

Análisis Aplicado Región de Confianza

1. Introducción

Sean $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ y $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ tales que $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^n)$, $g = \nabla f(\hat{x}) \neq 0$ y $B = \nabla^2 f(\hat{x})$ simétrica positiva definida. El subproblema de región de confianza con radio $\Delta > 0$ es,

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \frac{1}{2}p^T B p + g^T p + f(\hat{x}) \\ \text{Sujeto a} \quad & \|p\| \leq \Delta. \end{aligned} \tag{1}$$

La dirección de Newton es,

$$p^N = -Bg, \tag{2}$$

que es la única solución de

$$\text{Min} \quad m(p) = \frac{1}{2}p^T B p + g^T p + f(\hat{x}).$$

El punto de Cauchy, p^C , es la única solución de $m(p)$ a lo largo de $-g$, es decir,

$$\text{Min} \quad \frac{1}{2}(-\alpha g)^T B(-\alpha g) + g^T(-\alpha g) + f(\hat{x}), \tag{3}$$

de donde

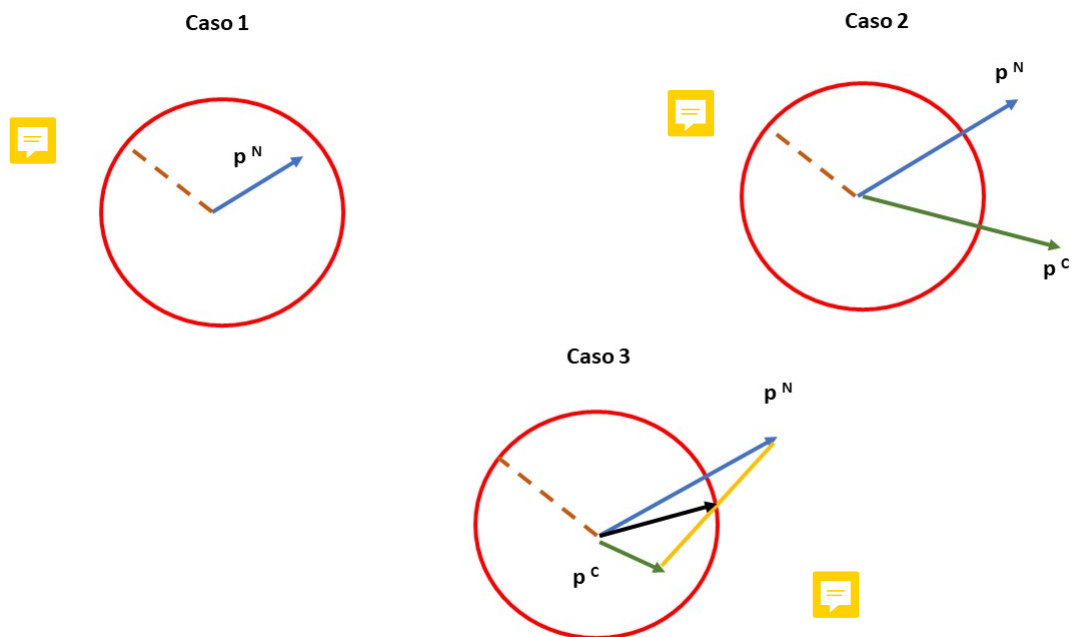
$$p^C = - \left(\frac{g^T g}{g^T B g} \right) g.$$

2. Doblez

Lema. $\|p^C\|_2 \leq \|p^N\|_2.$

Una aproximación a la única solución de (1) es tratando de interpolar la curva de gancho por medio del esquema de doblez,

Si $\|p^N\|_2 \leq \Delta$
 $p^* \leftarrow p^N$.
de otra manera
Si $\|p^C\|_2 \geq \Delta$
 $p^* \leftarrow -\Delta \frac{p^C}{\|p^C\|_2}$.
de otra manera
 Sea $t^* \in (0, 1)$ la única solución de
 $\|p^C + t(p^N - p^C)\|_2^2 - \Delta^2 = 0$.
Fin
Fin



3. Laboratorio

Programar en Matlab

```

function [ps] = doblez(B, g, Δ)
% Se resuelve el problema de región de confianza con radio  $\Delta > 0$ 
% por medio de la técnica del doblez.
% In
% B matriz simétrica positiva definida de  $n \times n$ 
% g vector columna de dimensión  $n$ 
% Δ número positivo.
% Out
% ps vector columna de dimensión  $n$ .

```

Pruebe **doblez.m**, con la función de Rosenbrock en $\hat{x} = (1, 5, 2, 5)^T$ y los siguientes radios:

Δ	p_1^*	p_2^*
0.5	0.0102	-0.2193
0.25	0.0102	-0.2193
0.125	0.0464	-0.1161
0.0625	0.0593	-0.0199
0.03125	0.0296	-0.0099

