Tema 4. Funciones sobre listas

Funciones predefinidas:	Ejemplos:
head :: [α] –> α	head [2,4,6,1] = 2
tail :: [α] –> [α]	tail [2,4,6,1] = [4,6,1]
last :: [α] –> α	last [2,4,6,1] = 1
init :: [α] –> [α]	init [2,4,6,1] = [2,4,6]
length :: [α] –> Int	length [2,4,6,1] = 4
null :: [α] –> Bool	null [2,4,6,1] = False
reverse :: [α] –> [α]	reverse [2,4,6,1] = [1,6,4,2]

Operador de concatenación (++) :: [α] –> [α] –> [α]

Ej: [8,9,1,5] ++ [7,1,2,6] = [8,9,1,5,7,1,2,6]

Funciones sobre listas (2)

take, drop :: Int –> [α] –> [α]

take 2 [8,9,1,5,4] = [8,9] drop 2 [8,9,1,5,4] = [1,5,4]

take 0 [8,9,1,5] = [] drop 0 [8,9,1,5] = [8,9,1,5]

splitAt :: Int –> [α] –> ([α],[α])

splitAt 4 [8,9,1,5,3,7,8] = ([8,9,1,5],[3,7,8])

Propiedades:

splitAt n s = (take n s, drop n s)

take n s ++ drop n s = s

length (s1 ++ s2) = length s1 + length s2 ... etc

Funciones sobre listas (3)

```
? zip [0..2] "epa"                    zip :: [α] –> [β] –> [(α,β)]
  [(0,'e'),(1,'p'),(2,'a')]
                                zip3 :: [α] –> [β] –> [γ] –>[(α,β,γ)]
? zip3 "abcd" [1,2,3] ["p","rue","ba"]
  [('a',1,"p"),('b',2,"rue"),('c',3,"ba")]
                                    unzip :: [(α,β)] –> ([α],[β])
? unzip [(4,'e'),(2,'p'),(5,'a')]
  ([4,2,5], "epa")
                                    unzip3 :: [(α,β,γ)] –> ([α],[β],[γ])
? unzip3 [(0,12,23),(3,24,7)]
  ([0,3],[12,24],[23,7])
```

Orden superior.

Función de O. Superior: es una función con algún argumento de tipo funcional a su vez.

Ej: Las funciones vistas curry y uncurry son de orden superior

curry f x y = f (x,y) tiene tipo:

curry ::((α,β) –> γ) –> α–> β–>γ

uncurry g (x,y) = g x y tiene tipo:

uncurry:: (α–>β –> γ) –> (α,β) –>γ

Función filter

filter :: (α –> Bool) –> [α] –> [α]

Definición recursiva:

```
filter p [] = []
filter p (x:s) = if p x then x:filter p s else filter p s
```

Ejemplos:

```
? let par x = (mod x 2 == 0) in filter par [4,1,3,6,5]
  [4,6]

? filter (> 'f ') "alfabeto"
 "lto"                    --  que equivale a  ['l', 't', 'o']
```

Función map

map :: (α –> β) –> [α] –> [β]

Definición recursiva:

map f [] = []

map f (x:s) = f x : map f s

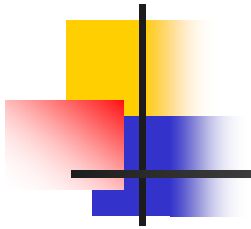
Ejemplos:

? let doble x = 2*x in map doble [4,1,3,5]

  [8,2,6,10]

? let lis = map (sumdo 3) [4,5,2]; sumdo x y = x + 2*y in lis

  [11,13,7]



Ejemplos de map y filter (1)

- map y filter son “esquemas recursivos” generales
- Otras funciones se pueden definir mediante ellos

Ejemplo Definir dobPares :: [Int] –> [Int] tal que

```
? dobPares [4,1,3,6,5]
  [8,12]
```

Solución 1: definición recursiva directa

```
dobpares [] = []
dobpares (x:s) = if par x then 2*x : dobPares s else dobPares s
```

Ejemplos de map y filter (2)

