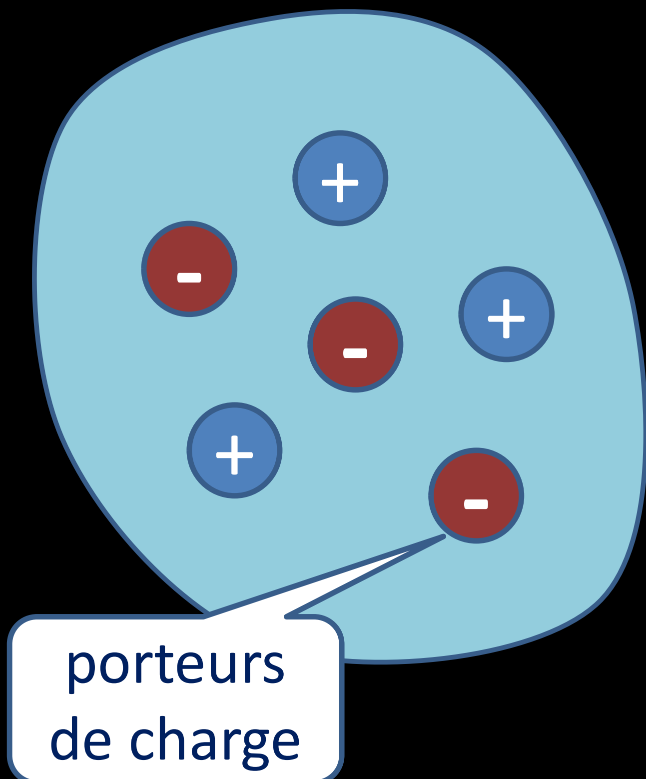
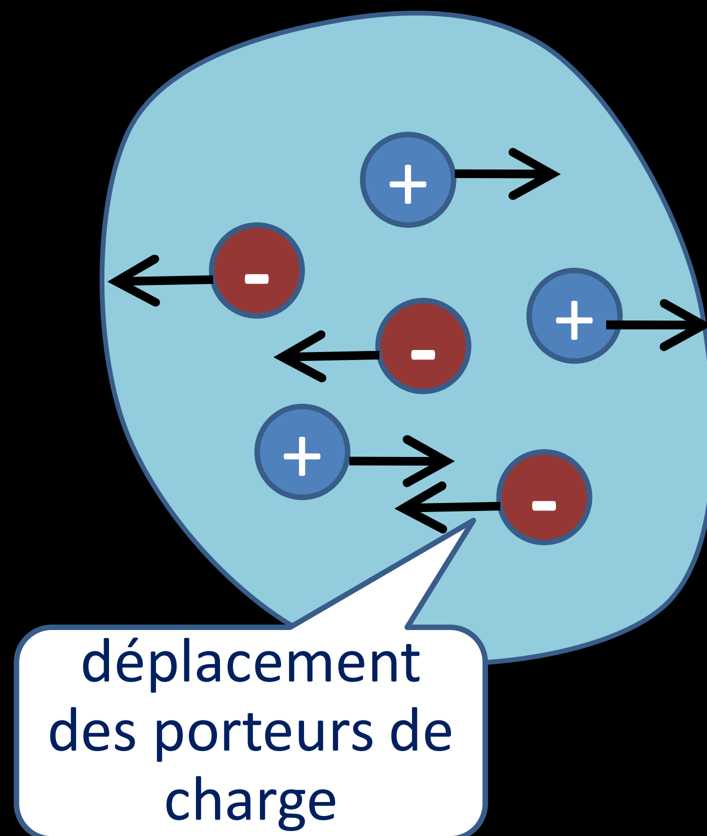
Milieu conducteur: porteurs de charge

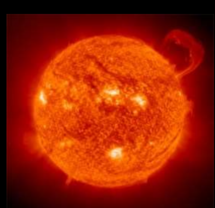
CHAMP ÉLECTRIQUE
APPLIQUÉ NUL



CHAMP ÉLECTRIQUE
APPLIQUÉ



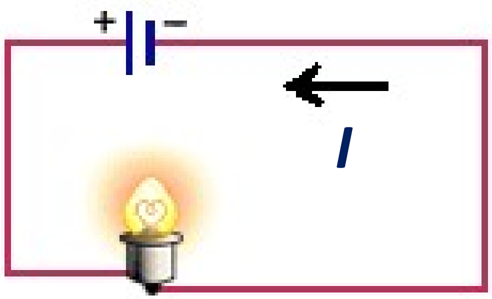
Matériaux conducteurs



milieu	matériau	porteurs de charge
solide	• métal • semiconducteur • supraconducteur	• électrons- • électrons- et trous + • paire d'électrons - -
liquide	• électrolyte	• ions + et – *par exemple: Na^+ et Cl^-*
gaz	• plasma (chaud ou froid)	• ions + et –

Courant

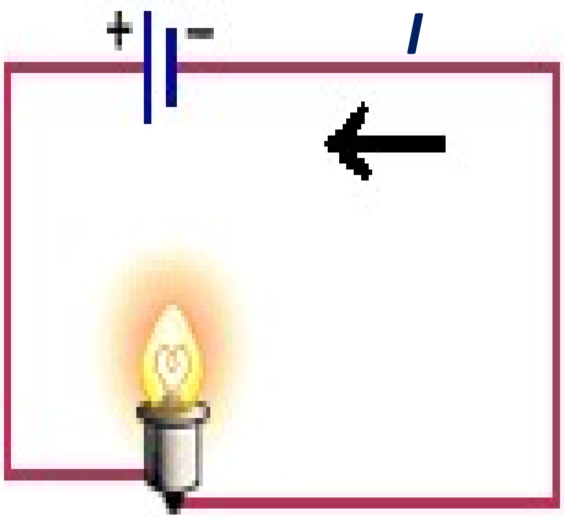
$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

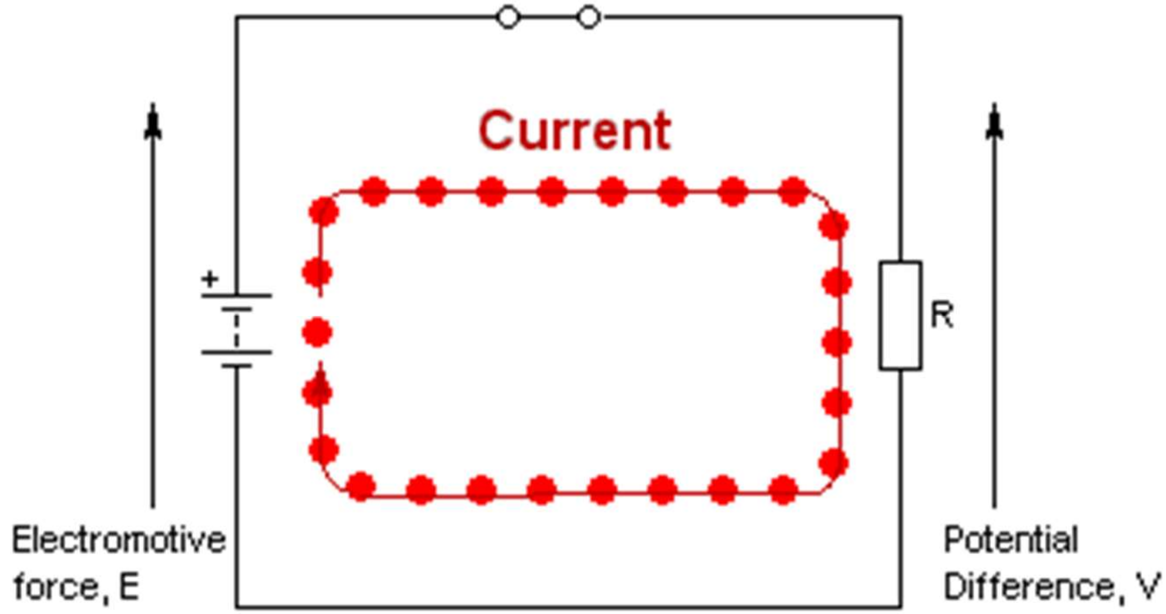


- Le courant I est égal à la quantité de charges Q qui traverse une frontière par unité de temps
- L'unité du courant est l'ampère (A = C/s)
- Le courant I est une grandeur scalaire qui peut prendre des valeurs positives ou négatives
- Par convention, la direction des porteurs de charge positive définit la direction du courant I positif
- Le courant est également *positif si une charge négative se déplace dans le sens négatif*

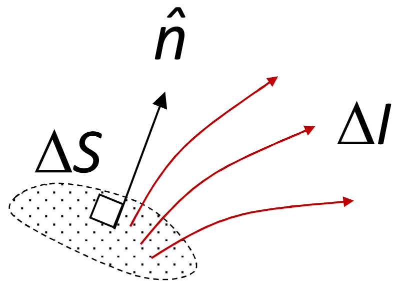
Courant

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$



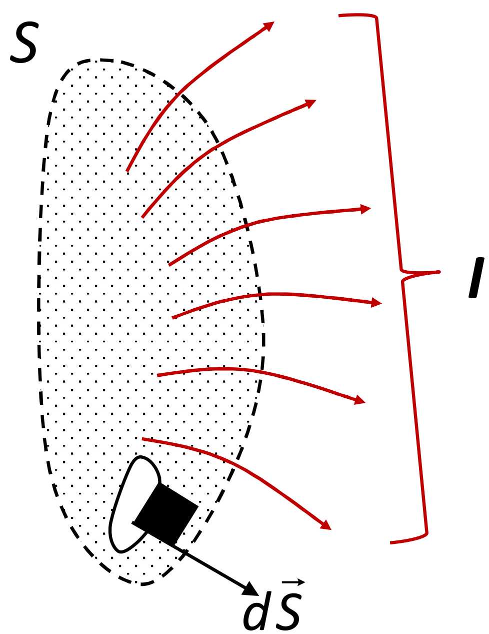


Densité de courant dans un volume conducteur



La densité de courant (A/m^2) est un champ vectoriel définit par:

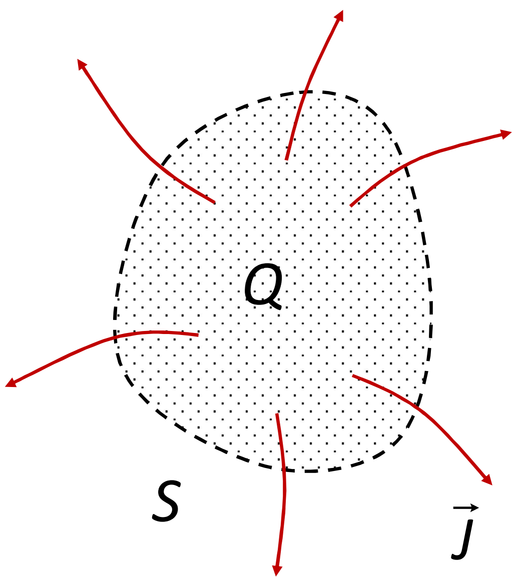
$$\vec{J} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \vec{n}$$



