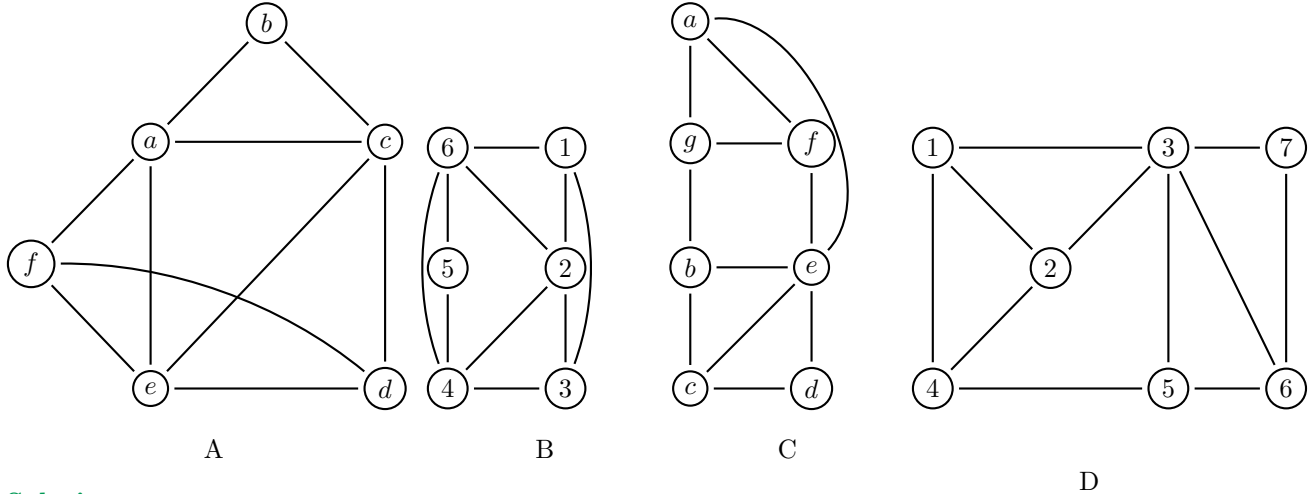


TD 6 : GRAPHS
CORRIGÉ DE QUELQUES EXERCICES

1. Graphes

Exercice 1. Vérifier si les graphes A et B, C et D sont isomorphes, respectivement.



Solution :

A et B sont isomorphes. On a : (a, 4), (b, 5), (c, 6), (d, 1), (e, 2), (f, 3).

C et D sont isomorphes. On a : (a, 1), (b, 5), (c, 6), (d, 7), (e, 3), (f, 2), (g, 4).

Exercice 2. Soit F une forêt à n sommets et m arêtes dont le nombre de composantes connexes est égal à k . Montrer que $m = n - k$.

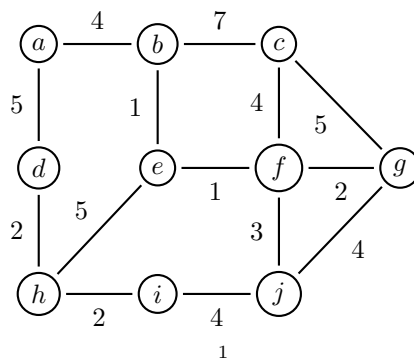
Solution

Soient F_1, \dots, F_k les composantes connexes de F . Chaque F_i est un arbre. Soit n_i et m_i le nombre de sommets et d'arêtes de l'arbre F_i , avec $i \in \{1, 2, \dots, k\}$.

On a : $m_i = n_i - 1$. D'où

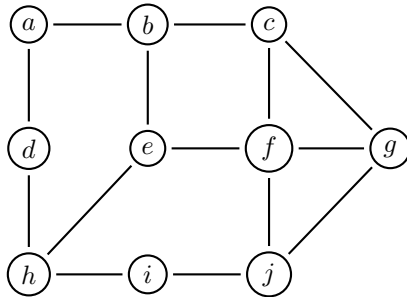
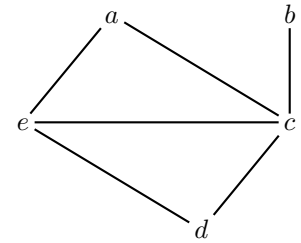
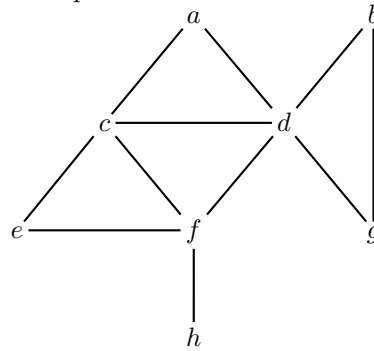
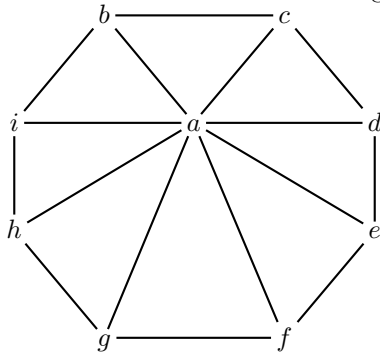
$$m = \sum_{i=1}^k m_i = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) = \left(\sum_{i=1}^k n_i \right) - \sum_{i=1}^k 1 = n - k$$

Exercice 3. Déterminer le plus court chemin du sommet c vers tous les autres sommets.



