Zadanie 3

Patryk Lisik

10 Lutego 2024

Treść

Binarny liniowy kod cykliczny $C_{cyc}(n, k)$ o długości kodu $n = 14$ ma wielomian generujący $g(x) = 1 \oplus x^2 \oplus x^6$.

(a) Wyznacz liczbę bitów wiadomości k i przystości w każdym słowie kodowym $\mathbf{c}$

(b) Wyznacz liczbę słów kodowych kodu M.

(c) Wyznacz macierz generującą $\mathbf{G}$ i kontroli przystości $\mathbf{H}$ kodu.

(d) Wyznacz minimalną odległość Hamminga d_{min} kodu.

Rozwiązanie

a) Wyznacz liczbę bitów wiadomości k i przystości w każdym słowie kodowym c

Niech r będzie stopniem wielominu generującego $g(x)$. Jeśli wielomian jest stopnia r to genruje kod cykliczny $C_{cyc}(n, l)$ taki, że $r = n-k$. Wielomin $g(x)$ jest stopnia 6, co onzacza że kod jest $C_{cyc}(14, 8)$. Kod ma 8 bitów wiadomości o 6 bitów parzystości.

b) Wyznacz liczbę słów kodowych kodu M

$$M = 2^k = 2^8 = 256$$

c) Wyznacz macierz generującą G i kontroli przystości H kodu

Liniowy kod cykliczny jest rozpianany przez $k = 8$ wielomianów kodowych $g(x), xg(x), \ldots x^6 g(x)$. Oznacza to, że macierz G skłąda się z przesuniętych wektorów $(\underbrace{1}_{x^0}\ \underbrace{0}_{x^1}\ \underbrace{1}_{x^2}\ \underbrace{0}_{x^3}\ \underbrace{0}_{x^5}\ \underbrace{1}_{x^6}\ \underbrace{0}_{x^7}\ \underbrace{0}_{x^8}\ \underbrace{0}_{x^9}\ \underbrace{0}_{x^{10}}\ \underbrace{0}_{x^{11}}\ \underbrace{0}_{x^{12}}\ \underbrace{0}_{x^{13}}\ \underbrace{0}_{x^{14}})$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix}
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$

Macierz kontroli parzystości

$$\mathbf{H} = (I_{n-k} \quad P^T) = \begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$

d) Wyznacz minimalną odległość Hamminga d_{min} kodu

Dla linowego kodu blokowego, odległość minimalna kodu jest równa minimalnej liczbie kolumn z macierzy **H**, które dodane razem dają 0.

c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}	c_{13}
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1

$$d_{min} = 3$$