PHS1102 – CHAMPS ÉLECFTROMAGNÉTIQUES

CONTRÔLE PÉRIODIQUE - HIVER 2014

DATE : LUNDI 10 MARS 2014 HEURE : 18H30-20H20

PAGES : 6 QUESTIONS : 5

NOTE : Aucune documentation permise

Calculatrice non-programmable permise

QUESTION 1: Compréhension, SVP répondre *<u>dans le cahier d'examen</u>* *(4,5 points)*

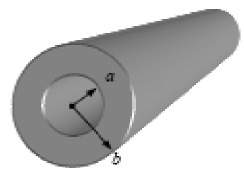
1.1➢ (0,5Pt) Un long tuyau métallique de rayon intérieur *a* et de rayon extérieur *b*, reçoit, au temps t_0, une charge +*Q* sur sa surface intérieure $(\rho = a)$. À l'équilibre, comment cette charge se distribuera-t-elle? (cocher la bonne réponse et répondre *<u>dans le cahier d'examen</u>*) :

A) Uniformément sur la surface intérieure $(\rho = a)$ ☐

B) Uniformément sur la surface extérieure $(\rho = b)$ X

C) Uniformément dans tout le volume $(a \langle \rho \langle b)$ ☐

D) Les données sont insuffisantes pour répondre ☐



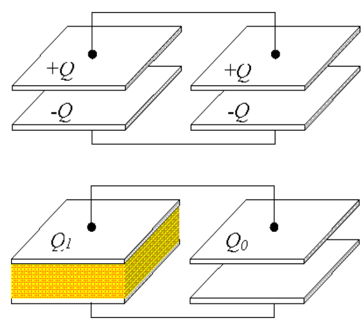
1.2➢ (1Pt) Deux condensateurs plans identiques dont les plaques sont séparées par le vide, sont reliés en parallèle et portent chacun la même charge +*Q*. On introduit, dans un des condensateurs, un diélectrique de permittivité relative égale à 4. Quelles sont les charges portées par les condensateurs avec et sans diélectrique, Q_1 et Q_0, respectivement? Justifier.

(a) $Q_1 = Q_0 = Q$

(b) $Q_1 > Q_0$

(c) $Q_1 < Q_0$

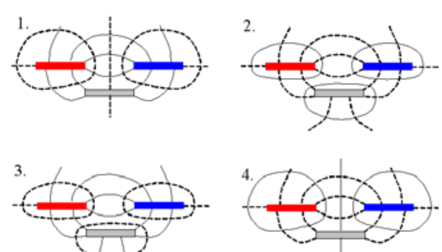
(d) $Q_1 = 4Q,\ Q_0 = Q$



1.3➢ (1Pt) Un coupleur est constitué de trois rubans conducteurs parallèles dont une section est illustrée ci-contre. Le ruban de gauche est à un potentiel +V, le ruban de droite est à un potentiel -V et le ruban du dessous est à un potentiel nul. Sur les esquisses, les lignes pointillées représentent des lignes de flux et les lignes en trait plein des lignes équipotentielles. Laquelle des quatre esquisses suivantes est-elle juste?

SVP écrire le chiffre de votre choix *<u>dans le cahier d'examen</u>*

(4)



1.4➢ (1Pt) Considérons une sphère conductrice creuse. Donner la valeur de la densité de flux $\vec{D}$:

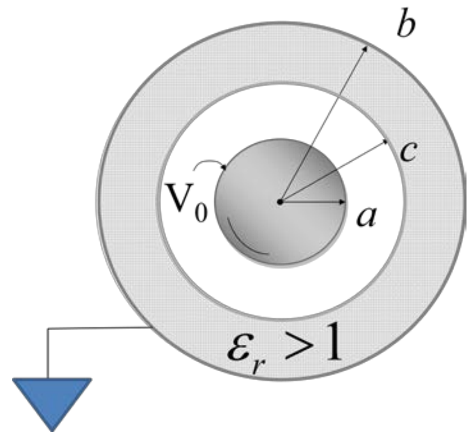
a) à l'intérieur de la sphère située dans un champ électrique externe ;D=0

b) à l'extérieur de la sphère mise à la terre et contenant une charge +*Q* ; D=0

1.5➢ (1Pt) LABO Au laboratoire, vous mesurez la chute de tension ΔV à travers une résistance R= (76± 2,28) Ohms. Selon la lecture du voltmètre, on détermine ΔV = (28± 0,14) V. Quelle est la valeur en Watts de la puissance dissipée dans la résistance, avec son incertitude ? Choisir la bonne réponse et l'indiquer *<u>dans votre cahier d'examen</u>*

(a) 10,32±0,33; (b) 10,32±0,41; (c) 21,28±2,28;(d) Aucune de ces réponses.