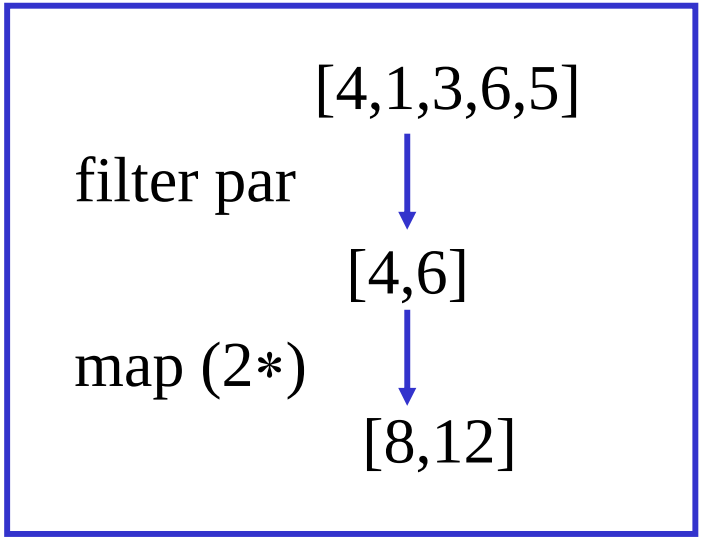
Solución 2: Definir dobPares usando map y filter

```
dobPares s = map (2*) (filter par s)
```

ó equivalentemente:

```
dobPares = (map (2*)) . (filter par)
```

```
? dobPares [4,1,3,6,5]
  [8,12]
```



Funciones foldl y foldr

Esquemas fold ("aplanar") por izquierda (l) y derecha (r)

Idea — ⊗ op. binario, e semilla

foldl (⊗) e $[x_1, x_2, x_3, x_4]$

$= (((e \otimes x_1) \otimes x_2) \otimes x_3) \otimes x_4$

foldlr (⊗) e $[x_1, x_2, x_3, x_4]$

$= x_1 \otimes (x_2 \otimes (x_3 \otimes (x_4 \otimes e)))$

Ejemplos

? foldl (+) 0 [8,2,6,10]

26

? foldr (*) 1 [3,2,5,10]

300

Ejemplos de uso de foldr

Funciones predefinidas que usan foldr

- sum = foldr (+) 0
- product = foldr (*) 1
- and = foldr (&&) True
- or = foldr (| |) False
- concat = foldr (++) []

Ejemplos

? product [3,2,5,10] => 300

? and [True, False, True] => False

? concat [[3,2],[5],[8,1,7]] => [3,2,5,8,1,7]

Tipo y definición de foldl y foldr

```
foldl :: (β –> α –> β) –> β –> [α] –> β
foldl f e [] = e
foldl f e (x:s) = foldl f (f e x) s

foldr :: (α –> β –> β) –> β –> [α] –> β
foldr f e [] = e
foldr f e (x:s) = f x (foldr f e s)
```

Propiedad (teorema de dualidad):

Si (⊗) es asociativa y e es el neutro de ⊗ entonces

foldl (⊗) e = foldr (⊗) e

Variantes foldl1 y foldr1

Para aplanar (sin semilla e), sobre listas no vacías

foldl1, foldr1 :: $(\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow [\alpha] \rightarrow \alpha$

foldl1 $(\otimes)$ $[x_1, x_2, ..., x_n] = (...((x_1 \otimes x_2) \otimes x_3) ...) \otimes x_n$

foldr1 $(\otimes)$ $[x_1, x_2, ..., x_n] = x_1 \otimes (x_2 \otimes (... (x_{n-1} \otimes x_n)...))$

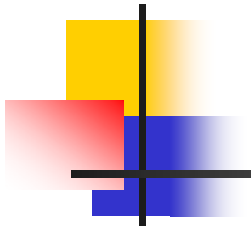
Funciones predefinidas que usan foldl1:

- maximum = foldl1 max
- minimum = foldl1 min

Ejemplos

? maximum [3,2,5,10,4] => 10

? minimum ["hola","como","estas"] => "como"



