# Tytuł

# Patryk Wałach

# January 2022

# Contents

1	[Ws]	tęp]	2
2	Ogó 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5	Analiza leksykalna Parser System typów System typów ML Rekord z wariantami	2 2 2 3 3 4
3	3.1 3.2 3.3 3.4 3.5	Problem inferencji typów  Udowadnianie typów dla ML-the-calculus  Infernencja typów bazująca na ograniczeniach  System typów Hindley-Milner  Algorytm J	4 4 5 5 6
4	Res	${ m cript/ReasonML}$ jako języki realizujące podobne zadania	6
5	<b>Zał</b> c 5.1	ożenia i priorytety opracowanej aplikacji Opis formaly składni języka	<b>7</b>
6	Nar 6.1 6.2 6.3	<b>zędzia</b> Język python	10 10 11 11
7	Imp 7.1 7.2 7.3 7.4	plementacja lexer parser inferencja typów kompilacja	11 11 11 11 14

8	Opis działania			
	8.1 Co działa	14		
	8.2 Uwagi co do obsługi błędów	14		
9	[Podsumowanie]			
10	0 [spisy – rysunków, tabel, listingów ipt.]			

## 1 [Wstęp]

## 2 Ogólne wprowadzenie

#### 2.1 Analiza leksykalna

Analiza leksykalna w informatyce jest to proces rozbijania program źródłowych na jednostki logiczne (zwane leksemami) złożone z jednego lub więcej znaków, które łącznie mają jakieś znaczenie[J.E. Hopcroft(2005)]. Przykładami leksemów mogą być słowa kluczowe (np. while), identyfikator lub liczba składająca się z cyfr. Rozdzielaniem programu źródłowego, na leksemy, zajmuje się lekser.

Token jest strukturą reprezentującą leksem i wprost go kategoryzującą[Aho et al.(1985)Aho, Sethi, and Ullm co ułatwia późniejszą pracę parserowi. Tokeny kategoryzuje się na komputerowy odpowiednik tego, co lingwiści określiliby mianem części mowy. Biorąc jako przykład poniższy kod w języku C:

```
1 x = a + b * 2;
```

analiza leksykalna, zwraca tokeny:

```
[(identifier, x), (operator, =), (identifier, a), (operator, +), (identifier, b), (operator, *), (literal, 2), (separator, ;)]
```

Dwoma ważnymi przypadkami są znaki białe i komentarze. One również muszą być uwzględnione w gramatyce i przeanalizowane przez lexer, lecz mogą być odrzucone (nie produkować żadnych tokenów) i traktowane jako spełniające mało znaczące zadanie, rozdzielania dwóch tokenów (np. w if x zamiast ifx).

#### 2.2 Parser

Analizator składniowy, parser – program dokonujący analizy składniowej danych wejściowych w celu określenia ich struktury gramatycznej w związku z określeną gramatyką formalną. Analizator składniowy umożliwia przetworzenie tekstu czytelnego dla człowieka w strukturę danych przydatną dla oprogramowania komputera. Wynikiem analizy składni, dokonywanej przez parser, najczęściej jest drzewo składniowe nazywane czasami drzewem wyprowadzenia[Aho et al.(1985)Aho, Sethi, and Ullman].

Zadanie parsera sprowadza się do sprawdzenia czy i jak dane wejściowe mogą zostać wyprowadzone z symbolu startowego. To zadanie można zrealizować na dwa sposoby:

- Analiza zstępująca (ang. top-down parsing) to strategia znajdowania powiązań między danymi przez stawianie hipotez dotyczących drzewa rozbioru składniowego i sprawdzanie, czy zależności między danymi są zgodne z tymi hipotezami.
- Analiza wstępująca (ang. bottom-up parsing) ogólna metoda analizy składniowej, w której zaczyna się od słowa wejściowego i próbuje się zredukować je do symbolu startowego. Drzewo wyprowadzenia jest konstruowane od liści do korzenia (stąd nazwa). W każdym momencie w trakcie tego procesu mamy formę zdaniową, która zawiera segment, powstały w ostatnim kroku wyprowadzenia. Segment ten nazywany uchwytem (ang. handle) jest prawą stroną produkcji i powinien zostać w tym kroku zredukowany do jej lewej strony, w wyniku czego powstanie poprzednia forma zdaniowa z wyprowadzenia. Główna trudność w analizie wstępującej polega właśnie na odpowiednim znajdywaniu uchwytów. Analiza wstępująca może przebiegać w określonym kierunku (np. od lewej do prawej), lub w sposób bezkierunkowy, wtedy analizowane jest całe słowo naraz. Jednym z bardziej znanych przedstawicieli metody bezkierunkowej jest algorytm CYK. Do metod kierunkowych zalicza się między innymi parsery shift-reduce czyli LR, LALR, SLR, BC, pierwszeństwa.