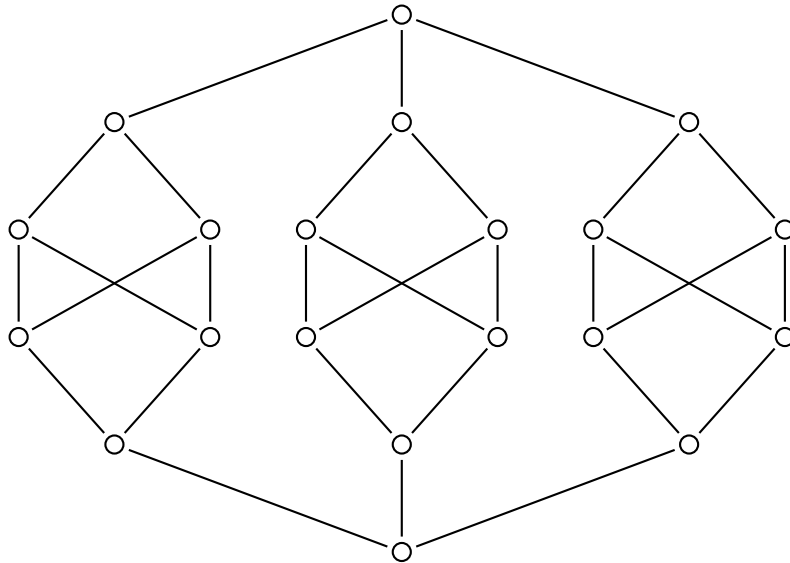
Sommet	Plus court chemin	Coût
a	c-f-e-b-a	10
b	c-f-e-b	6
c	c-c	0
d	c-f-e-h-d	12
e	c-f-e	5
f	c-f	4
g	c-g	5
h	c-f-e-h	10
i	c-f-j-i	11
j	c-f-j	7

Exercice 4. Déterminer si les graphes sont bipartis.



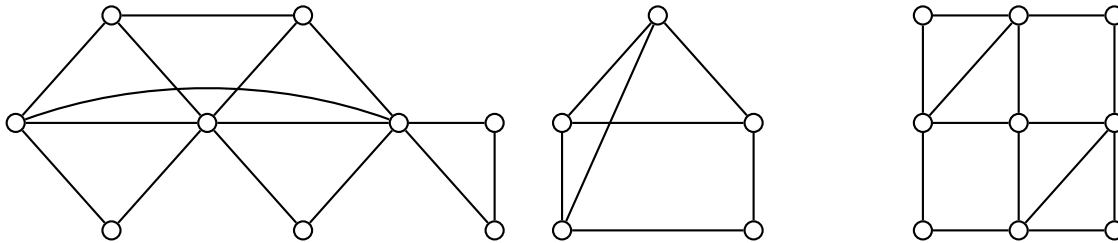
Réponse : Aucun des graphes n'est biparti.

Exercice 5. Le graphe ci-dessous contient-il un cycle hamiltonien ?

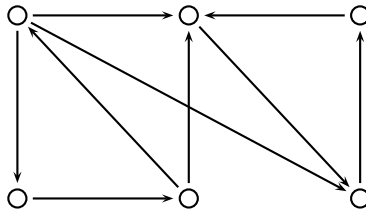


Réponse : Non. Il contient par contre une chaîne hamiltonienne.

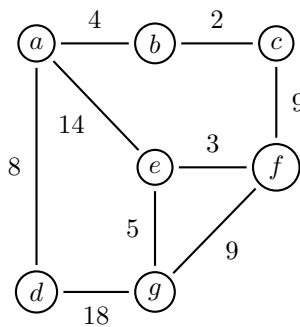
Exercice 6. En considérant chacun des graphes suivants, déterminer s'il contient un cycle eulérien. Si oui, construire un tel cycle. Si non, déterminer s'il contient un chemin eulérien et construire un tel chemin s'il existe.



Exercice 7. Donner toutes les composantes connexes du graphe ci-dessous.

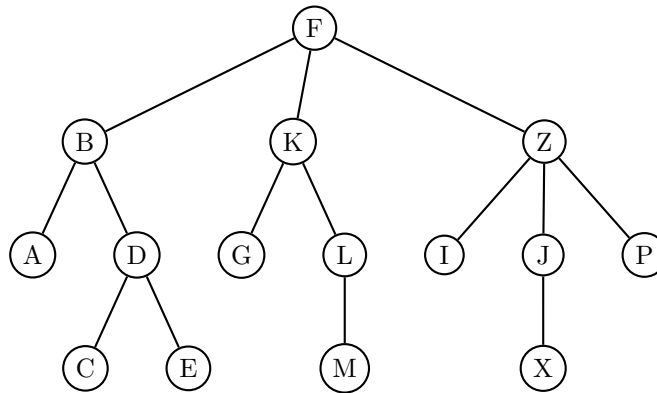


Exercice 8. Déterminer le plus court chemin du sommet d au sommet f .



Plus court chemin de d à f : $d - a - b - c - f$. Coût correspondant : 23.

Exercice 9. Donner les parcours préfixe, infixé et postfixé de l'arbre ci-dessous.



Parcours préfixe : F-B-A-D-C-E-K-G-L-M-Z-I-J-X-P

Parcours infixé : A-B-C-D-E-F-G-K-M-L-I-Z-X-J-P

Parcours postfixé : A-C-E-D-B-G-M-L-K-I-X-J-P-Z-F

Exercices supplémentaires (livre de Rosen)

Exercices numéros 45, 46, 61 (page 440) ; 14, 20, 21, 22 (page 450) ; 22, 23 (page 464) ; 15, 16 (page 486) ; 16, 17, 18 (page 496) ; 38, 40 (page 502) ; 39, 40, 41 (page 574).