Le courant *I*, qui traverse une surface *S* quelconque peut être calculé par:

$$I = \int_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

Continuité du courant



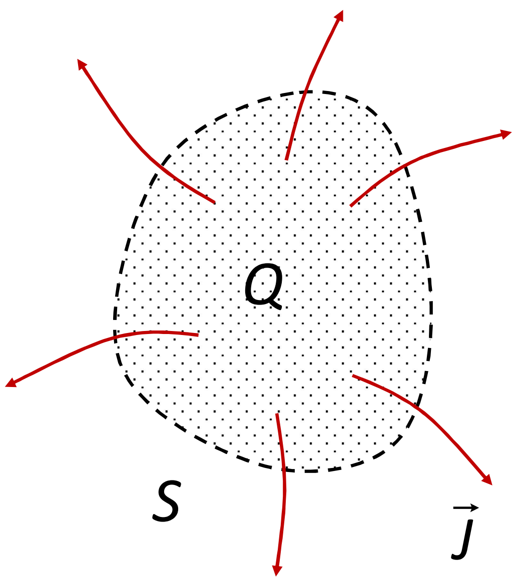
Pour une surface fermée *S*, le courant sortant de *S* est égal à la perte des charges *Q* contenues dans *S*:

$$\oint_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\frac{dQ}{dt}$$

Pour un courant stationnaire (constant):

$$\boxed{\oint_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0}$$

Continuité du courant



Pour un courant stationnaire (constant):

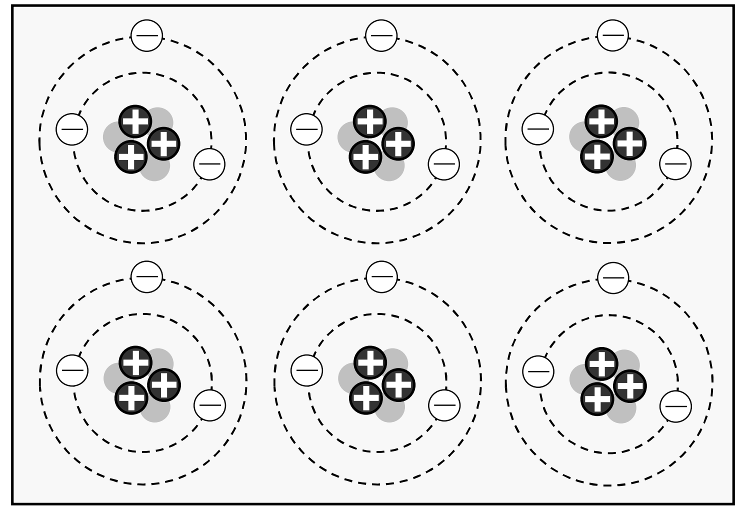
$$\boxed{\oint_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0}$$

Continuité d'un courant stationnaire

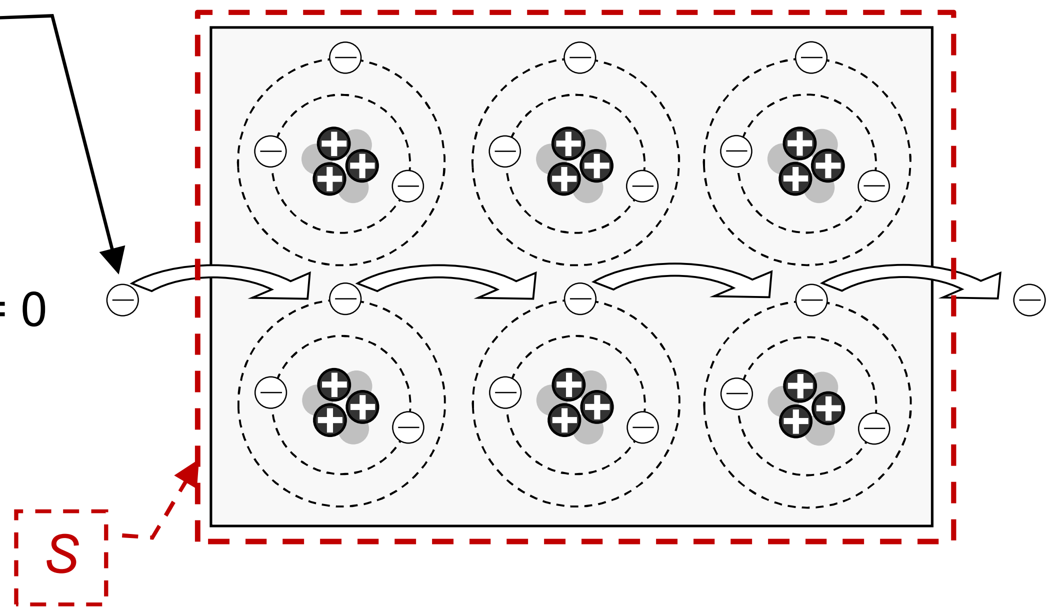
Bloc de 6 atomes de lithium

Q_{total} = 18 protons - 18 électrons = 0

$\rho_v = 0$



arrivée et sortie d'électrons dans le bloc qui est placé dans un circuit



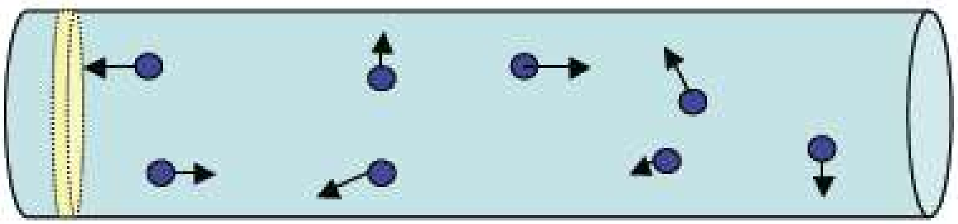
Q_{total} = 18 protons - 18 électrons = 0

$$\boxed{\oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0}$$

Mécanisme de la conduction : la mobilité

Conducteur métallique : « gaz » d’électrons libres

$$\vec{E} = \vec{0}$$

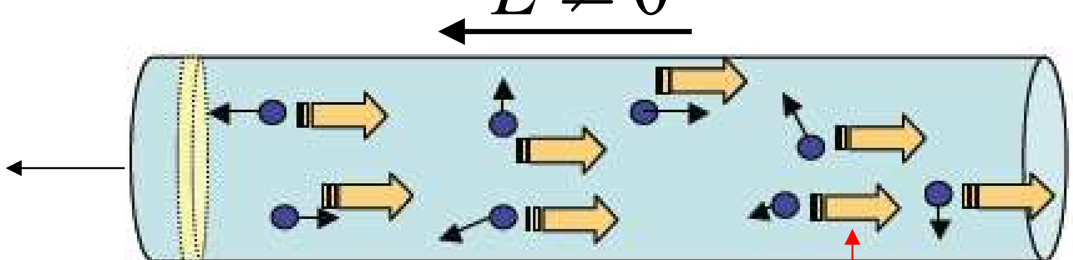


$$I = 0$$

Agitation thermique: vitesse résultant en mouvement aléatoire

$$v_F = \sqrt{\frac{2k_B T}{m_e}} \approx 10^5 \text{ m/s}$$

$$\vec{E} \neq \vec{0}$$



$$I \neq 0$$

Vitesse de dérive

Application champ électrique: électrons ralentis et (sens opposé) accélérés.

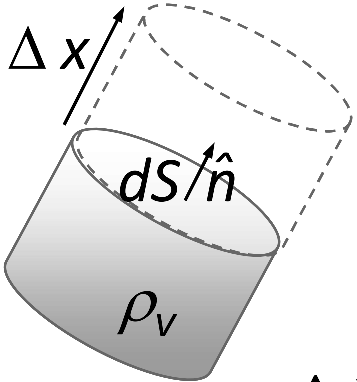
Résultat: mouvement collectif dirigé sens opposé au champ avec vitesse de dérive non nulle (effet statistique).

Mobilité des charges γ dans un matériau :

$$\boxed{\vec{v} = \gamma \vec{E}}$$

[m·C/s·N = S·m²/C]

Conductivité σ



Élément de volume,
charges $\Delta q = \rho_v \, \Delta S \, \Delta x$ se déplacent de distance Δx en Δt, produisent courant ΔI

$$\Delta I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \rho_v \, \Delta S \, \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\vec{J} = \frac{\Delta I}{\Delta S}\hat{n} = \rho_v \vec{v} = \rho_v \gamma \vec{E} = \sigma \vec{E}$$

$\rho_v \gamma = \sigma$ dépend du matériau

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$$

conductivité, siemens/m ou 1/(ohm-m)