#### 2.3 System typów

System typów jest to system klasyfikacji wyrażeń w zależności od rodzajów wartości, jakie one generują[Pierce(2002)]. Każdej obliczonej wartości przypisywany jest pewien typ, który jednoznacznie definiuje, jakie operacje można na niej wykonać. Śledząc przepływ wartości, system typów stara się udowodnić, że w programie występuje poprawne typowanie, tzn. nie dochodzi do sytuacji, w której na wartości określonego typu próbujemy wykonać niedozwoloną operację.

#### 2.4 System typów ML

System typów ML jest to silny system typów stosowany w językach rodziny ML (Ocaml, Standard ML) oparty na inferencji.

Podstawowy system typów jest następujący: istnieją typy proste, takie jak string, int, bool, unit (typ pusty) itd. Z dowolnych typów można też generować typy złożone – przez krotki (typ1 \* typ2, typ1 \* typ2 \* typ3 itd.), konstruktory typów (typ list, typ tree itd.) i funkcje (typ1  $\rightarrow$  typ2).

System próbuje nadać typy każdemu wyrażeniu języka, i nie licząc kilku rzadkich przypadków, udaje mu się to całkiem dobrze.

Generalnie system taki wyklucza polimorfizm (nie licząc typów polimorficznych), jednak w Standard ML stworzono specjalne reguły umożliwiające polimorfizm dla wyrażeń arytmetycznych.

System typów ML jest interesujący z teoretycznego punktu widzenia – wiele problemów ma bardzo wysoką złożoność, jednak w praktyce inferencja zachodzi bardzo szybko – typy, które są rzeczywiście używane, są zwykle bardzo proste – rzadko używa się funkcji rzędów wyższych niż trzeci-czwarty, oraz liczby argumentów większej niż kilkanaście.

W rzeczywistych implementacjach dochodzą do tego bardziej złożone problemy typizacji obiektów, modułów itd.

#### 2.5 Rekord z wariantami

Rekord z wariantami jest to rodzaj rekordu, posiadającego tę właściwość, że zbiór rekordów posiada wspólny typ, lecz różną postać, określoną aktualną wartością specjalnego pola znacznikowego.

Przykład - Zakładając, że checmy stworzyć drzewo binarne intów. W języku ML, zrobilibyśmy to tworząc nowy typ danych w ten sposób:

```
1 datatype tree = Leaf
2 | Node of (int * tree * tree)
```

Leaf i Node są konstruktorami, które pozwalają nam na stworzenie konretnego drzewa, np.

```
Node(5, Node(1, Leaf, Leaf), Node(3, Leaf, Node(4, Leaf, Leaf)))
```

# 3 Inferencja typów w teori

#### 3.1 Problem inferencji typów

Język ML przyjmuje wiele form, najpopularniejszymi wariantami są Standard ML (SML), OCaml, i F#. Na potrzeby będziemy wzorować się na [Damas and Milner(1982)], i posługiwać się ML-the-calculus, drastycznie uproszczoną wersją języka co pozwoli na dojście do sedna w problemie rekonstrukcji typów.

Termy w języku ML-the-calculus są następujące:

$$e ::= x$$

$$| c (stale)$$

$$| \lambda x.e (1)$$

$$| e e$$

$$| let x = e in e$$

Typy które będziemy przypisywali do termów są następujące:

$$\tau ::= \alpha \qquad \text{(typ zmienny)}$$

$$\mid B \qquad \text{(typ podstawowy)}$$

$$\mid \tau \to \tau \qquad (2)$$

#### 3.2 Udowadnianie typów dla ML-the-calculus

$$\overline{\Gamma \vdash c : B}$$

$$\frac{\Gamma, x : \tau' \vdash e : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x.e : \tau' \to \tau}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \tau_2 \to \tau \qquad \Gamma \vdash e_2 : \tau_2}{\Gamma \vdash e_1 \ e_2 : \tau}$$

$$\frac{\Gamma(x) = \bigwedge \alpha_1, ..., \alpha_n. \tau' \qquad \tau = [\beta_i/\alpha_i]\tau'}{\Gamma \vdash x : \tau} (\beta_1 \text{ fresh})$$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \tau' \qquad \Gamma, x : (\bigwedge \alpha_1, ..., \alpha_n, \tau') \vdash e_2 : \tau}{\Gamma \vdash \text{let } x = e_1 \text{ in } e_2 : \tau : B} (\{\alpha_1, ..., \alpha_n\} = ftv(\tau') \setminus ftv(\Gamma))$$
(3)