Funciones takeWhile, dropWhile, span

Ejemplos de uso

```
? takeWhile par [8,2,1,6,3,10]          =>      [8,2]
? dropWhile par [8,2,1,6,3,10]          =>      [1,6,3,10]
? span par [8,2,1,6,3,10]          =>      ([8,2], [1,6,3,10])
? takeWhile (/= ' ') "hola que tal te va"   =>    "hola"
? dropWhile (/= ' ') "hola que tal te va"   =>  " que tal te va"
```

Propiedades

```
takeWhile p s ++ dropWhile p s = s
span p s = (takeWhile p s, dropWhile p s)
```

Tipo y definición de takeWhile, dropWhile

takeWhile, dropWhile :: (α–>Bool) –>[α] –>[α]

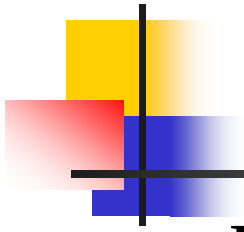
```
takeWhile p  [] = []
takeWhile p (x:s)
        | p x           = x: takeWhile p s
        | otherwise     = []

dropWhile p  [] = []
dropWhile p (x:s)
        | p x           = dropWhile p s
        | otherwise     = (x:s)
```


- ```
  span:: (a -> Bool) -> [a] -> ([a],[a])
  span p [] = ([],[])
  span p (x:xs)
    | p x         = (x:ys, zs)
    | otherwise = ([],x:xs)
                    where (ys,zs) = span p xs
  ```

  que es una forma más eficiente que:

  ```
  span p xs = (takeWhile p xs, dropWhile p xs)
  ```

- ```
  break:: (a -> Bool) -> [a] -> ([a],[a])
  break p  = span (not . p)
  ```



Ejemplo de uso de takeWhile, dropWhile

Ejercicio: Obtener la lista de palabras de una frase dada

Definir lisPal :: String –> [String] de modo que:

```
? lisPal " Esto    es una  prueba "
  ["Esto", "es", "una", "prueba"]
? lisPal "  hola   "
  ["hola"]
? lisPal  "  "
  []
```


```
case e of
    p1 -> exp1
    p2 -> exp2
    ⋮
    pn -> expn
```

- e es una expresión
- los p_i son patrones
- las exp_i pueden contener:
  - guardas
  - definiciones locales

- Ejemplo:

```
paridad x = case x `mod` 2 of
                        0 -> "par"
                        1 -> "impar"
```

- Las expresiones case se pueden anidar

Operador de composición (1)

(.) :: (β –> γ) –> (α –> β) –> α –> γ

(.) f g x = f (g x)

Aplicación parcial (a dos argumentos) nos da:

f . g ≡ **(.)** f g ≡ λx. f (g x)

Se puede definir funciones como composición de otras

Ej:

dobPares = (map doble) **.** (filter par)

cuyo tipo se obtiene de la siguiente forma:

Operador de composición (2)

dobPares = (map doble) **.** (filter par)

doble :: Int –> Int

map :: (α –> β) –> [α] –> [β]

map doble :: [Int] –> [Int]

par :: Int –> Bool

filter :: (α –> Bool) –> [α] –> [α]

filter par :: [Int] –> [Int]

Como **(.)** :: (β –> γ) –> (α –> β) –> α –> γ

se obtiene: **dobPares :: [Int] –> [Int]**

Función error y notación λ

error :: String –> α

Es polimórfica para ser usada con todos los tipos. Ejs:

factorial x = if x < 0 then error "dato negativo" else .....

factorial :: Int –> Int

error :: String –> Int

sigLetra x = if x== 'z' then error "siguiente de z" else .....

sigLetra :: Char –> Char

error :: String –> Char

Notación λ para funciones anónimas λx. exp ≡ \x –> exp

Ej: map (\x –> x+10) [4,5,6]

[14,15,16]

