

## Zadanie 3–4

Patryk Lisik

11 Luty 2024

### Treść

Niech  $\mathcal{C}$  będzie  $[6, 3]$ -binarnym kodem liniowym rozpinanym przez bazowe słowa kodowe  $\mathbf{u}_1 = 011011$ ,  $\mathbf{u}_2 = 101101$  i  $\mathbf{u}_3 = 111000$ . Wyznacz macierz generującą  $\mathbf{G}$  dla kodu  $\mathcal{C}$  w postaci systematycznej, następnie wyznacz macierz sprawdzania parzystości  $\mathbf{H}$  dla kodu  $\mathcal{C}$ . Znajdź słowo kodowe  $\mathbf{c}$  dla wiadomości 110 i sprawdź,  $\mathbf{c}\mathbf{H}^T = 0$ . Znajdź tempo  $R$  i minimalną odległość  $d$  dla kodu  $\mathcal{C}$ . Wyznacz tabelę syndromu dla  $\mathcal{C}$ ; jakie wzorce błędów są przez niego poprawiane? Znajdź prawdopodobieństwo błędnego dekodowania  $Pr_E$  przy przesyłaniu wiadomości zakodowanej tym kodem przez binarny kanał symetryczny  $\Gamma \circ P < \frac{1}{2}$  i regule dekodowania  $\Delta$  przez najbliższego sąsiada.

## Rozwiązanie

### Macierz generująca $\mathbf{G}$ i macierz parzystości $\mathbf{H}$

$$\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Obliczenie wiadomości i sprawdzenie poprawności**

$$c = (110) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = (110110)$$

$$c\mathbf{H}^T = (110110) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (000)$$

**Tempo transmisji kodu  $R$**

$$R = \frac{k}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$