Powyższe dowody nie mogą jednak być w prosty sposób przedstawione jako algorytm. Fakt, że typ  $\tau'$  jest dowolnie wybierany w dowodzie dla  $\lambda$  prowadzi do nieskończonej ilość dowodów, nawet dla prostego wyrażenia  $\lambda x.x$ .

#### 3.3 Infernencja typów bazująca na ograniczeniach

Algorytmy infernencji typów bazujące na ograniczeniach generują dużą liczbę zmiennych typów i zbiór ograniczeń dla tych zmiennych. W drugim kroku algorytmu dla każdej zmiennej, szuka typu, który spełnia wszystkie ograniczenia.

#### 3.4 System typów Hindley-Milner

Algorytm inferencji typów przedstwiony w [Milner(1978)], oraz innych wcześniejszych publikacjach, opiera się na generowaniu ograniczeń i rozwiązywaniu ich w trakcie wykonywania prostego rekursywnego przejścia przez termy.

Warto zauważyć, że w ten sposób: dostajemy, prostą strukturalnie rekursywną definicjię rekonstrukcji typów, ale tracimy modularność algorytmu. Rozszerzenie takiego algorytmu o dodatkowe funkcjie jest o wiele trudniejsze, niż algorytmu, który oddziela kroki generowania ograniczeń i ich rozwiązywania.

#### 3.5 Algorytm J

Algorytm W nie ma żadnych side-effectów, i świetnie zajmuje się aplikowanie i komponowaniem substytucji w odpowiedniej kolejności. Częste apikacje substytucji na wyrażeniach mogą znacznie zmniejszyć wydajność algorytmu rekonstrującegom dlatego też, Milner zaprezentował bardziej efektywną impereatywną wariacją W nazwaną algorytmem J w [Milner(1978)].

Algorytm J jest funkcją, która dla dokonanych do tej pory substytucji S, środowiska  $\Gamma$  - zbioru przechowywującego pary identyfikator wraz z typem, i wyrażnia e, zwraca kolejne substytucje S, oraz typ wyrażenia  $\tau$ .

$$J:S\times\Gamma\times e\to S\times\tau$$
 
$$J(S,\Gamma,x)=(S,[\beta_i/\alpha_i]\tau')$$
 where  $\Gamma(x)=\bigwedge\alpha_i,...,\alpha_n.\tau'$  and  $\beta_i$  are fresh 
$$J(S,\Gamma,e_1\ e_2)=(V,\beta)$$
 where  $\Gamma(S_1,\tau_1)=J(S,\Gamma,e_1)$  and  $(S_2,\tau_2)=J(S_1,\Gamma,e_2)$  and  $V=unify'(\tau_1,\tau_2\to\beta,S_2)$  and  $\beta$  is fresh 
$$J(S,\Gamma,\lambda x.e)=(S_1,\beta\to\tau)$$
 where  $(S_1,\tau)=J(S,(\Gamma,x:\beta),e)$  and  $\beta$  is fresh 
$$J(S,\Gamma,\lambda x.e)=(S_1,\beta\to\tau)$$
 where  $(S_1,\tau)=J(S,(\Gamma,x:\beta),e)$  and  $\beta$  is fresh 
$$J(S,\Gamma,\det x=e_1\ \text{in}\ e_2)=(S_2,\tau_w)$$
 where  $(S_1,\tau_1)=J(S,\Gamma,e_1)$  and  $(S_2,\tau_2)=J(S_1,(\Gamma,x:(\bigwedge\alpha_1,...,\alpha_n.\tau_1)),e_2)$  and  $\{\alpha_1,...,\alpha_n\}=ftv(S_2\tau_1)\backslash ftv(S_2\Gamma)$ 

Funkcja pomocnicza  $unify'(\tau, \tau', S)$  rozszerza zbiór substytucji S o substytucje wynikające z unifikacji  $\tau$  z  $\tau'$  pod kontekstem S.