Question 2 : Condensateur sphérique *(5 Points)*



Considérer un condensateur sphérique dont les rayons a et b des armatures métalliques sont montrées dans la figure. Le vide sépare l'armature de rayon a, qui est reliée à une source de tension V_0, d'une coquille diélectrique gélatineuse de rayon intérieur c et de constante diélectrique relative $\varepsilon_r > 1$. Le diélectrique reste collé à la surface métallique (d'épaisseur négligeable) de l'armature de rayon b et qui est mise à la terre.

2.1 ➤ (2,5 Pt) Déterminer l'expression de la capacité $C(c)$ du condensateur.

Solution :

$$\oiint_{r>a} \vec{D}.d\vec{s} = Q \Rightarrow D_r 4\pi r^2 = Q \Rightarrow D_r = \frac{Q}{4\pi r^2} \textbf{(0.5Pts)}$$

$$E_r = \frac{D_r}{\varepsilon(r)} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon(r) r^2} \textbf{(1Pts)}$$

$$\int_{V(b)}^{V(a)} dV = V(a) - V(b) = V_0 = -\int_{r=b}^{r=a} \vec{E}.d\vec{r} = -\int_{r=b}^{r=a} E_r dr = -\int_{r=b}^{r=a} \frac{Q}{\varepsilon(r)} \frac{dr}{4\pi r^2} = \int_{r=a}^{r=b} \frac{Q}{\varepsilon(r)} \frac{dr}{4\pi r^2} \textbf{(0.5Pts)}$$

$$V_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left\{ \int_{r=a}^{r=c} \frac{dr}{r^2} + \int_{r=c}^{r=b} \frac{1}{\varepsilon_r} \frac{dr}{r^2} \right\} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left[\left(-\frac{1}{r} \right)_a^c + \left(-\frac{1}{\varepsilon_r r} \right)_c^b \right] = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c} + \frac{1}{\varepsilon_r} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right) \right) \textbf{(0.5Pts)}$$

$$C(c) = \frac{Q}{V_0} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c} + \frac{1}{\varepsilon_r} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right) \right)} \textbf{(0.5Pts)}$$

Note au correcteur : il faudra donner des points équivalents si l'étudiant démontre la formule de la capacité d'une sphère avec diélectrique, $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)}$

et réalise que la capacité du problème peut se considérer comme la capacité équivalente de deux capacités en série: $\dfrac{1}{C(c)} = \dfrac{1}{C_{ac}} + \dfrac{1}{C_{cb}} = \left[\dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right)} \right]^{-1} + \left[\dfrac{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right)} \right]^{-1} = \dfrac{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right) + \frac{1}{\varepsilon_r} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right)}{4\pi\varepsilon_0}$

Imaginez-vous que l'on a trouvé une façon d'injecter ou d'extraire du diélectrique en gardant toujours la forme d'une coquille sphérique, ce qui rend la valeur de c variable.

2.2 ➤ (0,5Pt) Calculer le rapport des capacités $C(c=a)/C(c=b)$, où $C(c=a)$ représente la capacité quand le condensateur est rempli du diélectrique (rayon $c = a$), et $C(c=b)$ est la capacité du condensateur sous vide (rayon $c = b$).

Solution :

$$\frac{C(c=a)}{C(c=b)} = \frac{\dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\dfrac{1}{\varepsilon_r}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)\right)}}{\dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)}} = \varepsilon_r > 1(\textbf{0.5Pts})$$

2.3 ➤ (2Pt) Laquelle des deux valeurs (a ou b) devrait prendre le rayon c pour que l'énergie électrique stockée dans le condensateur soit maximum, si la charge Q dans le condensateur reste constante. Exprimer l'énergie maximum en Joules si $b = 2a = 2$ cm, $\varepsilon_r = 2$ et Q = 1 μC

Solution :

$$W_{\max}(c=b) = \frac{Q^2}{2[C(c)]_{\min}} = \frac{Q^2}{2C(b)} = \frac{Q^2}{\dfrac{2\times 4\pi\varepsilon_0}{\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)}} = \frac{\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)Q^2}{8\pi\varepsilon_0}(\textbf{1 Pts})$$

$$W_{\max}(c=b) = \frac{0.5cm^{-1}10^{-12}C^2}{8\pi\times 8.85\times 10^{-12}Fm^{-1}} = 0.225J\ (\textbf{1 Pts})$$

QUESTION 3: Puissance électrique dissipée par un câble coaxial *(3,5 points)*

Le câble coaxial est couramment utilisé pour transmettre des signaux analogiques (télévision) ou numériques (ethernet). La figure montre schématiquement un câble constitué d'un conducteur central cylindrique de rayon a qui est isolé d'une gaine conductrice de rayon b par un diélectrique. Ce diélectrique (téflon) a une conductivité σ de 10^{-16} S/m.