Ejercicio

Generalizar la siguiente función conocida como *ordenación rápida*:

```
quicksort [ ] = [ ]
quicksort (x:xs) =  quicksort [y | y<-xs, y<x] ++
                    [x] ++
                    quicksort [y | y<-xs, y>=x]
```

a una función **genQsort** que tenga como argumento (además de la lista) el predicado binario con respecto al que se ordenará la lista. De modo que

```
quicksort = genQsort (<)
```

Ejemplos de aplicación de **genQsort**:

- `genQsort (>) [3,2,3,4,5,2]` ⇒ `[5,4,3,3,2,2]`

- `genQsort (\(x,y)(u,v)-> x<u)`
  `[(3,'a'),(2,'b'),(3,'f'),(4,'a'),(5,'s'),(2,'h')]`
  ⇒ `[(2,'b'),(2,'h'),(3,'a'),(3,'f'),(4,'a'),(5,'s')]`

- `genQsort (==) [3,2,3,4,5,2]` ⇒ `[3,3,2,2,4,5]`

Listas intensionales (1)

Notación alternativa de listas para cálculos con map y filter

[<expresión> | <cualif>$_1$, <cualif>$_2$, ..., <cualif>$_n$]

donde cada <cualif>$_i$ puede ser:

- generador <patrón> <– <expr-lista>
- filtro <expr-booleana>

Ejemplos:

? [x*x | x <– [1..7]] => [1,4,9,16,25,36,49]

? [x*x | x <– [1..7], mod x 2 == 1] => [1,9,25,49]

generador filtro

Listas intensionales (2)

Combinación de generadores y filtros:

? [(x,y) | x <– [1..3], y<– [5..6]] *“anidamiento”*

[(1,5),(1,6),(2,5),(2,6),(3,5),(3,6)]

? [(i,j) | i <– [1..4], j<– [i+1..4]] *“j depende de i”*

[(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)]

? [(i,j) | i <– [1..4], even i, j<– [i+1..4], j>i+1]

[(2,4)]

? [3 | j<– [1..4]]

[3,3,3,3]

Listas intensionales (3)

Definición de funciones mediante listas intensionales:

```
blancos :: Int –> String
blancos n = [' ' | i <– [1..n]]

divisores :: Int –> [Int]
divisores x = [z | z <– [1.. div x 2], mod x z == 0] ++ [x]

esprimo :: Int –> Bool
esprimo n    = (divisores n == [1,n])

listaPrimos :: [Int]
listaPrimos = [n | n<–[2..], esprimo n]
```

Ejercicios usando listas intensionales

1. Usar **elem** y listas intensionales para definir una función **intersec**`:: [a] -> [a] -> [a]` tal que **intersec xs ys** obtenga la lista de todos los elementos de **xs** que también están en **ys**.

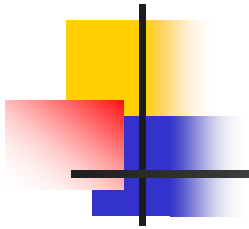
2. Usar **length** para definir la función **numveces** que calcule el número de apariciones de un elemento dado en una lista dada. Ejemplo: **numveces** `8 [8,9,5,8,2]` ⇒ `2.`

3. Usar **and** y **elem** para definir una función que dadas dos listas decida si en ambas aparecen exactamente los mismos elementos (el número de apariciones es irrelevante).

4. Usar **zip** para definir una función que calcule las posiciones de un elemento dado en una lista dada. Ejemplo: **posiciones** `8 [8,9,5,8,2]` ⇒ `[0,3]`

5. Usar **map**, **filter** y **zip** para definir una función que dada una lista obtiene la lista de todos sus elementos cuya posición es impar (recuerda que la primera posición es 0).

6. Usar **and** y **zip** para definir una función que decida si todos los elementos de una lista son iguales.



Strings

type String = [Char] "hola" = ['h', 'o', 'l', 'a']

- *Tipo especial para imprimir en pantalla mediante*

putStr :: String –> IO () -- primitiva

Ejs: ? "hola" ? putStr "hola"

"hola" hola

? "hola" ++ "\n" ++ blancos 2 ++ "adios"

"hola\n adios"

? putStr ("hola" ++ "\n" ++ blancos 2 ++ "adios")

hola

adios