# 4 Rescript/ReasonML jako języki realizujące podobne zadania

## 5 Założenia i priorytety opracowanej aplikacji

Tworząc aplikację, chciałem, by język posiadał podstawowe typy danych (liczby, stringi, wartość logiczna), kilka typów generycznych (funkcje, tablice), typ 'Option', oraz możliwość tworzenia własnych typów. Dodatkowo nie powinno być potrzeby podawania typów zmiennych w większości przypadków, kompilator sam powinien wykrywać typy zmiennych na podstawie ich użycia.

Język poza zmiennymi, potrzebuje możliwości wykonywania operacji na danych, dlatego ważne było dla mnie, by zaimplementować operatory binarane, oraz unarne. Operatory te miały też spełniać ważną rolą w trakcie inferencji typów. W języku javascript operator '+' może być wykorzystywany do dodawania liczb jak i konkatenacji stringów, ważne więc było by stworzyć dwa oddzielne operatory.

Prymitywne typy danych:

• string

```
1 greeting = 'Hello world!'
```

examples/string.uwu

Do konkatenacji stringów służy operator ++

- Wartość logiczna ma typ Bool i wartość True lub False. Powiązane operacje:
  - <>, równość pomiędzy dwiema liczbami
  - >, <
  - != równość
- liczby Powiązane operacje: +, -, \*, /, \*, %, //

Chciałem również by funkcje wieloargumentowe kompilowane były jako funkcje jednoargumentowe zwracające kolejne funkcje, co pozwala na wywoływanie funkcji bez wszystkich argumentów w celu zwrócenia funkcji przyjmującej resztę argumentów tzw. currying.

```
def classy_greeting(first_name, last_name) do
        "The name's "' ++ last_name ++ ', ' ++ first_name ++ ' ' ++
2
       last_name
3
4
5
   def compose1(f, g, a) do
6
       f(g(a))
7
   end
8
9
   def compose2(f, g, a, b) do
10
       f(g(a, b))
11
   end
12
   yell_greetings = compose2(to_upper, classy_greeting)
13
   yell_greetings('James', 'Bond') # "THE NAME'S BOND, JAMES BOND"
14
15
16
   compose1(compose1(abs, add(1)), multiply(2))(-4) # 7
```

examples/currying.uwu

```
const classy_greeting = (first_name) => (last_name) => {
 1
      return "The name's " + last_name + ", " + first_name + " " +
 2
        last_name;
   };
 3
    const compose1 = (f) \Rightarrow (g) \Rightarrow (a) \Rightarrow {
 4
 5
     return f(g(a));
 6
    const compose2 = (f) \Rightarrow (g) \Rightarrow (a) \Rightarrow (b) \Rightarrow \{
7
8
      return f(g(a)(b));
9
   };
10
    const yell_greetings = compose2(to_upper)(classy_greeting);
   yell_greetings("James")("Bond");
11
   compose1(compose1(abs)(add(1.0)))(multiply(2.0))(-4.0);
```

examples/currying.uwu.js

Jednym z ważniejszych elemenów każdego języka jest możliwość wykonywania różnego zbioru instrukcji, warunkowo. W tym celu planowałem zaimplementowanie instrukcji 'if', oraz 'case'. Instrukcja 'case' wykonywać ma dopasowanie do wzorca (tzw. pattern-matching), wykonywać, odpowiedni zbiór instrukcji zależnie od wprowadzonych danych. Kompilator, powinien ostrzegać, jeżeli ścieżka dla jednego z typów danych nie została zaimplementowana.

Przykład - funkcja łącząca dwie posortowane tablice

```
def merge < A > (a, b) do
 1
2
        merge2: Callable < Array < A > , Callable < Array < A > , Array < A > >> =
         'merge'
3
4
        case Tuple(get_head(a), get_head(b)) of
5
            Tuple(Empty(), _) do b end
             Tuple(_, Empty()) do a end
6
7
             Tuple(Head(head_a, rest_a), Head(head_b, rest_b)) do
8
                 if head_a < head_b then</pre>
9
                      [head_a] | merge2(rest_a, b)
10
11
                      [head_b] | merge2(a, rest_b)
12
                 end
13
             end
14
        end
15
    end
```