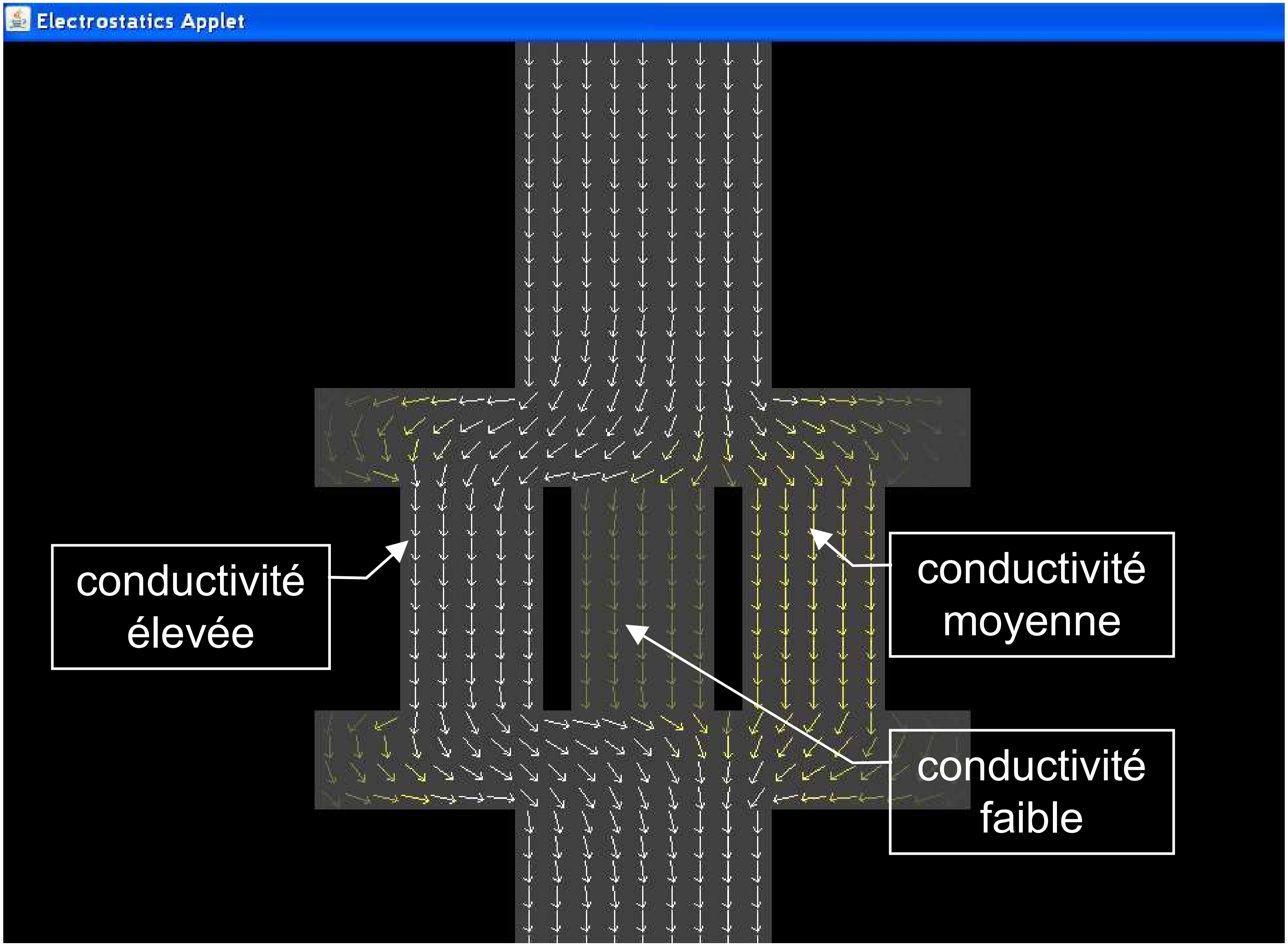
Conductivité σ

Matériau	Conductivité ($\Omega^{-1}m^{-1}$)	Matériau	Conductivité ($\Omega^{-1}m^{-1}$)
Quartz	$\approx 10^{-17}$	Eau de mer	≈ 4
Polystyrène	$\approx 10^{-16}$	Silicium	10^{3}
Mica	$\approx 10^{-15}$	Graphite	$\approx 10^{5}$
Verre	$\approx 10^{-14}$	Mercure	10^{6}
Eau distillée	$\approx 10^{-4}$	Tungstène	$1{,}8\times10^{7}$
Muscle	$\approx 0{,}35$	Or	$4{,}1\times10^{7}$

(Note: la résistivité ρ est l'inverse de la conductivité, soit: $\rho = 1/\sigma$)

Effet de la conductivité

Applet: Chap 1-6 Electrostatique 2D: setup resistors in parallel

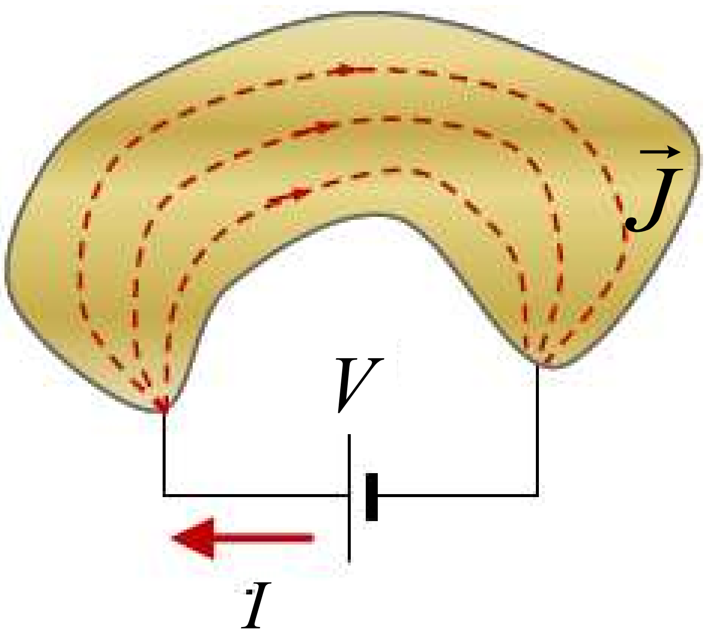


Loi d'Ohm

Gregor Simon Ohm
(1789-1854)

Soit un conducteur (géom. arbit.). Source maintient différence de potentiel V entre 2 bornes appliquées sur l'objet permet d'y injecter un courant I.

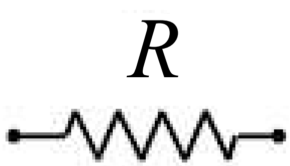
Relation entre V et I donnée par Loi d' Ohm :

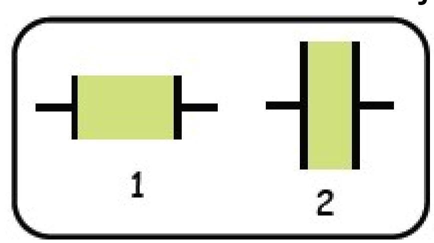


$$\boxed{V = RI}$$

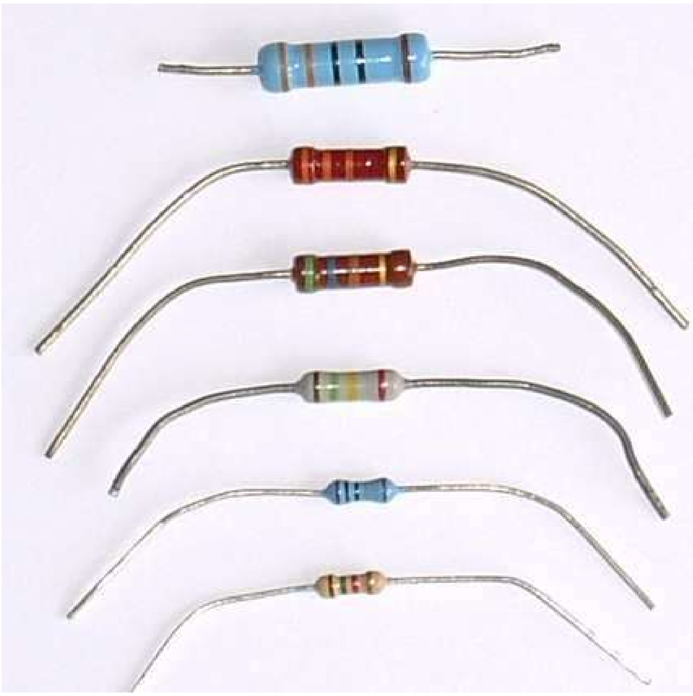
Résistance $R = \dfrac{V}{I}$ [V/A = Ω] dépend de :

- conductivité de l'objet
- géométrie de l'objet
- position des bornes source sur l' objet



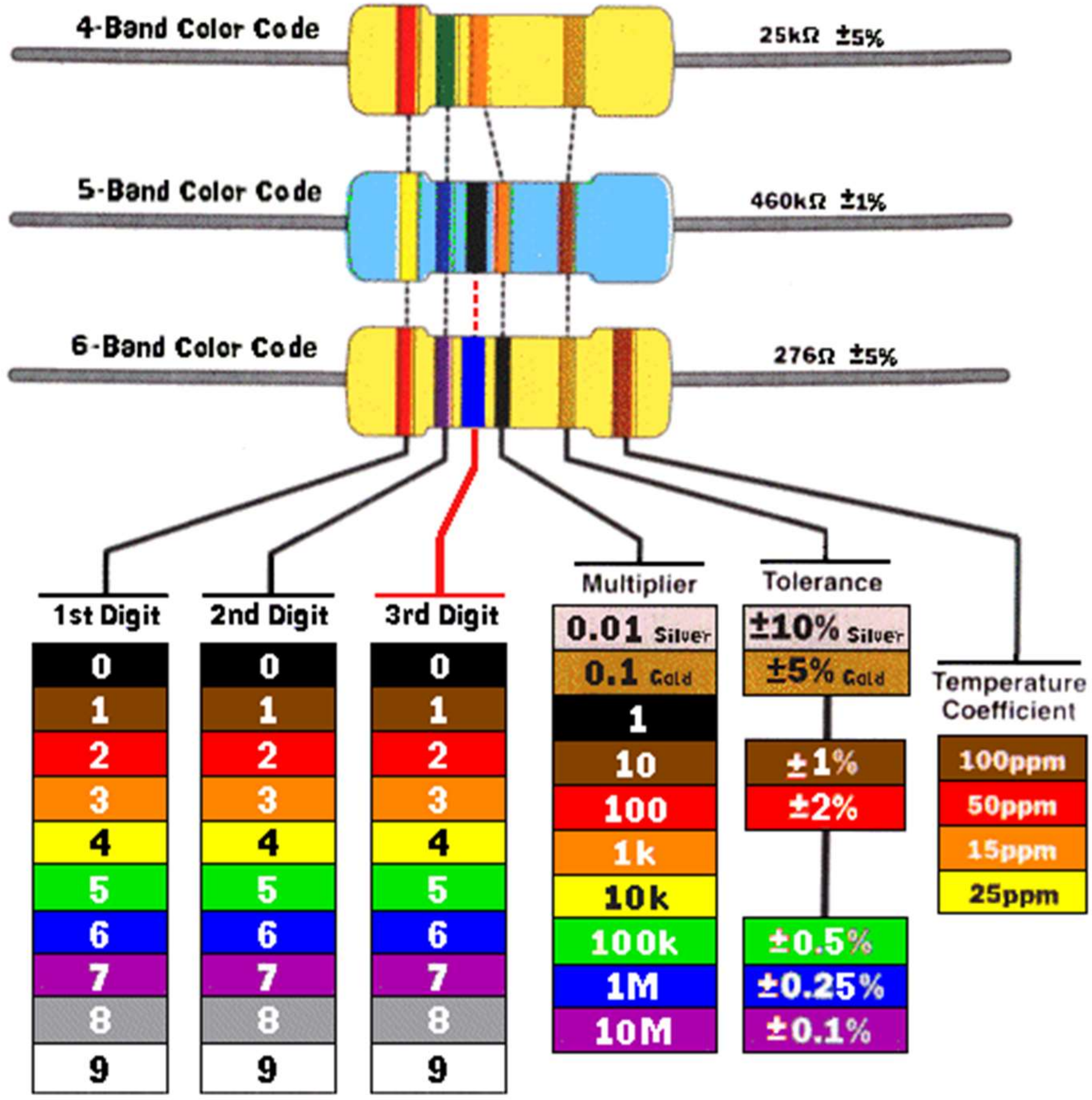


Exemples de résistances

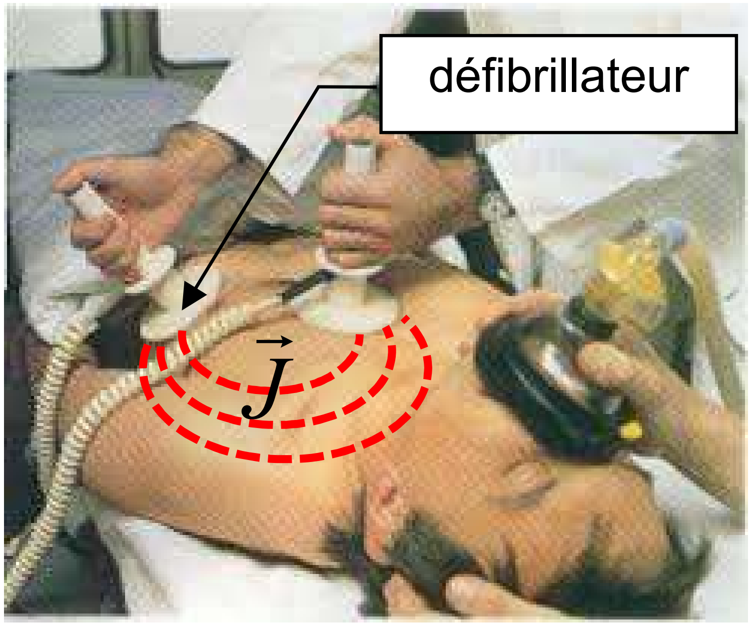


résistances variables
(potentiomètres)

