MAP551 - PC 1 - Théorie de l'explosion thermique

Paul Calot

22 septembre 2020

1 Astuces

— Regarder que la solution est physiquement possible (température évolue dans le bon sens, bonne condition initiale etc.) -> attention peut être plus compliqué qu'il n'y paraît ;

— Valider l'évolution ensuite (si on arrive à tracer) ;

— Tracer plan de phase (vitesse en fonction de la position, fuel en fonction de la température) => l'évolution des différentes grandeurs.

2 Modèle simplifié 1 - explosion adiabatique

2.1 2.1.1

2.1.1 2.1.1.a

En posant : $H = T_r Y + T$ on obtient $d_t H = T_r d_t Y + d_t T = 0$.

Par conséquent :

$$\forall t \geq 0, H(t) = cte = H(0) = T_r Y(0) + T(0) = Tr + T_0 = T_b$$

Donc :

$$\forall t \geq 0, H(t) = T_b$$

Puis, on a $T = H - T_r Y$ d'où :

$$d_t Y = -Be^{-\frac{E}{RT}} Y = -Be^{-\frac{E}{R(T_b - T_r Y)}} Y = \Phi(Y)$$

On a également $Y = \frac{T_b - T}{T_r}$ donc :

$$d_t T = T_r B e^{-\frac{E}{RT}} (\frac{T_b - T}{T_r}) = B(T_b - T) e^{-\frac{E}{RT}} = \Lambda(T)$$

2.1.2 2.1.1.b

On remarque que :

$$d_t T > 0 \Leftrightarrow T_b > T$$

car $B > 0$ et la fonction exponentielle est toujours scrictement positive. Et $T_b = T \Leftrightarrow d_t T = 0$.

De plus et par hypothèse, $T_r > 0$ donc $T_b > T(0)$ donc $d_t T(0) > 0$. Donc T est strictement croissante tant qu'elle est inférieure à T_b. Lorsque $T = T_b$, $d_t T = 0$ et donc T n'évolue plus. Par conséquent, T_b est une borne supérieure de T pour une condition initiale $T(0) < T_b$ que T atteindra, au pire, en un temps infini.

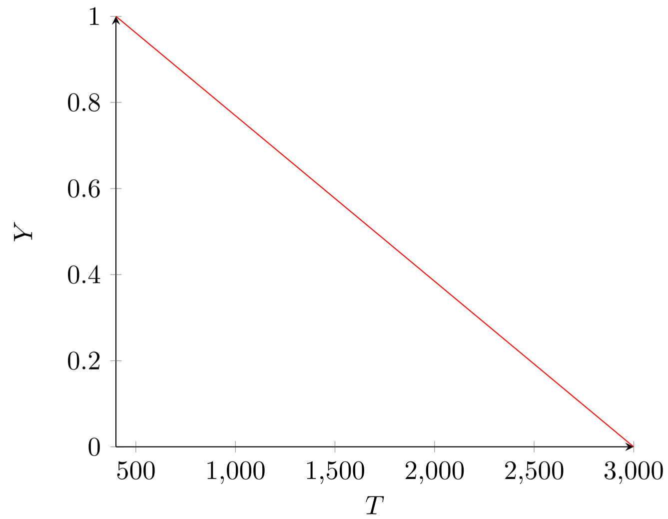
Donc,

$$\lim_{t \to \infty} Y = \lim_{t \to \infty} \frac{T_b - T}{T_r} = 0$$

2.1.3 2.1.1.c

Proposer une représentation graphique du comportement qualitatif de la solution n'est pas aisé puisqu'il faut pouvoir déterminer l'importance relative du terme en exponentiel par rapport au terme linéaire. En s'aidant de la capture d'écran du notebook, on voit que la variation en T est d'abord lente ($d_t T$ 'petit' pour T proche de T_0), puis très rapide ($d_t T$ 'grand') avant d'évoluer à nouveau lentement à nouveau jusqu'à atteindre T_b.

Ainsi et comme $Y = \frac{T_b - T}{T_r}$:



3 Modèle simplifié 2 - explosion avec prise en compte des pertes thermiques

On suppose que la température reste homogène et que la température des parois sont constantes (terme physique).

4 Modèle simplifié 3 - explosion avec prise en compte de la convection

On commence à regarder la possibilité d'avoir une échelle spatiale.