examples/merge.uwu

```
const merge = (a) \Rightarrow (b) \Rightarrow \{
2
      const merge2 = merge;
3
      return (() => {
4
        const $ = { TAG: "Tuple", _0: get_head(a), _1: get_head(b)
        };
5
        if (typeof $ !== "string" && $.TAG === "Tuple") {
          if ($._0 === "Empty") {
6
            const _ = $._1;
7
8
            return b;
9
          }
          if ($._1 === "Empty") {
10
            const _ = $._0;
11
12
            return a;
13
          }
14
          if (typeof $._0 !== "string" && $._0.TAG === "Head") {
            if (typeof $._1 !== "string" && $._1.TAG === "Head") {
15
16
              const head_b = $._1._0;
17
              const rest_b = $._1._1;
18
              const head_a = $._0._0;
19
              const rest_a = $._0._1;
20
              return (() => {
21
                if (head_a < head_b) {</pre>
22
                  return [head_a].concat(merge2(rest_a)(b));
23
                } else {
^{24}
                   return [head_b].concat(merge2(a)(rest_b));
25
26
              })();
27
28
            throw new Error ("Non-exhaustive pattern match");
29
30
          throw new Error("Non-exhaustive pattern match");
31
32
        throw new Error("Non-exhaustive pattern match");
33
     })();
34
   };
```

examples/merge.uwu.js

Kolejnym dość ważnym elementem języka jest brak wyrażenia 'return', które jest wykorzystywane do zwrócenia wartości z funkcji. Zamiast tego każdy bloku instrukcji powinien zwracać ostatnie wyrażenie. Pozwoli to na łatwiejsze inicjowanie zmiennych, w przypadku gdy inicializacja wymaga więcej niż jedenej linii kodu.

#### • Przykład

```
message = if is_morning then
2
      'Good morning!'
3
      'Hello!'
4
5
    end
6
7
8
   result = do
9
        arr1 = [1, 2, 3]
10
        arr2 = map(arr1, add_one)
11
12
        filter(arr2, def is_even(x) do
13
            x % 2 == 0
14
        end)
15
   end
```

examples/return.uwu

```
const message = (() => {
2
      if (is_morning) {
3
        return "Good morning!";
4
       else {
        return "Hello!";
5
7
   })();
   const result = (() => {
      const arr1 = [1.0, 2.0, 3.0];
10
      const arr2 = map(arr1)(add_one);
11
      const is_even = (x) \Rightarrow \{
       return x % 2.0 === 0.0;
12
13
14
      return filter(arr2)(is_even);
15
   })();
```

examples/return.uwu.js

#### 5.1 Opis formaly składni języka

# 6 Narzędzia

### 6.1 Język python

Do implementacji programu postanowiliśmy wykorzystać język python w wersji 3.10, ze względu na jego dynamiczność. W tej wersji języka pojawił się również pattern-matching, który znacząco ułatwia pracę z ast.

#### 6.2 Parsowanie i tokenizowanie przy użyciu biblioteki sly

Biblioteka sly, jest pythonową implementacją narzędzi lex i yacc, wykorzystywanych do tworzenia parserów i kompilatorów.

# 6.3 Środowisko nodejs do uruchomienia skompilowanego kodu

## 7 Implementacja

- 7.1 lexer
- 7.2 parser
- 7.3 inferencja typów

Zmienny typ reprezentuję jako unikalną liczbę

algorithm j.py

Substytucje to pary zmiennych i typów

```
Substitution: typing.TypeAlias = dict[int, typed.Type]
```

algorithm\_j.py

Każda zmienna w programie reprezentowana jest przez Scheme zawierający listę generycznych typów

```
Context: typing.TypeAlias = dict[str, Scheme]

algorithm j.py
```

Context to mapa identyfikatorów i schem

```
Odataclasses.dataclass
2
   class Scheme:
3
       vars: list[int]
4
       ty: typed.Type
5
6
       def from_subst(subst: Substitution, ctx: Context, ty1: typed.
7
       Type):
8
           ftv = free_type_vars(apply_subst(subst, ty1))
           ftv -= free_type_vars_ctx(apply_subst_ctx(subst, ctx))
10
           return Scheme(list(ftv), apply_subst(subst, ty1))
```

#### algorithm j.py

Tworzymy funkcję, aplikującą substytucje na typie

```
def apply_subst(subst: Substitution, ty: typed.Type) -> typed.Type:
1
2
       match ty:
           case typed.TVar(var):
3
4
               return subst.get(var, ty)
5
            case typed.TAp(arg, ret):
6
               return typed.TAp(apply_subst(subst, arg), apply_subst(
       subst, ret))
7
           case typed.TCon():
8
               return ty
9
            case _:
10
               raise TypeError(f"Cannot apply substitution to {ty=}")
```