Code de couleur des résistances



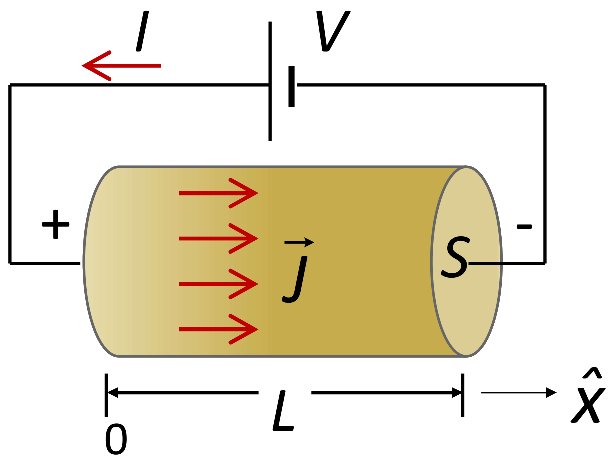
Résistance des volumes conducteurs



Pour calculer *R*, on trouve:

1. $J = I / S$
2. $E = J/\sigma$
3. $V = -\int E.\mathrm{d}\,l$
4. $R = V / I$

Résistance: conducteur à section uniforme



Pour calculer *R*, on trouve:

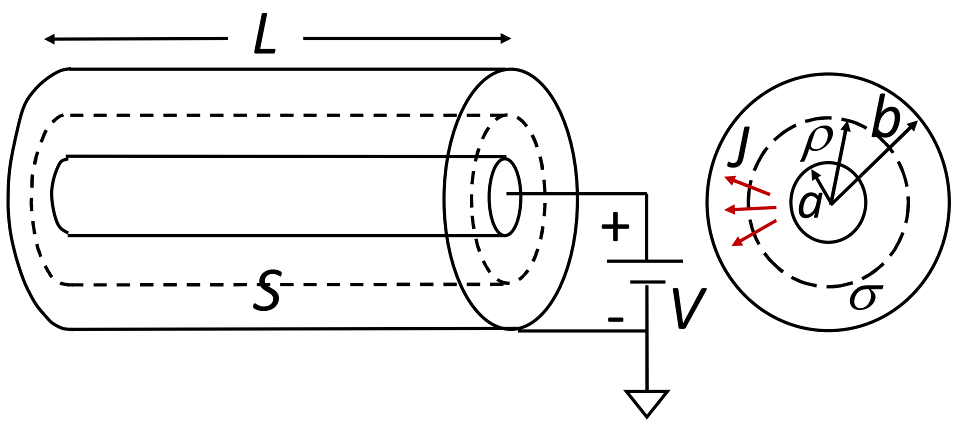
1. $J = I / S$
2. $E = J/\sigma$
3. $V = -\int E . \mathrm{d}\, l$
4. $R = V / I$

<u>On remarque</u>:

- Si double longueur *L* (2 résistances identiques en série), résistance double.
- Si double section *S* (2 résistances identiques en parallèle), résistance diminue de moitié.

$$\boxed{R = \frac{V}{I} = \frac{L}{\sigma\, S}}$$

Résistance de fuite d'un câble coaxial



Dans quelle direction est le courant ?

radial

Quel système de coordonnées utiliser ?

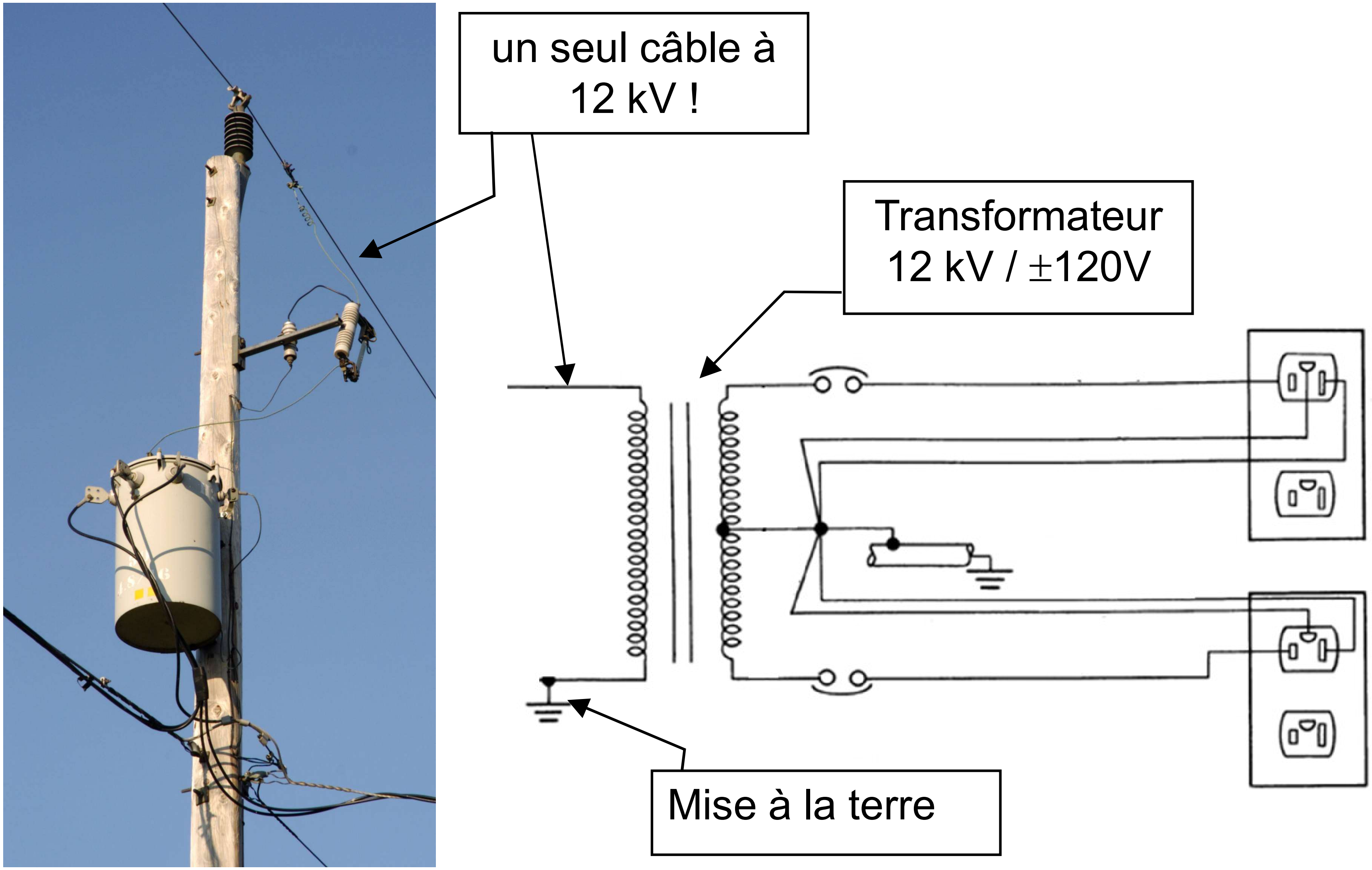
cylindriques

Quelle est S? $2\pi\rho L$

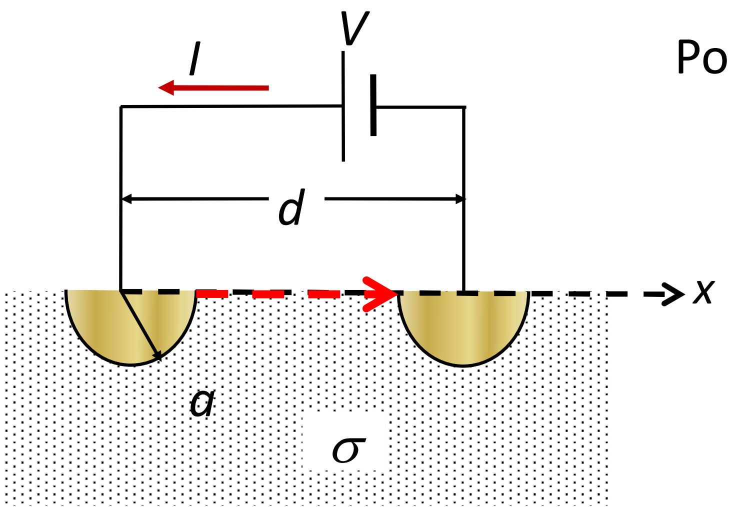
Pour calculer *R*, on trouve:

1. $J = I / S$
2. $E = J/\sigma$
3. $V = -\int E.\mathrm{d}\,l$
4. $R = V / I$

Retour du courant par le sol



Résistance de retour par le sol



Pour une seule électrode : $\vec{J} = \frac{I}{S}\hat{r}$

Dans quelle direction est le courant ?

radial

Quelle est S? $\frac{4\pi r^2}{2}$

$$\vec{J} = \frac{I}{S}\hat{r} = \frac{I}{\left(\frac{4\pi r^2}{2}\right)}\hat{r} = \frac{I}{2\pi r^2}\hat{r}$$

Calculons $\vec{E}$ pour trouver V

Quel parcours pourrions-nous utiliser ?

$$\hat{r} \rightarrow \hat{x}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = \frac{I}{2\pi\sigma}\frac{1}{x^2}\hat{x}$$

Quel est $\vec{E}$ pour la 2e électrode ?

$$\vec{E} = \frac{I}{2\pi\sigma}\frac{1}{(d-x)^2}\hat{x}$$

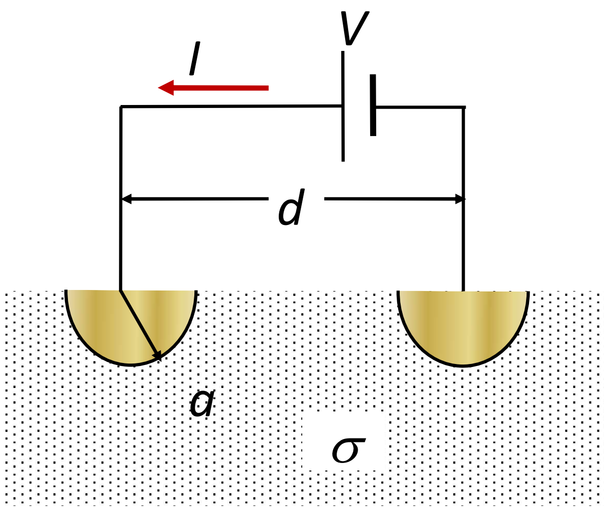
Pour calculer *R*, on trouve:

