

Exercice 67♥

On considère la phrase "Pour tout nombre réel x , il existe un entier naturel N tel que $N > x$."

- (1) Traduire cette phrase à l'aide de quantificateurs.
- (2) Écrire sa négation en français et avec des quantificateurs.

Exercice 64♥

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction.

- (1) Exprimer à l'aide de quantificateurs les assertions suivantes :
 - (i) f est croissante
 - (ii) f est impaire
 - (iii) f est constante
 - (iv) f est périodique de période 2π
 - (v) f n'est ni croissante ni décroissante
 - (vi) f est injective
 - (vii) f est surjective

- (2) Écrire leur négation.

Exercice 57♥

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses, et les nier.

- (1) Pour tout réel x , si $x \geq 3$ alors $x^2 \geq 5$.
- (2) Pour tout entier naturel n , si $n > 1$ alors $n \geq 2$.
- (3) Pour tout réel x , si $x > 1$ alors $x \geq 2$.
- (4) Pour tout réel x , $x^2 \geq 1$ est équivalent à $x \leq 1$.

Exercice 55♥

Soit $x \in \mathbb{R}$. Nier les propositions suivantes :

- a) $0 \leq x \leq 1$
- b) $x = 0$ ou $(x \geq 0 \text{ et } x^2 = 1)$
- c) $\forall y \in \mathbb{R}, xy \neq 0$ ou $x = 0$ ou $y = 0$.

Dans chaque cas, sont-elles vraies ou fausses ?