3.1 ➤ (2Pt) Déterminer l'expression de la puissance électrique dissipée par mètre de câble.

$$E_\rho l 2\pi\rho = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{L}l\,(0{,}25Pt) \Rightarrow E_\rho = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L\rho}(0{,}25Pt) \Rightarrow \int_a^b E_\rho d\rho = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{b}{a} = \Delta V$$

$$E_\rho = \frac{\Delta V}{\left(\ln\dfrac{b}{a}\right)\rho}(0{,}5Pt)$$

$$P = \int_{VolTef}\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{E}dV = \sigma\int_{VolTef}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{E}dV = \sigma\frac{(\Delta V)^2}{\left(\ln\dfrac{b}{a}\right)^2}\int_{VolTef}\frac{dV}{\rho^2} = \sigma\frac{(\Delta V)^2}{\left(\ln\dfrac{b}{a}\right)^2}L2\pi\int_a^b\frac{d\rho}{\rho} = 2\pi\sigma\frac{(\Delta V)^2}{\left(\ln\dfrac{b}{a}\right)}L$$

$$\frac{P}{L} = 2\pi\sigma\frac{(\Delta V)^2}{\left(\ln\dfrac{b}{a}\right)}(1Pt)$$

3.2 ➤ (0,5Pt) Déterminer l'expression de la résistance par mètre de câble.

$$\Rightarrow \frac{P}{L} = \frac{(\Delta V)^2}{R_{1m}} \Rightarrow R_{1m} = \frac{\left(\ln\frac{b}{a}\right)}{2\pi\sigma}$$ résultat en unités de Ohm -mètre

3.3➢ (1Pt) Évaluer la puissance dissipée en W/m à une tension de 220 V si les dimensions sont b = 6,15 mm, a = 2mm.

$$\Rightarrow \frac{P}{L} = \frac{(\Delta V)^2}{R_{1m}} \Rightarrow R_{1m} = \frac{\left(\ln\frac{b}{a}\right)}{2\pi\sigma} = \frac{1{,}123}{2\pi}10^{16}\,\Omega\cdot m = 1{,}79\times10^{15}\,\Omega\cdot m\,(0{,}75Pt)$$

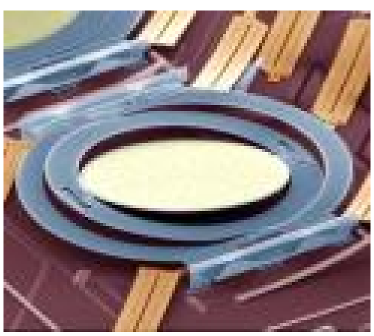
$$\frac{P}{L} = \frac{48400V^2}{1{,}79\times10^{15}\,\Omega\cdot m} = 2{,}71\times10^{-11}\,\frac{W}{m}\,(0{,}25Pt)$$

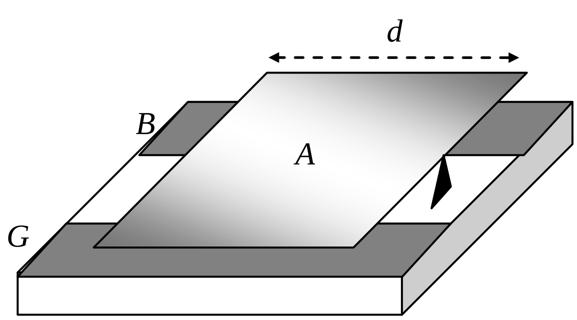
QUESTION 4: Systèmes microélectromécaniques : miroir basculant *(3 points)*

La photographie ci-dessous illustre un miroir basculant construit à l'aide des techniques des systèmes microélectromécaniques (MEMS). Ces miroirs de très faible dimension sont utilisés dans les commutateurs en télécommunication ou dans des projecteurs d'images numériques. La figure de droite est une représentation simplifiée du miroir que nous utiliserons dans ce problème (notre miroir est rectangulaire plutôt que circulaire) : le miroir métallique A, qui peut pivoter autour d'un axe central, est mis à la masse; pour faire basculer le miroir à l'aide des forces électrostatiques, on applique un potentiel sur un des deux rubans métalliques B ou G déposés sur la surface d'un substrat diélectrique (le potentiel sur l'autre ruban est nul). Pour ce problème, nous considérerons que : le ruban B possède un potentiel de +2 V; le ruban G, un potentiel de 0 V; et le miroir A, un potentiel de 0 V; la longueur du miroir est d = 100 µm; le miroir est opéré sous vide; la distribution du potentiel ne dépend pas de la profondeur (la distribution du potentiel sur des sections différentes, perpendiculaires à d reste identique).

