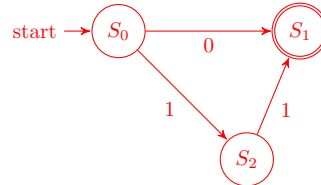


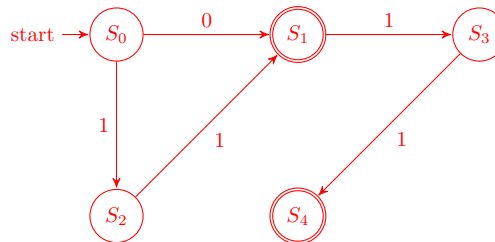
TD 9 : THÉORIE DES LANGAGES
CORRIGÉ DE QUELQUES EXERCICES

Exercice 1. Trouvez un automate fini qui reconnaît :

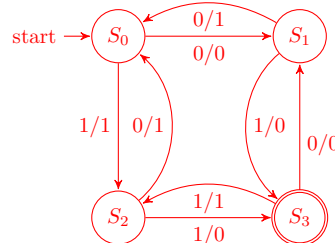
a. $\{0, 11\}$



b. $\{0, 11, 000\}$



Exercice 2. Construisez une machine à états finis qui modifie les bits en position d'indice pair, en commençant par le deuxième bit, d'une chaîne d'entrée, et qui ne modifie pas les autres lettres.

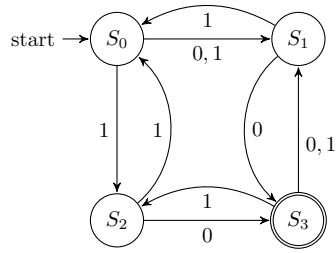


Exercice 3. Soit $V = \{S, A, B, a, b\}$ et $T = \{a, b\}$. Trouvez le langage produit par la grammaire $\{V, T, S, P\}$ lorsque l'ensemble P des productions est composé de :

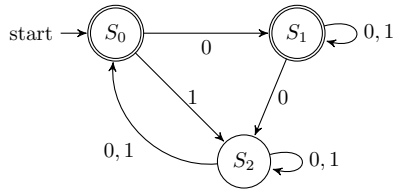
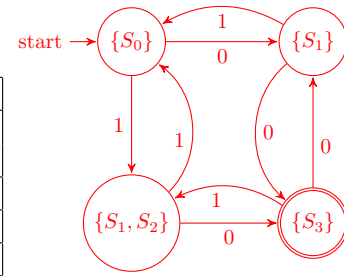
- $S \rightarrow AB, A \rightarrow ab, B \rightarrow bb$ Réponse : $L = \{abbb\}$
- $S \rightarrow AB, S \rightarrow aA, A \rightarrow a, B \rightarrow ba$ Réponse : $L = \{aba, aa\}$
- $S \rightarrow AB, S \rightarrow AA, A \rightarrow aB, A \rightarrow ab, B \rightarrow b$ Réponse : $L = \{abb, abab\}$
- $S \rightarrow AA, S \rightarrow B, A \rightarrow aaA, A \rightarrow aa, B \rightarrow bB, B \rightarrow b$ Réponse : $L = \{b^{n+1}, a^{2n+2m+4}\}$
- $S \rightarrow AB, A \rightarrow aAb, B \rightarrow bBa, A \rightarrow \lambda, B \rightarrow \lambda$ Réponse : $L = \{a^n b^{n+m} a^m\}$

Exercice 4. Construisez une grammaire syntagmatique pour l'ensemble de toutes les fractions de la forme a/b , où a est un entier signé en notation décimale et b est un entier positif. Construisez un arbre de dérivation pour $+311/17$ dans cette grammaire.

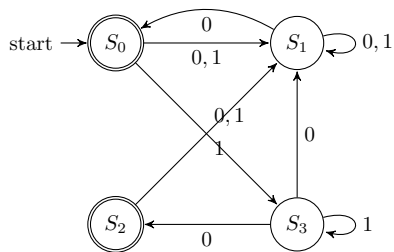
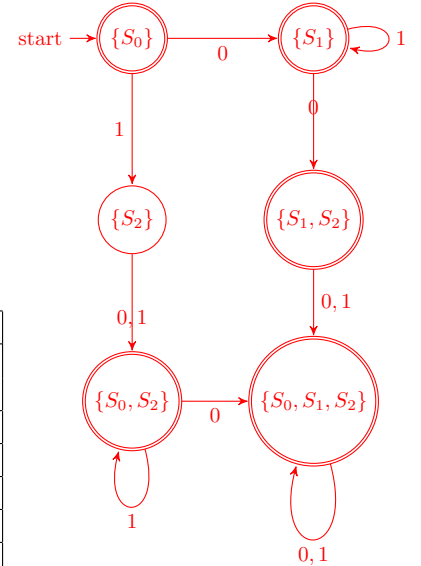
Exercice 5. Pour chacun des automates ci-après, donnez un automate déterministe correspondant.



