Übungen zu Video 11 des $\LaTeX$ Tutorials

Thomas Erben

12. November 2015

Übung 1:

Setzen Sie folgenden mathematische Formeln. Verwenden Sie die Umgebung für abgesetzte Formeln ohne Nummern für einfache Formeln oder die `\align`-Umgebung für Formeln die sich über mehrere Zeilen erstrecken. Die Beispiele sind etwas komplexer und ich empfehle Ihnen bei Problemen die Technik *divide et impera* aus dem Video.

(a) **Großer Klammerausdruck:**

$$
\begin{align}
\ln(1+|u|) &= x - c \\
1 + |u| &= e^{x-c} \\
|u| &= e^{x-c} - 1 \\
u(x) &= \begin{cases} e^{x-c} - 1 & \text{für} \quad x > c \\ 0 & \text{für} \quad x = c \\ -e^{x-c} + 1 & \text{für} \quad x < c \end{cases}
\end{align}
$$

(b) **Funktionen, verschachtelte Brüche:**

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\sin(\pi x)}{\ln\sin(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{\pi \frac{\cos(\pi x)}{\sin(\pi x)}}{\frac{\cos(x)}{\sin(x)}} = \lim_{x\to 0} \frac{\pi \tan(x)}{\tan(\pi x)} = \lim_{x\to 0} \frac{\pi/\cos^2(x)}{\pi/\cos^2(\pi x)} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos^2(\pi x)}{\cos^2(x)} = 1$$

(c) **Die Lösung von Integralen:** Wir wollen

$$f(x) = \int_a^b \frac{3x^2}{x^3 - 1}\,\mathrm{d}x$$

berechnen.

Exkurs:

$$\begin{aligned} u &:= x^3 - 1 \\ \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} &= 3x^2 \\ \mathrm{d}x &= \frac{\mathrm{d}u}{3x^2} \\ \int \frac{3x^2}{x^3-1}\,\mathrm{d}x &= \int \frac{1}{u}\,\mathrm{d}u \\ f(x) &= \ln(|u|) + c \end{aligned}$$

Aus obigen Gleichungen folgt:

$$f(x) = [\ln(x^3-1)]_a^b.$$

(d) **Die Integral-Multiplikationsregel:** Es gilt:

$$\int_a^b g'(x)f(x)\,\mathrm{d}x = [g(x)f(x)]_a^b - \int_a^b g(x)f'(x)\,\mathrm{d}x$$

Berechnen wir damit als Beispiel das Integral $\int \ln(x)\,\mathrm{d}x = \int 1 \cdot \ln(x)\,\mathrm{d}x$!
Führen Sie eventuell die Berechnung des Integrals in diesem Dokument zu Ende!

(e) **Vektoren und Matrizen:** Ein lineares Gleichungssystem $A \cdot x = b$, wobei $A = (a_{ij})_{n\times n}$ eine $n \times n$ Matrix und $x = (x_i)_n$ und $b = (b_i)_n$ Vektoren mit n Elementen sind, sieht ausgeschrieben so aus:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

Die Summenschreibweise für die i. te Zeile dieser Matrix ist dann:

$$\sum_{m=1}^{n} a_{im} \cdot x_m = b_i.$$