algorithm j.py

Tworzymy funkcję, unifikującą dwa typy

```
def unify(a: typed.Type, b: typed.Type) -> Substitution:
2
       match (a, b):
3
           case (typed.TCon(), typed.TCon()) if a == b:
4
               return {}
5
            case (
6
                typed. TAp(arg0, ret0),
7
                typed. TAp(arg1, ret1),
8
g
                subst = unify_subst(arg0, arg1, {})
10
                subst = unify_subst(ret0, ret1, subst)
11
12
                return subst
13
            case (typed.TVar(u), t) | (t, typed.TVar(u)) if typed.kind(
       a) != typed.kind(b):
                raise UnifyException(f"Kind for {a=} and {b=} does not
14
       match")
            case (typed.TVar(u), t) | (t, typed.TVar(u)):
15
16
                return var_bind(u, t)
17
18
                raise UnifyException(f"Cannot unify {a=} and {b=}")
```

algorithm j.py

wraz z funkcją aplikującą substytucje na zmiennym typie

```
def var_bind(u: int, t: typed.Type) -> Substitution:
1
2
       match t:
3
            case typed.TVar(tvar2) if u == tvar2:
4
                return {}
5
            case typed.TVar(_):
6
               return {u: t}
7
            case t if u in free_type_vars(t):
8
                raise TypeError(f"circular use: {u} occurs in {t}")
9
            case t:
10
                return {u: t}
```

algorithm j.py

Inferencja termóm dla literałów jest trywialna

```
def infer(
1
2
       subst: Substitution, ctx: Context, exp: terms.AstTree
3
     -> tuple[Substitution, typed.Type]:
4
       match exp:
5
           case terms.ELiteral(value=str()):
6
               return subst, typed.TStr()
7
           case terms.ELiteral(value=float()):
8
               return subst, typed.TNum()
```

 $algorithm\_j.py$ 

W przypadku identyfikatorów, musimy zastąpić ich generyczne typy nowymi zmiennymi typami

```
1 case terms.EIdentifier(var):
2 return subst, instantiate(ctx[var])
```

algorithm j.py

W przypadku bloku wyrażeń inferujemy typ każdego z nich i zwracamy ostatni z nich

```
case terms.EProgram(body) | terms.EBlock(body):

ty = typed.TUnit()

ctx = ctx.copy()

for exp in body:

subst, ty = infer(subst, ctx, exp)

return subst, ty
```

algorithm j.py

Binarny pperator konkatenacji list, sprawdzamy czy obie listy są tego samego typu

```
case terms.EBinaryExpr("|", left, right):
    ty = fresh_ty_var()
    subst, ty_left = infer(subst, ctx, left)
    subst = unify_subst(ty_left, typed.TArray(ty), subst)
    subst, ty_right = infer(subst, ctx, right)
    subst = unify_subst(ty_right, typed.TArray(ty), subst)
    return subst, typed.TArray(ty)
```

algorithm j.py

Wywołując funkcję aplikujemy argumenty na nowy zmiennym typie po czym unifikujemy rezultat z typem wywoływanego wyrażenia

```
case terms.ECall(id, args):
subst, ty_fn = infer(subst, ctx, id)

ty_args = list[typed.Type]()

for arg in reversed(args):
```

```
subst, ty_arg = infer(subst, ctx, arg)
ty_args.append(ty_arg)

ty = fresh_ty_var()
subst = unify_subst(ty_fn, reduce_args(ty_args, ty),
subst)

return subst, ty
```

algorithm j.py

- 7.4 kompilacja
- 8 Opis działania
- 8.1 Co działa
- 8.2 Uwagi co do obsługi błędów
- 9 [Podsumowanie]
- 10 [spisy rysunków, tabel, listingów ipt.]

#### References

- [Aho et al.(1985)Aho, Sethi, and Ullman] Alfred V Aho, Ravi Sethi, and Jeffrey D Ullman. *Compilers*. Addison Wesley, Boston, MA, January 1985. ISBN 9780201101942.
- [Damas and Milner(1982)] Luis Damas and Robin Milner. Principal type-schemes for functional programs. In *Proceedings of the 9th ACM SIGPLAN-SIGACT symposium on Principles of Programming Languages*, pages 207–212, 1982.
- [J.E. Hopcroft(2005)] J.D. Ullman J.E. Hopcroft, R. Motwani. Wprowadzenie do Teorii automatów, języków i obliczń. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2005. ISBN 8301145021.
- [Milner(1978)] Robin Milner. A theory of type polymorphism in programming. Journal of Computer and System Sciences, 17:348–375, 1978.
- [Pierce(2002)] Benjamin C Pierce. Types and Programming Languages. The MIT Press. MIT Press, London, England, January 2002. ISBN 0262162091.