1. *J = I / S*
2. *E = J/σ*
3. *V =- ∫ E.d l*
4. *R= V / I*

Pour deux électrodes, par superposition :

$$\vec{E} = \frac{I}{2\pi\sigma}\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(d-x)^2}\right)\hat{x}$$

Résistance de retour par le sol



Pour deux électrodes, par superposition :

$$\vec{E} = \frac{I}{2\pi\sigma}\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(d-x)^2}\right)\hat{x}$$

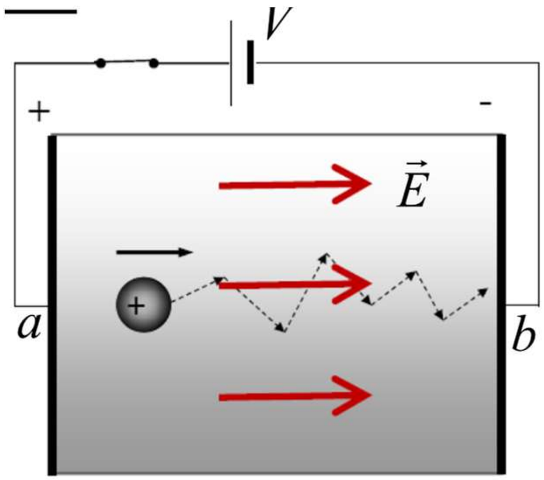
$$V = -\int_{d-a}^{a} \frac{I}{2\pi\sigma}\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(d-x)^2}\right)dx = \frac{I}{2\pi\sigma}\left[\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{(d-x)}\right)\right]_{d-a}^{a}$$

$$V = \frac{I}{2\pi\sigma}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{(d-a)} - \frac{1}{(d-a)} + \frac{1}{a}\right] = \frac{I}{\pi\sigma}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{(d-a)}\right] \approx \frac{I}{\pi\sigma a}$$

<u>On remarque que</u>: *R* ne dépend pas de *d* !

$$\boxed{R = \frac{V}{I} \approx \frac{1}{\pi\sigma a}}$$

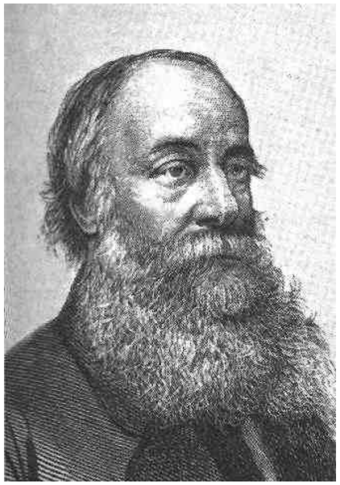
Puissance dissipée



$U = QV$ — énergie pour *Q après avoir parcouru L*

$$\Delta W = (\underbrace{I}_{\text{C/s}}\,\Delta \underbrace{t}_{\text{s}})\,V$$

énergie pour *I*



$P = \Delta W / \Delta t = I\,V$ — puissance pour *I*

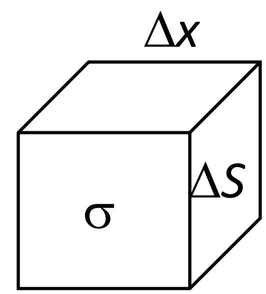
$\boxed{P = I\,V}$ — loi de **Joule**

watt (W)

$\boxed{P = \dfrac{V^2}{R} = R\,I^2}$ — puissance pour *R*

Densité de puissance dissipée

Loi de Joule appliquée à élément de volume différentiel, $\Delta x\ \Delta S$, de conductivité σ et résistance $R = \Delta x / (\Delta S\ \sigma)$;
pour calculer densité de puissance dissipée ***p*** (W/m³) en un point :

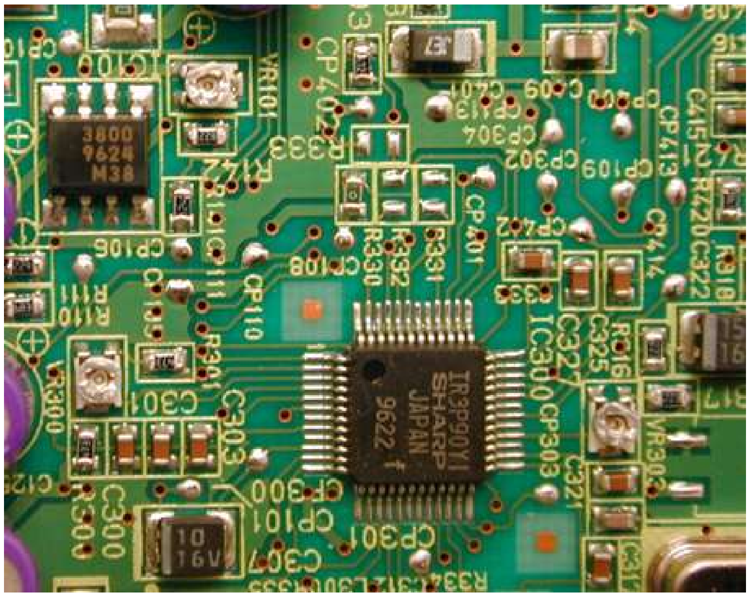


$$p = \frac{P}{\Delta x\ \Delta S} = \frac{\left(\frac{V^2}{R}\right)}{\Delta x\ \Delta S} = V^2 \frac{\left(\frac{\sigma\ \Delta S}{\Delta x}\right)}{\Delta x\ \Delta S} = \sigma \left(\frac{V}{\Delta x}\right)^2 = \sigma\ E^2$$

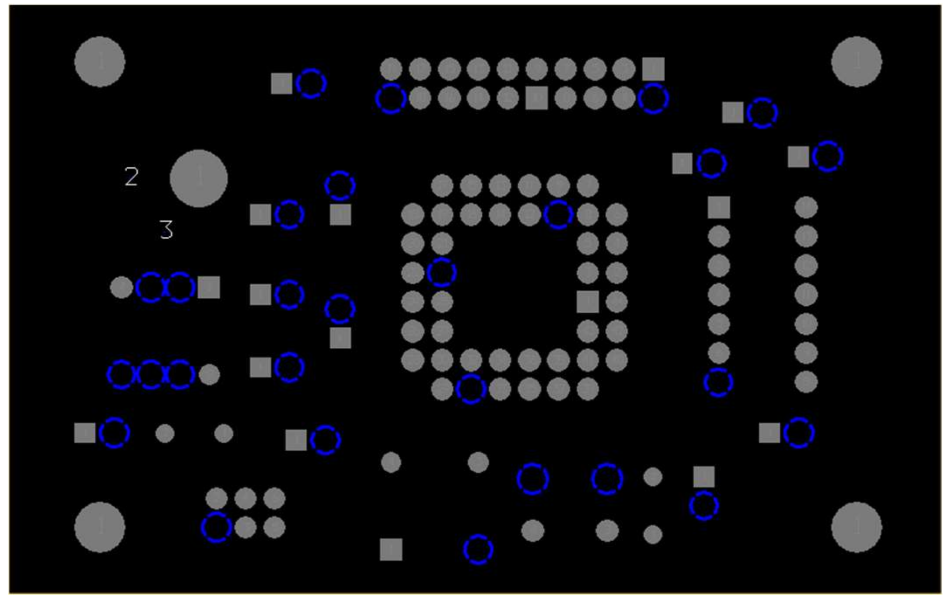
$$\boxed{p = \sigma E^2}$$

densité de puissance (W/m³)

Plan de masse d’un circuit imprimé

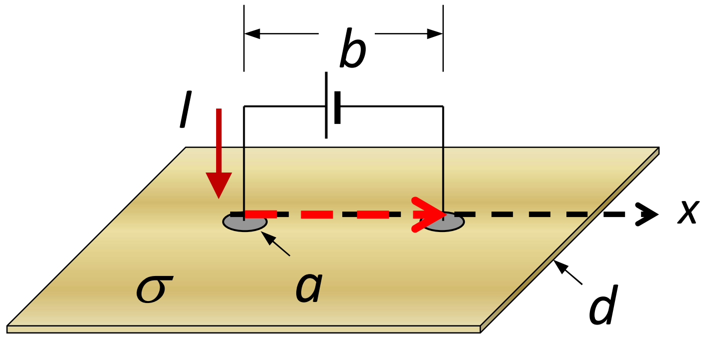


circuit imprimé



plan de masse
(*ground plane*)

Puissance dissipée dans un plan de masse d’un circuit imprimé



a = 0,2 mm, *b* = 10 cm, *d* = 0,025 mm,
$\sigma = 6\times10^{7}$ S/m, *I* = 0,5 A

Pour calculer *P*, on trouve:

1. $J = I / S$
2. $E = J/\sigma$
3. $V = -\int E.\mathrm{d}\, l$
4. $R = V / I$
5. $P = VI$
6. $p = \sigma E^2$

Résistance dans les métaux

La résistance est due à la :

• diffusion par les défauts dans le réseau cristallin

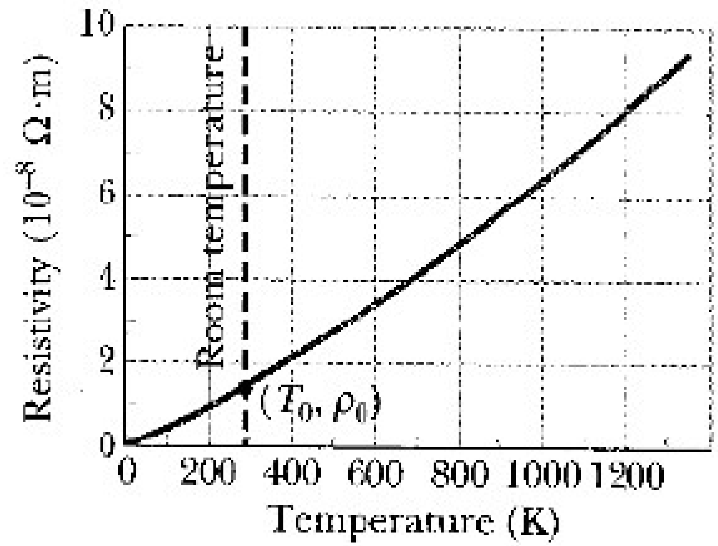
• diffusion par les vibrations thermiques des atomes

Donc, la résistance augmente avec la température :

• $\rho^*(T)$ est une relation quadratique empirique

• Pour la plupart des matériaux,
une relation linéaire est suffisante.

Cuivre



$$\boxed{\rho^*(T) = \rho_0^*(1+\alpha T+\beta T^2) \approx \rho_0^*(1+\alpha T)}$$

Effet de la température

Pour les métaux, la relation entre la résistivité ρ^* et la température T (en °C) s'exprime selon une loi empirique :

$$\boxed{\rho^*(T) = \rho_0^*\left(1 + \alpha T + \beta T^2\right)}$$

où α et β sont les coefficients thermiques linéaires et quadratiques de résistivité et ρ_0^* est la résistivité à 0°C.

