

## Formulation MILP UC hydro-thermique

### Ensembles

- $T = \{1, \dots, \mathbf{T}\}$  : pas de temps.
- $L$  : unités thermiques.
- $K = \{1, \dots, \mathbf{K}\}$  : liens turbine/pompe entre réservoir  $k$  (amont) et  $k + 1$  (aval).
- $R = \{1, \dots, \mathbf{K} + 1\}$  : réservoirs.
- $S = \{1, \dots, \mathbf{S}\}$  : segments de la courbe turbine (linéarisation).

### Paramètres

$dt$	durée d'un pas de temps
$\tau_l^+, \tau_l^-$	min up / min down de l'unité $l$
$d_t$	demande (MW)
$c_{l,t}$	coût marginal thermique (€/MWh)
$su_l$	coût de démarrage (€/démarrage)
$P_{l,t}^{\min}, P_{l,t}^{\max}$	bornes de puissance thermique (MW)
$g_{l,t}$	rampe thermique (MW/h)
$F_{k,t}^{\min+}, F_{k,t}^{\max+}$	débit turbine min/max ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
$g_k^+$	rampe turbine ( $\text{m}^3/\text{s/h}$ )
$P_k^{\min+}, P_k^{\max+}$	puissance turbine min/max (MW)
$F_{k,t}^{\min-}, F_{k,t}^{\max-}$	débit pompe min/max
$g_k^-$	rampe pompe
$\rho_k$	consommation spécifique de pompage ( $\text{MW}/(\text{m}^3/\text{s})$ )
$f_{k,i}, P_{k,i}$	points de rupture débit/puissance turbine ( $i = 1..S+1$ )
$V_r^{\min}, V_r^{\max}$	volumes min/max du réservoir $r$
$a_{r,t}$	apport naturel ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
$V_r^0$	volume initial

## Variables

$p_{l,t} \geq 0$	puissance thermique (MW)
$y_{l,t} \in \{0,1\}$	état en marche de $l$
$u_{l,t}, d_{l,t} \in \{0,1\}$	démarrage / arrêt
$f_{k,t}^+, f_{k,t}^- \geq 0$	débites turbine / pompe
$z_{k,t} \in \{0,1\}$	pompe active
$P_{k,t}^+ \geq 0$	puissance hydro sur lien $k$ (MW)
$z_{k,s,t} \in \{0,1\}, \theta_{k,s,t} \in [0,1]$	linéarisation PWLC
$V_{r,t}$	volume du réservoir $r$

## Objectif

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} c_{l,t} p_{l,t} dt + \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} s_{ul} u_{l,t}$$

## Contraintes thermiques

$$p_{l,t} \geq P_{l,t}^{\min} y_{l,t} \quad \forall l, t \quad (1)$$

$$p_{l,t} \leq P_{l,t}^{\max} y_{l,t} \quad \forall l, t \quad (2)$$

$$p_{l,t} - p_{l,t-1} \leq g_{l,t} dt \quad \forall l, t > 1 \quad (3)$$

$$p_{l,t-1} - p_{l,t} \leq g_{l,t} dt \quad \forall l, t > 1 \quad (4)$$

$$u_{l,t} - d_{l,t} = y_{l,t} - y_{l,t-1} \quad \forall l, t > 1 \quad (5)$$

$$u_{l,t} + d_{l,t} \leq 1 \quad \forall l, t \quad (6)$$

$$\sum_{t' = t}^{t + \tau_l^+ - 1} y_{l,t'} \geq \tau_l^+ u_{l,t} \quad \forall l, t : t + \tau_l^+ - 1 \leq \mathbf{T} \quad (7)$$

$$\sum_{t' = t}^{t + \tau_l^- - 1} (1 - y_{l,t'}) \geq \tau_l^- d_{l,t} \quad \forall l, t : t + \tau_l^- - 1 \leq \mathbf{T} \quad (8)$$

## Contraintes hydro et pompe

$$F_{k,t}^{\min+} \leq f_{k,t}^+ \leq F_{k,t}^{\max+} \quad \forall k, t \quad (9)$$

$$f_{k,t}^+ - f_{k,t-1}^+ \leq g_k^+ dt \quad \forall k, t > 1 \quad (10)$$

$$f_{k,t-1}^+ - f_{k,t}^+ \leq g_k^+ dt \quad \forall k, t > 1 \quad (11)$$

$$F_{k,t}^{\min-} z_{k,t} \leq f_{k,t}^- \leq F_{k,t}^{\max-} z_{k,t} \quad \forall k, t \quad (12)$$

$$f_{k,t}^- - f_{k,t-1}^- \leq g_k^- dt \quad \forall k, t > 1 \quad (13)$$

$$f_{k,t-1}^- - f_{k,t}^- \leq g_k^- dt \quad \forall k, t > 1 \quad (14)$$

$$P_k^{\min+} \leq P_{k,t}^+ \leq P_k^{\max+} \quad \forall k, t \quad (15)$$

## Linéarisation courbe turbine (PWLC)

$$\sum_{s \in S} z_{k,s,t} = 1 \quad \forall k, t \quad (16)$$

$$\theta_{k,s,t} \leq z_{k,s,t} \quad \forall k, s, t \quad (17)$$

$$f_{k,t}^+ = \sum_{s \in S} (f_{k,s} z_{k,s,t} + (f_{k,s+1} - f_{k,s}) \theta_{k,s,t}) \quad \forall k, t \quad (18)$$

$$P_{k,t}^+ = \sum_{s \in S} (P_{k,s} z_{k,s,t} + (P_{k,s+1} - P_{k,s}) \theta_{k,s,t}) \quad \forall k, t \quad (19)$$

## Bilan volume réservoirs

Pour  $r \in R$ , notons  $k = r$  le lien vers l'aval et  $k = r - 1$  le lien amont (si existants).

$$V_{r,t+1} = V_{r,t} + a_{r,t} dt + \underbrace{f_{r-1,t}^+ dt}_{\text{turbine amont}} - \underbrace{f_{r,t}^+ dt}_{\text{turbine aval}} - \underbrace{f_{r-1,t}^- dt}_{\text{pompe vers amont}} + \underbrace{f_{r,t}^- dt}_{\text{pompe depuis aval}} \quad \forall r, t < \mathbf{T}$$

Bornes :  $V_r^{\min} \leq V_{r,t} \leq V_r^{\max}$ , et  $V_{r,1} = V_r^0$ .

## Bilan puissance

$$\sum_{l \in L} p_{l,t} + \sum_{k \in K} P_{k,t}^+ - \sum_{k \in K} \rho_k f_{k,t}^- = d_t \quad \forall t \in T$$