Laboratorio de Análisis Aplicado
Método de Direcciones de Descenso
Dr. Zeferino Parada

1. Método

Sea $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ donde D es convexo y abierto, y $f(x)$ es acotada inferiormente en D.

Inicio. Parámetros:
$tol = 10^{-5}, \;\; c_1 = 10^{-4}, \;\; maxiter = 100, \;\; maxiterj = 8$
Escoga $x_0 \in D$ tal que $\nabla f(x_0) \neq 0$.
Defina $k = 0, \;\; jter = 0$

S1.- Mientras $(\|\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x_k})\|_2 \geq \mathbf{tol} \;\; \mathbf{y} \;\; \mathbf{k} < \mathbf{maxiter})$ **hacer**

S1.1 Escoger un vector p_k tal que $\nabla f(x_k)^T p_k < 0$.

S1.2 Búsqueda de Línea
Sean $jter = 0$ y $\alpha = 1$.

S.1.3 Mientras
$\mathbf{f}(\mathbf{x_k} + \alpha \mathbf{p_k}) > \mathbf{f}(\mathbf{x_k}) + \alpha[\mathbf{c_1} \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x_k})^{\mathbf{T}} \mathbf{p_k}]$ y $\mathbf{jter} < \mathbf{maxjter}$
hacer
$\alpha = \frac{\alpha}{2}$
$maxjter = maxjter + 1$
Fin

S.1.4 Actualizar
$x_{k+1} = x_k + \alpha p_k$
$k = k + 1.$

Fin

---

2. Programación

En **Matllab** implante el método de búsqueda de línea de la forma

function $[x,\ k] = metodobl(fname, x)$

donde $fname$ es la cadena de caracteres con el nombre, en **Matlab**, de la función a minimizar. El vector de entrada x es el punto inicial. El vector de salida es x es la aproximación a un *mínimo local*. El contador *iter* es el número de iteraciones en el método.
Las aproximaciones numéricas a $\nabla f(x)$ se hacen con la función *gradiente.m*.
La dirección p se escoge como

1. $p^C = -\nabla f(x)$.
2. $p^N = -(\nabla^2 f(x) + \mu I_n)^{-1} \nabla f(x)$ donde

$$\mu = \begin{cases} 0 & \text{Si } \nabla^2 f(\hat{x}) \quad \text{es s.d.p.} \\ -\mu_1 + \epsilon & \text{de otro modo} \end{cases}$$

donde $\mu_1 = Min(Eig(\nabla^2 f(\hat{x})))$.
En tal caso la dirección p^N se calcula resolviendo el sistema lineal

$$(\nabla^2 f(\hat{x}) + \mu I_n)p = -\nabla f(\hat{x}).$$

Se requiere una función en **Matlab** que aproxime numéricamente la matriz $\nabla^2 f(\hat{x})$, de la forma

function $[B] = hessiana(fname,\ x)$.

En su programa, después de la instrucción (S.1.1) grafique $f(x_k + \alpha p_k)$ y prosiga la parte iterativa con el comando *pause*.

Las funciones de prueba son

1. $$f(x) = x^T x, \quad \hat{x} = ones(n, 1), \quad x^* = zeros(n, 1).$$

2. $$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2, \quad \hat{x} = ones(n, 1), \quad x^* = zeros(n, 1).$$