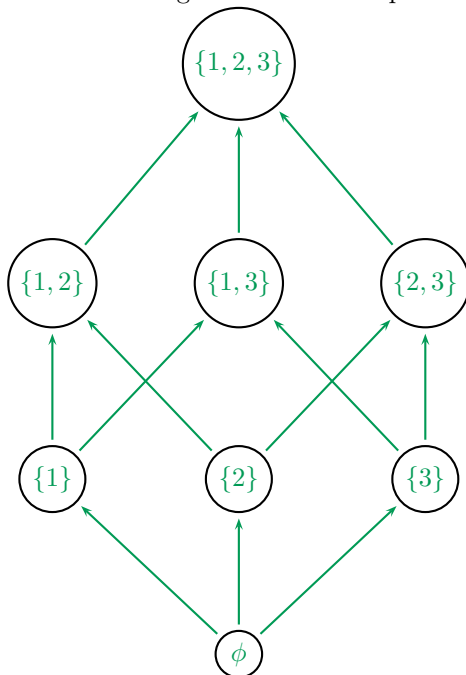


TD 5 : ORDRES - GRAPHS
CORRIGÉ DE QUELQUES EXERCICES

1. Ordres

Exercice 1. On considère la relation d'ordre \subset sur l'ensemble $E = \{1, 2, 3\}$.

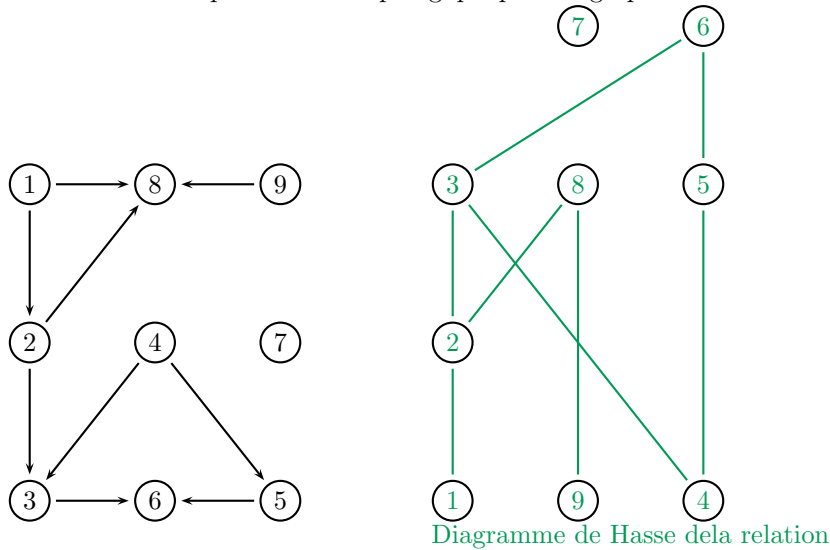
1. Dessiner le diagramme de Hasse pour cette relation.



2. Quels sont les éléments minimaux, maximaux ?
Élément minimal : ϕ ; Élément maximal : $\{1, 2, 3\}$
3. Donner le plus petit élément, s'il y a lieu.
Plus petit élément : ϕ
4. Donner le plus grand élément, s'il y a lieu.
Plus grand élément : $\{1, 2, 3\}$

Exercice 2. Trouver le diagramme de Hasse pour la relation “plus grand ou égal à ” dans l'ensemble $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Exercice 3. Proposer un tri topologique pour le graphe suivant :