4.1 ➢ (1,5 Pts) En utilisant la figure de la page suivante (*à remettre*) qui représente une section du dispositif, faire une esquisse du champ électrique sous le miroir A: bien identifier les lignes équipotentielles et les lignes de flux.

4.2 ➢ (1,5 Pts) Calculer la valeur numérique de la capacité C entre le ruban B et le miroir à partir de votre esquisse (le circuit devra charger cette capacité pour faire basculer le miroir).

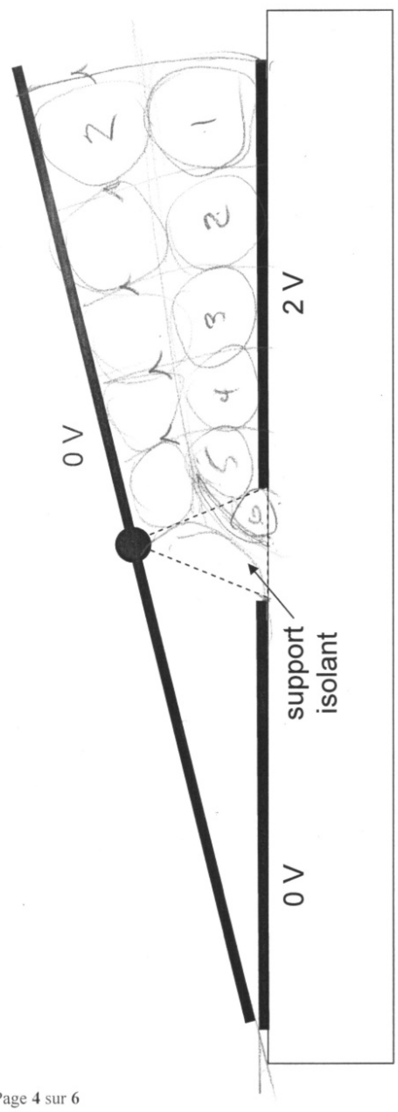




A REMETTRE **A REMETTRE** **A REMETTRE**

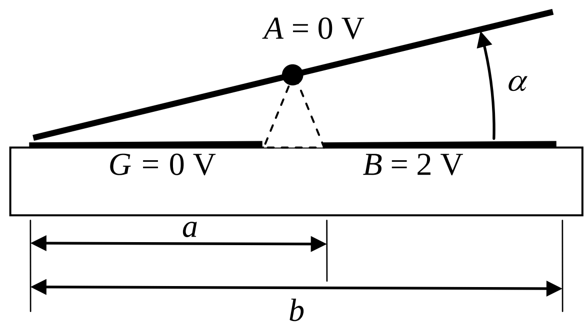
NOM :………………… PRÉNOM :………………………… MATRICULE :……………

$$C = \frac{5}{2}\,\varepsilon_0\, d = 3 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-6} = 2.21 \times 10^{-15}\,F$$



QUESTION 5: Systèmes microélectromécaniques : miroir basculant *(4,5 points)*

La figure ci-contre, illustre une section du miroir basculant du problème précédent, avec comme dimensions : a = 55 µm; b = 100 µm; d = 100 µm; α = 15°. En utilisant l'équation de Laplace (1D), calculez :



5.1 ➢ (1,5 Pts) La distribution du potentiel dans l'espace entre le miroir A et le ruban B ($a < \rho < b$ et $0 < \phi < 15°$).

5.2 ➢ (3 Pts) La valeur numérique de la capacité C entre le miroir A et le ruban B.

$$V(\varphi) = A\varphi + B \Rightarrow V(\varphi=\alpha) = 0V \Rightarrow A\alpha = -B$$

$$V(\varphi=0) = B = V_0 \Rightarrow A = -\frac{V_0}{\alpha} =$$

(1.5Pts)

$$V(\varphi) = -\frac{V_0}{\alpha}\varphi + V_0 = V_0\left(1 - \frac{\varphi}{\alpha}\right)$$

$$V(\varphi) = -\frac{V_0}{\alpha}\varphi + V_0$$

$$D_\varphi = \varepsilon_0 E_\varphi = -\frac{\varepsilon_0}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \varphi} = \frac{\varepsilon_0 V_0}{\alpha\rho} = \rho_S \ (1Pt) \Rightarrow$$

$$Q = \int_{z=0}^{z=d} dz \int_a^b \rho_S \, d\rho = d\int_a^b D_\varphi \, d\rho = \frac{\varepsilon_0 V_0}{\alpha} d \ln\left(\frac{b}{a}\right) (1Pt)$$

(2,50Pts)

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{V_0} = \frac{\varepsilon_0}{\alpha} d \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{8{,}85\times10^{-12}\times100\times10^{-6}\ln\left(\frac{100}{55}\right)}{(15\pi/180)} = 2.02\times10^{-15} F \ (0{,}5Pt)$$