Pour la plupart des métaux, $\beta \approx 0$

Matériau	**Conductivité** σ ($\Omega^{-1} m^{-1}$)	**Coefficient thermique de résistivité** α (deg^{-1})
Argent	$6{,}14 \times 10^{7}$	4×10^{-3}
Cuivre	$5{,}8 \times 10^{7}$	4×10^{-3}
Platine	$1{,}0 \times 10^{7}$	4×10^{-3}
Fer (99,98%)	$1{,}0 \times 10^{7}$	5×10^{-3}
Plomb	$4{,}5 \times 10^{7}$	4×10^{-3}
Aluminium	$3{,}54 \times 10^{7}$	4×10^{-3}
Nichrome	$0{,}1 \times 10^{7}$	4×10^{-3}
Constantan	$0{,}2 \times 10^{7}$	$0{,}01 \times 10^{-3}$

Effet de la température sur le réseau électrique

Période de pointe pour les réseaux électriques:

- *au Québec, durant les journées les plus froides de l'hiver à cause du chauffage*
- *en Floride, durant les journées les plus chaudes de l'été à cause de la climatisation*

Pour un écart de +60^{o}C, la résistance dans les conducteurs d'aluminium du réseau de transport augmente de 60 x 0.004, soit un facteur 0,24 (+24%)

Les pertes ohmiques dans le réseau de transport (RI^2, soit environ 2-4% de la puissance produite) augmentent donc de 24%

La puissance de pointe étant très couteuse, le froid hivernal permet de la minimiser

Rappel : Application de Gauss pour calculer *D*

Par symétrie, trouver une surface d'intégration *S* telle que:

1. ***D*** est parallèle à d***S*** ou ***D*** est perpendiculaire à d***S***
2. ***D*** est constant

Ensuite, intégrer : $$\oint_S \vec{D} \bullet d\vec{s} = \quad D\oint_S ds = Q_{in}$$

pour obtenir $D = Q_{in}/S$

Analogie pour calculer *J*

Par symétrie, trouver une surface d'intégration *S* telle que:

1. ***J*** est parallèle à d***S***
2. ***J*** est constant

Ensuite, intégrer : $$\int_S \vec{J} \bullet d\vec{S} = J \int_S dS = I$$

pour obtenir $J = I/S$

Rappel : Les trois surfaces de Gauss

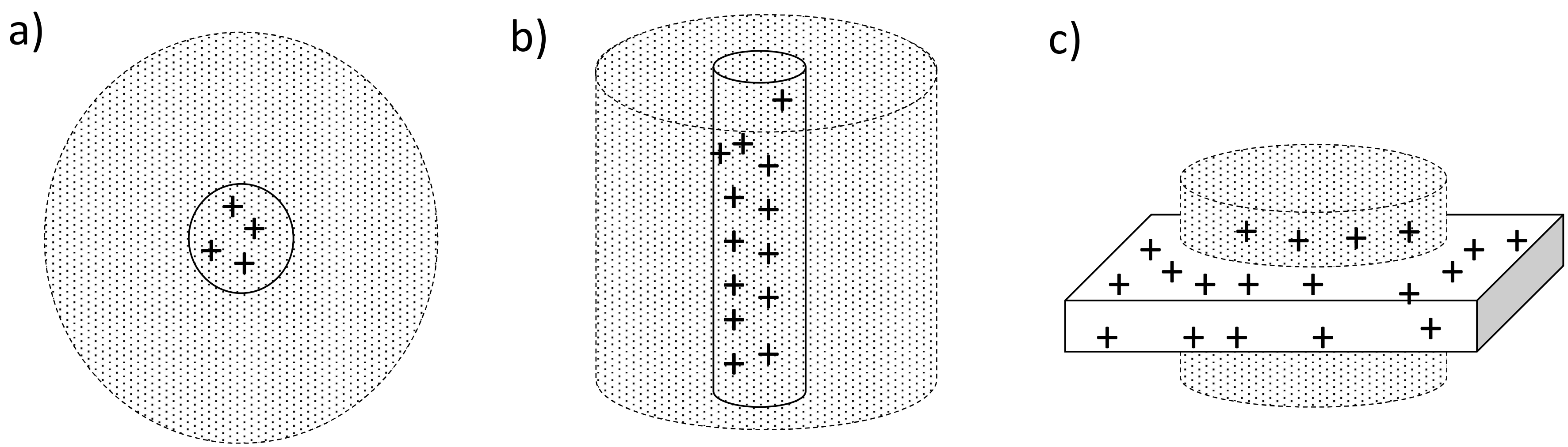


Figure 1.16 Les trois surfaces de Gauss symétriques: a) sphère; b) cylindre; c) boîte à pilules.

Surfaces pour J

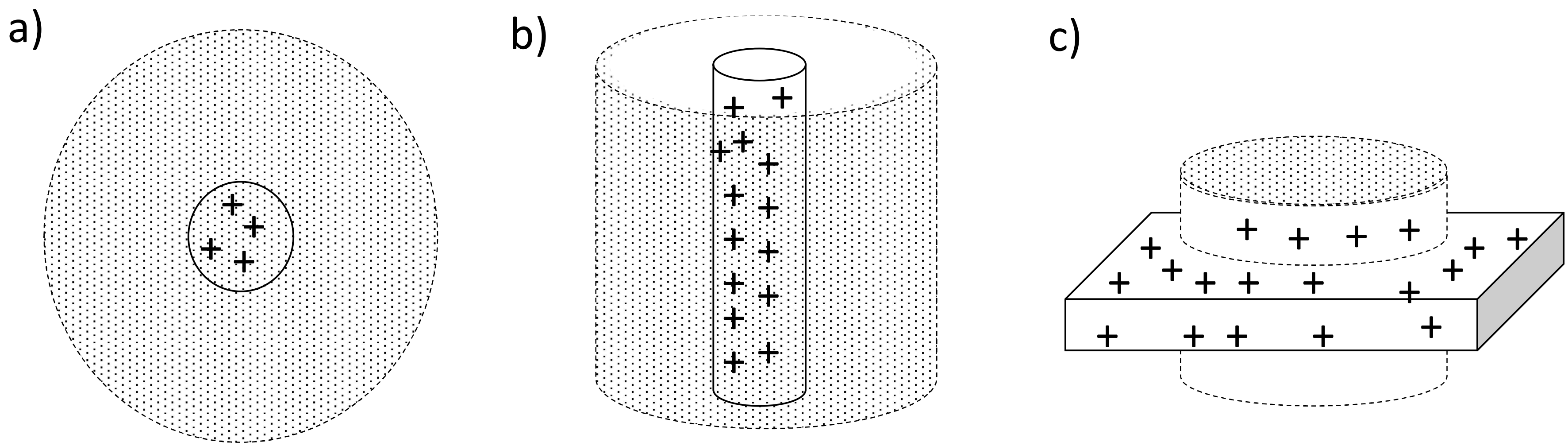
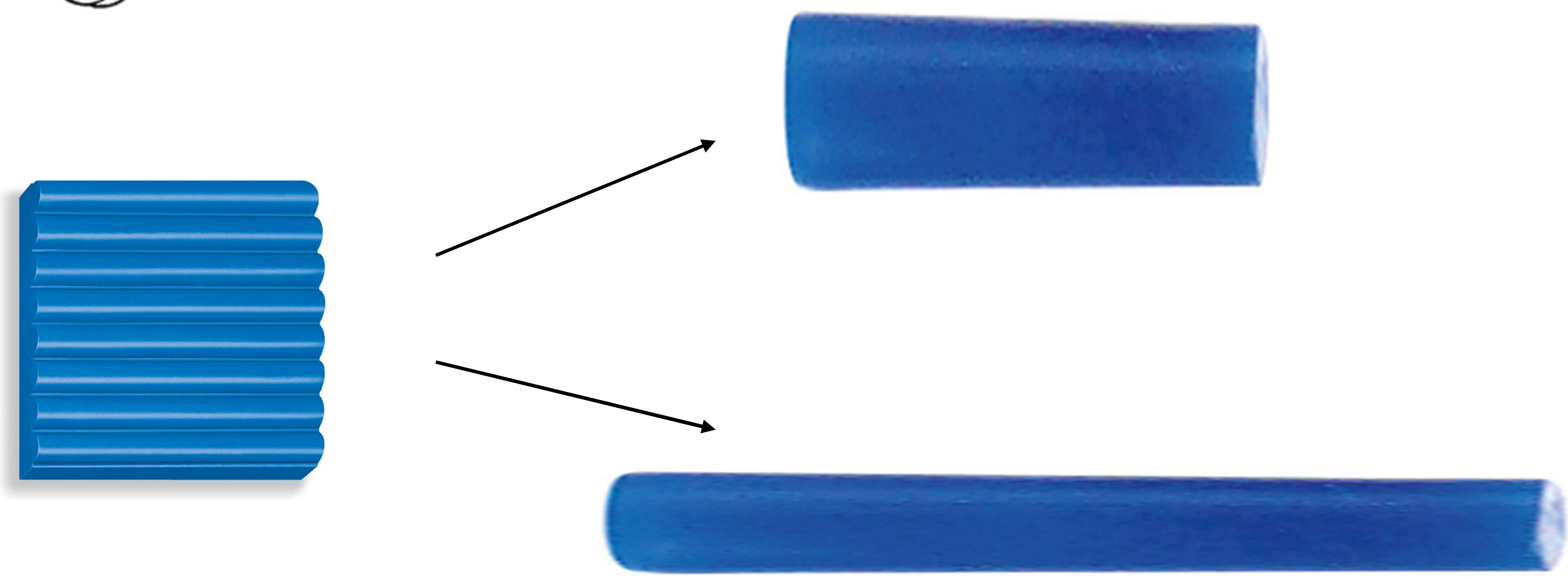
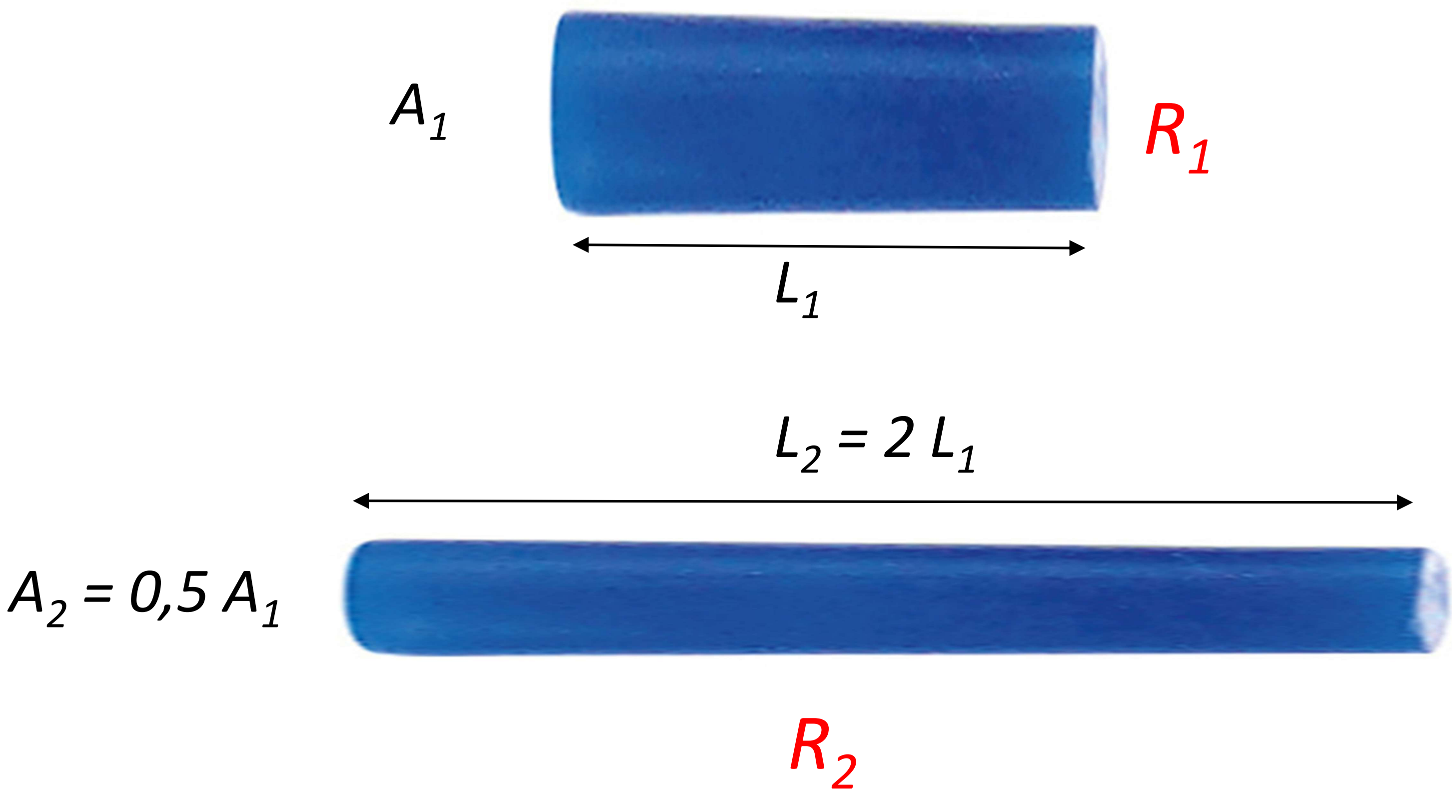


