdot H$, gdzie H jest zidentyfikowane jako wysokość graniastosłupa (lub zapisy równoważne).

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga
Błędne stosowanie jednostek traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób



Oznaczymy jedną z krawędzi podstawy jako a
Obliczymy długość krawędzi a, korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$$a^2 + 8^2 = 10^2$$
$$a^2 = 100 - 64$$
$$a = 6 \text{ (cm)}$$

Pole najmniejszej ściany bocznej graniastosłupa jest równe 54 cm^2, zatem możemy obliczyć wysokość graniastosłupa, korzystając ze wzoru na pole prostokąta:

$$P = a \cdot H$$
$$54 = 6 \cdot H$$
$$H = 9 \text{ (cm)}$$

Obliczymy sumę długości krawędzi graniastosłupa:

$$S_k = 2 \cdot (6 + 8 + 10) + 3 \cdot 9 = 75 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Suma długości krawędzi tego graniastosłupa jest równa 75 (cm).