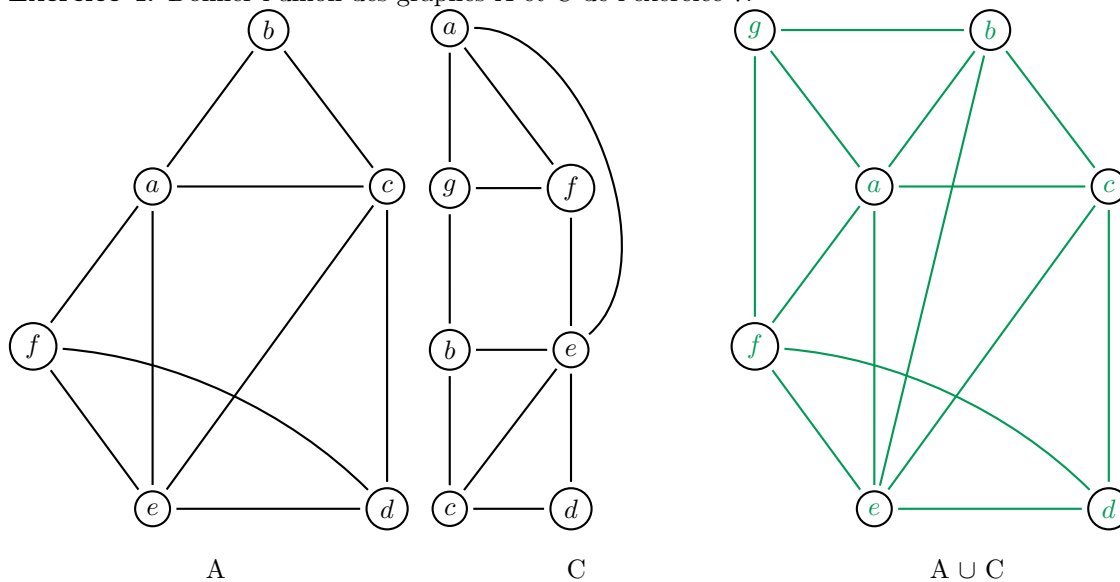


Exemples de tri topologique (la liste n'est pas exhaustive)

1-9-2-4-7-3-8-5-6 ; 7-9-1-4-2-5-8-3-6 ; 1-9-2-4-5-7-3-8-6 ; 9-4-5-1-2-3-6-8-7 ; 7-4-5-9-1-2-8-3-6

2. Graphes

Exercice 4. Donner l'union des graphes A et C de l'exercice 7.



Exercice 5. Écrire la matrice d'incidence associée au graphe $G = (V, E)$ tel que $V = \{1, 2, 3, 4\}$ et $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$, avec $e_1 = \{1, 2\}$, $e_2 = \{2, 3\}$, $e_3 = \{3, 1\}$, $e_4 = \{4, 1\}$ et $e_5 = \{4, 4\}$.

Matrice d'incidence :

$$M = \begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

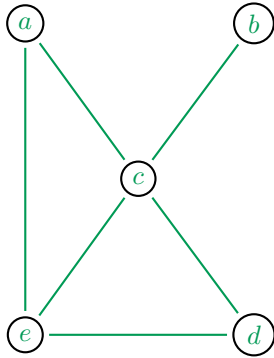
1. Que vaut la somme des éléments d'une colonne. **Réponse : 2**
2. Que représente la somme des éléments d'une ligne. **Réponse : Le degré de chacun des sommets.**

3. En déduire que dans un graphe non orienté $G = (V, E)$, on a

$$\sum_{x \in V} d(x) = 2|E|$$

Exercice 6. Soit $G = (V, E)$ le graphe non orienté défini par :
 $V = \{a, b, c, d, e\}$ et $E = \{\{a, c\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}\}$.