Figure 1.16 a) sphère; b) cylindre; c) boîte à pilules.

Un volume fixe de pâtes à modeler peut faire un cylindre plus **épais**, ou un cylindre plus mince et **deux fois** plus long.



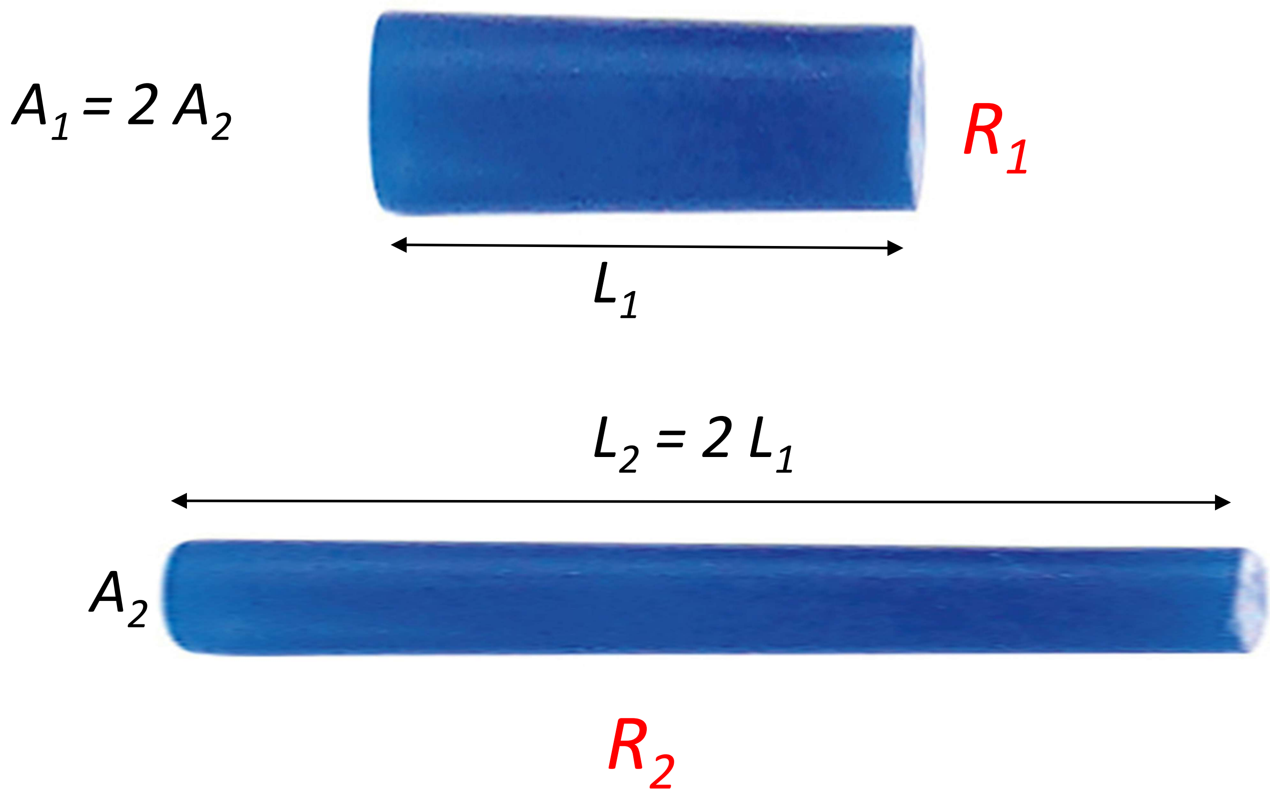
Un volume fixe de pâtes à modeler peut faire un cylindre plus **épais**, ou un cylindre plus mince et **deux fois** plus long.



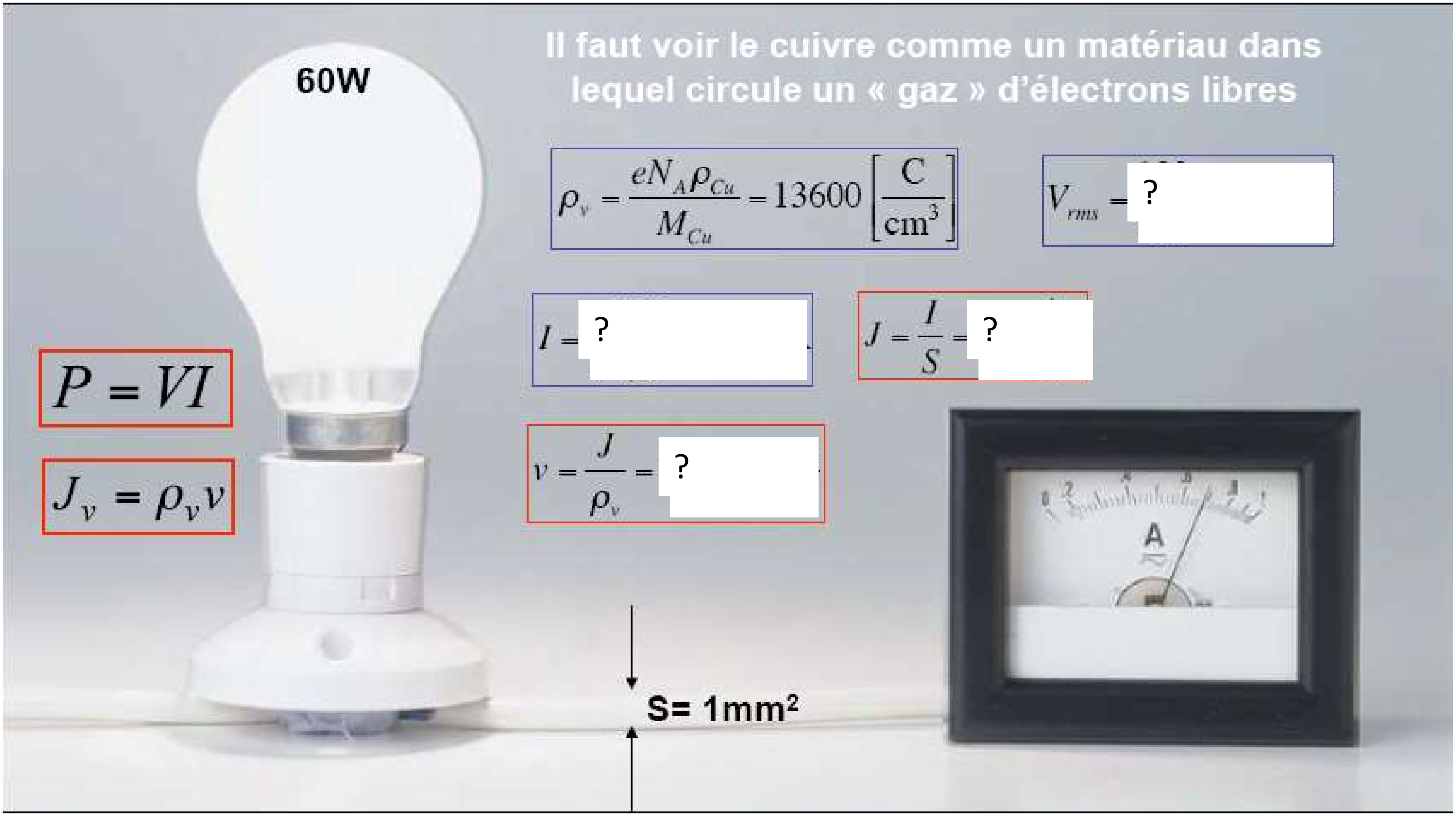
Trouvez le rapport correct entre les deux résistances, sachant qu'elles ont le **même volume**!

