Zadanie 1–1

Patryk Lisik

6 Lutego 2024

Rozwiązanie

Entropia źródła

$$H(X) = -\sum_i p_i \log p_i = -(0.2 \log 0.2 + 0.8 \log 0.8) = 0.72$$

Informacja wzajemna

$$\begin{aligned} I(X,Y) = \sum_i \sum_j P(x_j, y_j) \log_2 \frac{P(x_i|y_j)}{P(x_i)} &= \sum_i \sum_j P(y_j|x_i) P(x_i) \log_2 \frac{P(x_i|y_j)}{P(x_i)} \\ &= P(y_0|x_0)P(x_0) \log_2 \frac{P(x_0|y_0)}{P(x_0)} \\ &+ P(y_1|x_0)P(x_0) \log_2 \frac{P(x_0|y_1)}{P(x_0)} \\ &+ P(y_0|x_1)P(x_1) \log_2 \frac{P(x_1|y_0)}{P(x_1)} \\ &+ P(y_1|x_1)P(x_1) \log_2 \frac{P(x_1|y_1)}{P(x_1)} \\ &= -0.09 \end{aligned}$$

Pojemność binarnego kanału symerycznego

$$\begin{aligned} C_s = \Omega(\alpha + p - 2\alpha p) - \Omega(p) &= \Omega(0.2 + 0.25 - 2 \cdot 0.2 \cdot 0.25) - \Omega(0.25) \\ &= \Omega(0.35) - \Omega(0.25) \\ = 0.35 \log_2 0.35 - (1-0.35) \log_2 (1-0.35) - (-0.25 \log_2 0.25 - (1-0.25) \log_2 (1-0.25) &\approx 0.12 \end{aligned}$$