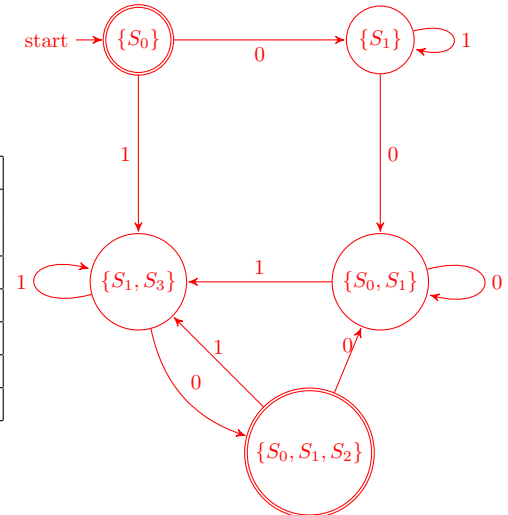
États	f	
	I	
	0	1
$\{S_0\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1, S_2\}$
$\{S_1\}$	$\{S_3\}$	$\{S_0\}$
$\{S_1, S_2\}$	$\{S_3\}$	$\{S_0\}$
$\{S_3\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1, S_2\}$



États	f	
	I	
	0	1
$\{S_0\}$	$\{S_1\}$	$\{S_2\}$
$\{S_1\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_1\}$
$\{S_2\}$	$\{S_0, S_2\}$	$\{S_0, S_2\}$
$\{S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$
$\{S_0, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_2\}$
$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$



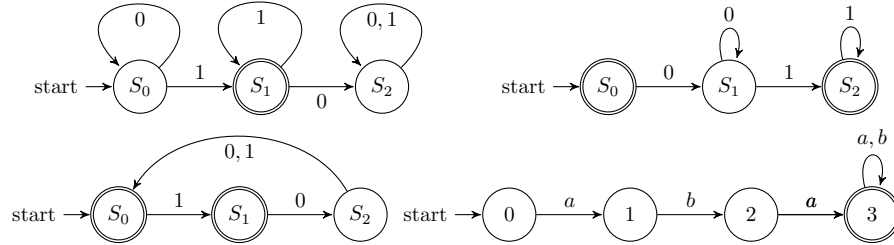
États	f	
	I	
	0	1
$\{S_0\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1, S_3\}$
$\{S_1\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_1\}$
$\{S_1, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_1, S_3\}$
$\{S_0, S_1\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_1, S_3\}$
$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_1, S_3\}$



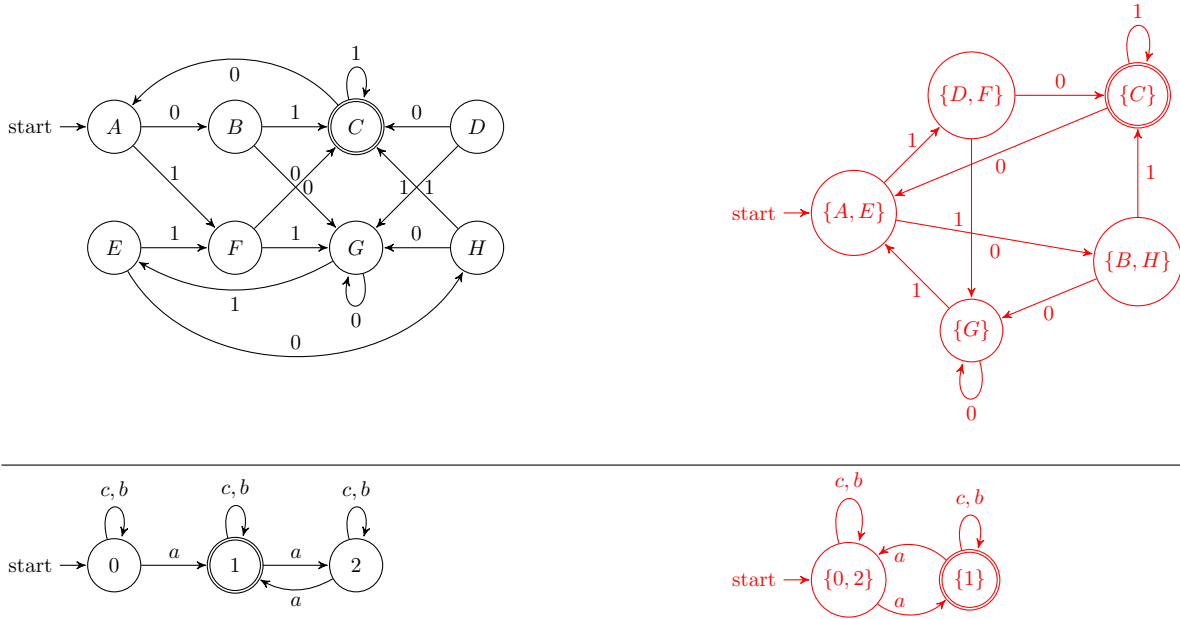
Exercice 6. Déterminez si 1011 appartient à chacun des ensembles réguliers ci-après.

- 10^*1^* - Réponse : Oui.
- $0^*(10 \cup 11)^*$ - Réponse : Oui.
- $0(01)^*1^*$ - Réponse : Non.
- $1^*01(0 \cup 1)$ - Réponse : Oui.
- $(10)^*(11)^*$ - Réponse : Oui.
- $1(00)^*(11)^*$ - Réponse : Non.
- $(10)^*1011$ - Réponse : Oui.
- $(1 \cup 00)(01 \cup 0)1^*$ - Réponse : Oui.

Exercice 7. Trouvez le langage reconnu par chacun des automates finis non déterministes.



Exercice 8. Minimisez les automates :



Exercice 9. Donnez des grammaires syntagmatiques pour produire chacun des ensembles suivants :

- $\{01^n\}$
 $S \rightarrow 0A$
 $A \rightarrow 1A, \lambda$
- $\{0^n1^{2n}\}$
 $S \rightarrow 0A11, \lambda$
 $A \rightarrow 0A11, \lambda$

3. $\{0^n 1^m 0^n\}$

$S \rightarrow \lambda, 0A0, 1B$

$A \rightarrow 0A0, 0B0$

$B \rightarrow 1B, \lambda$

Exercices supplémentaires (livre de Rosen)

Exercices numéros 11 (page 625) ; 10, 17 (page 634) ; 8 (page 655).