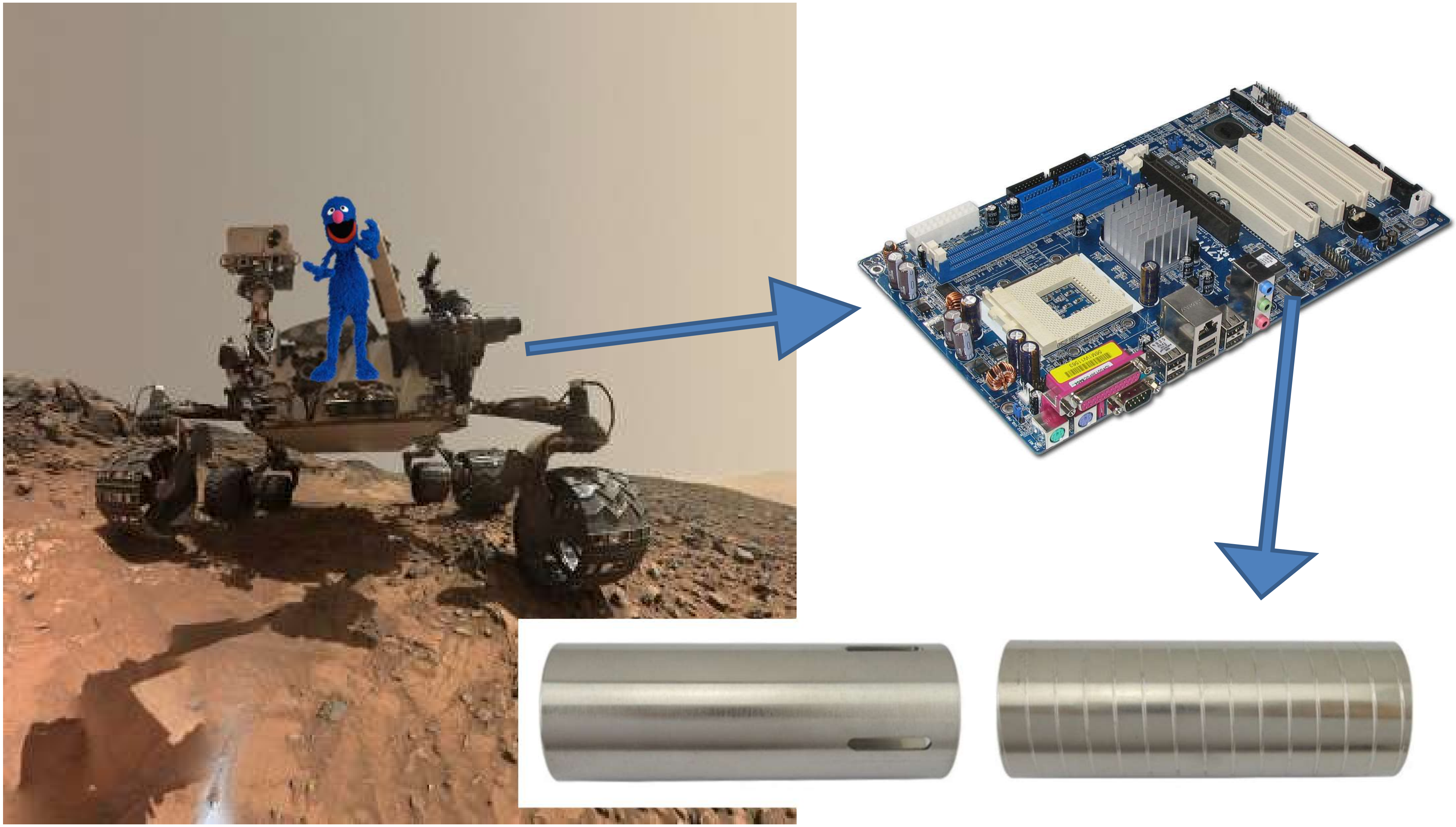
$$\boxed{R_1 / R_2 = ?}$$

A. 1
B. 2
C. ½
D. 4
E. ¼
F. Aucune de ces réponses

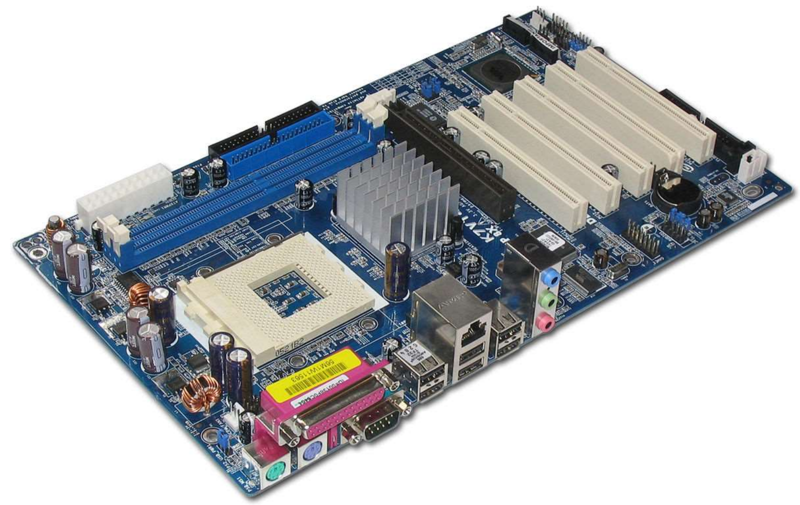


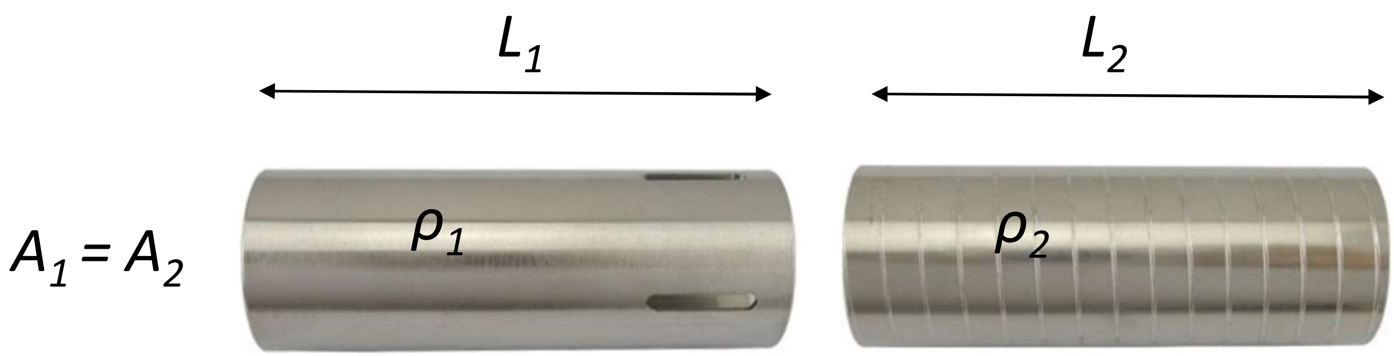
Vitesse de dérive des électrons dans une ampoule





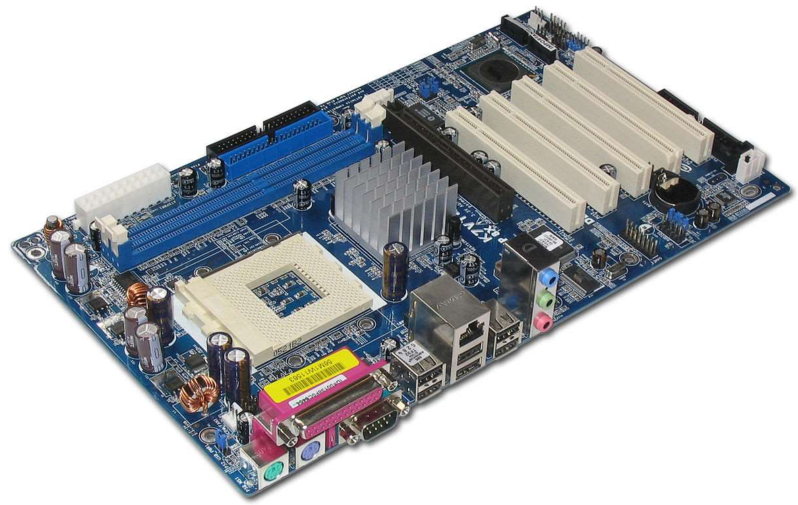
Peut-on construire une résistance **indépendante** de la température?

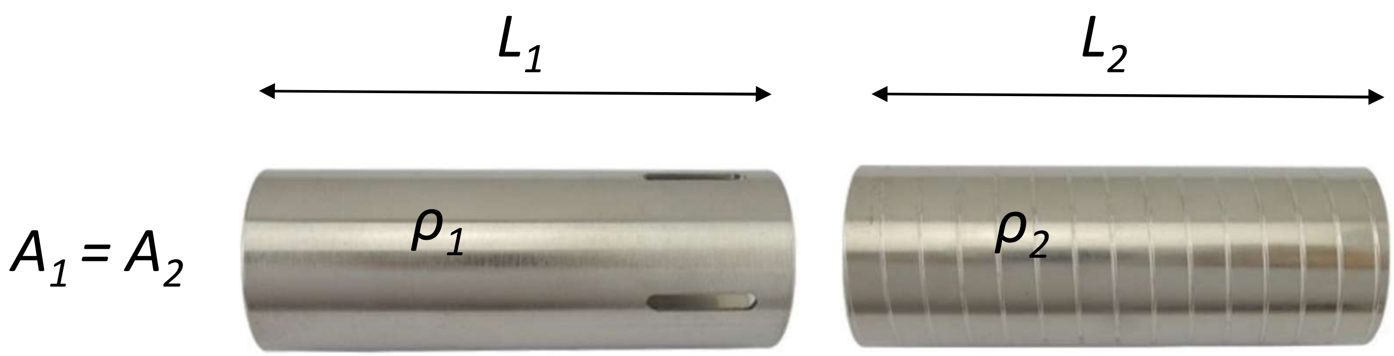




Resistivities and Temperature Coefficients of Resistivity for Various Materials (at 20°C)

Material	Resistivity ($\Omega \cdot m$)	Temperature Coefficient of Resistivity $[(°C)^{-1}]$	
Silver	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}	
Copper	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}	
Gold	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}	
Aluminum	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}	
Tungsten	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}	**(1)**
Iron	10.0×10^{-8}	5.0×10^{-3}	
Platinum	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}	
Lead	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}	
Nichrome[a]	150×10^{-8}	0.4×10^{-3}	
Carbon	3.5×10^{5}	-0.5×10^{-3}	
Germanium	0.46	-48×10^{-3}	**(2)**
Silicon	640	-75×10^{-3}	

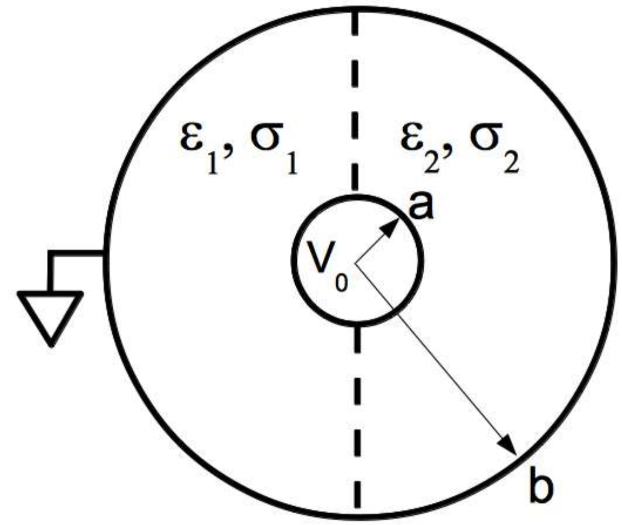




Exercice supplémentaire : Condensateur sphérique

V_0 appliqué sur conducteur central de rayon *a.*

Conducteur externe rayon *b* mis à la terre



a) Capacité C = ?

densité charges différentes (1) et (2)

b) Résistance fuite R = ?

(si milieu 1 = air, milieu 2: conductivité non nulle)

c) Puissance dissipée $P = RI^2$ = ?