

Chapitre 11

Enoncés des B.E. Matlab

BE1 - Elasticité bidimensionnelle

• Le but de cet BE est d'étudier certains aspects de l'utilisation de la méthode des éléments finis pour la résolution numérique d'un problème de plaque en membrane. Les éléments finis choisis sont les triangles P_1 Lagrange. Le travail demandé, qui fait référence au paragraphe 9.3 de ce polycopié, s'appuie sur le fichier Matlab BE1 .m et consiste à :

• Partie 1

- Construire et assembler la matrice de rigidité associée aux différents maillages proposés.
- Imposer les conditions aux limites en supposant le vecteur déplacement nul sur le bord $x = 0$.
- Résoudre le système linéaire obtenu et visualiser la solution.
- Les seconds membres associés à des chargements de type :

- traction : $f = 0, g_x = 10$ et $g_y = 0$, appliqué sur le bord $x = 2$;
- cisaillement : $f = 0, g_x = 0$ et $g_y = 1$, appliqué sur le bord $x = 2$.

sont disponibles dans le fichier BE1 .m. Ils ne demandent donc pas à être écrits.

- En particulier, on étudiera les cas $\nu = 0$ et $\nu \neq 0$ (par exemple, $\nu = 0.3$) pour mettre en évidence l'effet de Poisson.

• Partie 2

◦ Calculer et visualiser le champ de contrainte de Von Mises obtenu, en particulier sur le maillage `maillage_trou.mat`, qui représenterait dans ce cas une plaque trouée :

$$\sigma_{VM} = (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + 3\sigma_{xy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy})^{1/2} .$$

Remarque. Par construction, les contraintes, qui sont homogènes aux dérivées des déplacements, sont constantes par élément. Pour les visualiser, on va les interpoler aux noeuds du maillage en exécutant les deux boucles successives suivantes :

Boucle sur les éléments K du maillage :

- Lecture des numéros S_1 , S_2 et S_3 des trois sommets de K
- Calcul de la surface $aire_de_K$ de l'élément K
- Calcul de l'aire des éléments contenant chaque sommets S_i :

$$aire(S_i) := aire(S_i) + aire_de_K$$

- Calcul de la contrainte de Von Mises σ_{VM} sur l'élément K
- Cumul des contraintes pondérées par sommet

$$\sigma_{VM}(S_i) := \sigma_{VM}(S_i) + \sigma_{VM} * aire_de_K$$

Boucle sur les sommets S_i du maillage pour calculer la contrainte pondérée en chaque sommet :

$$\sigma_{VM}(S_i) := \sigma_{VM}(S_i) / aire(S_i)$$