1. Représenter G .

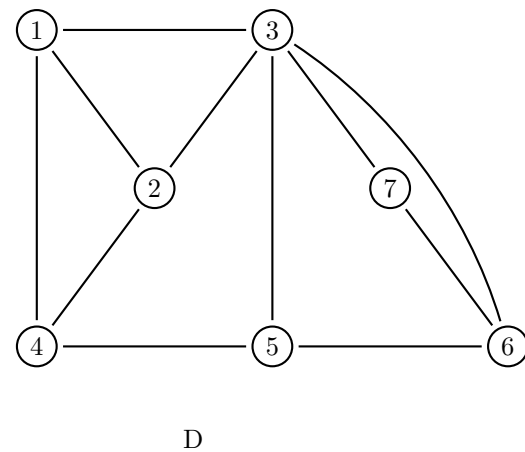
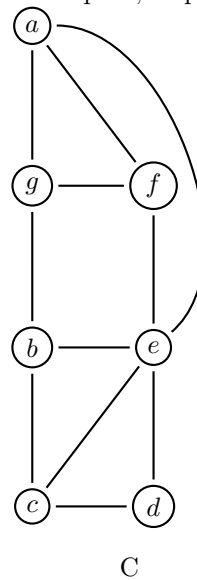
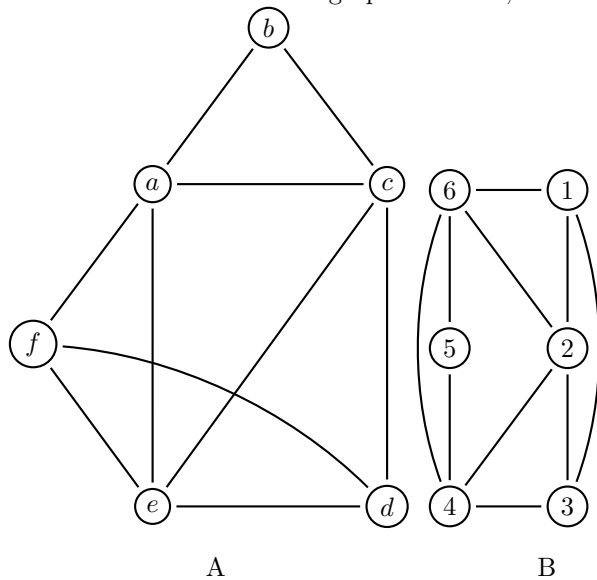


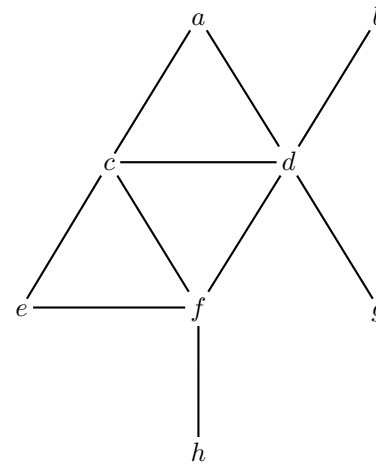
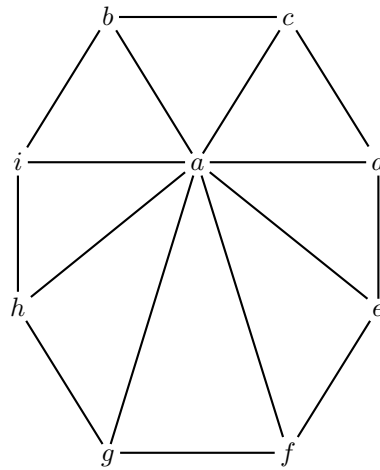
2. Écrire sa matrice d'adjacence et sa liste d'adjacence.

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d & e \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

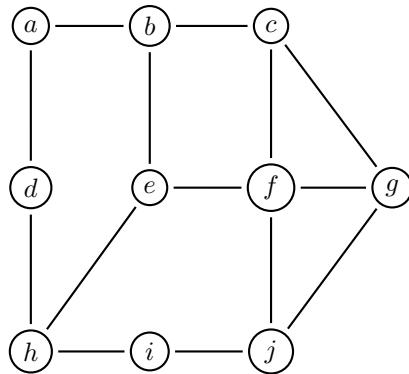
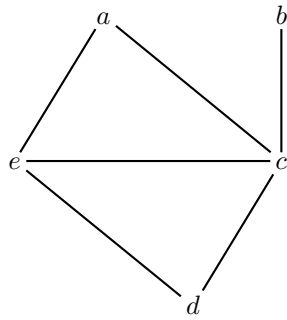
3. Le graphe G est-il régulier ? Réponse : Non

Exercice 7. Vérifier si les graphes A et B, C et D sont isomorphes, respectivement.





Exercice 8. Déterminer si les graphes sont bipartis.



3. Exercices supplémentaires (livre de Rosen)

Exercices numéros 11, 15 (page 399) ; 26, 33, 34, 35, 41 (page 428)