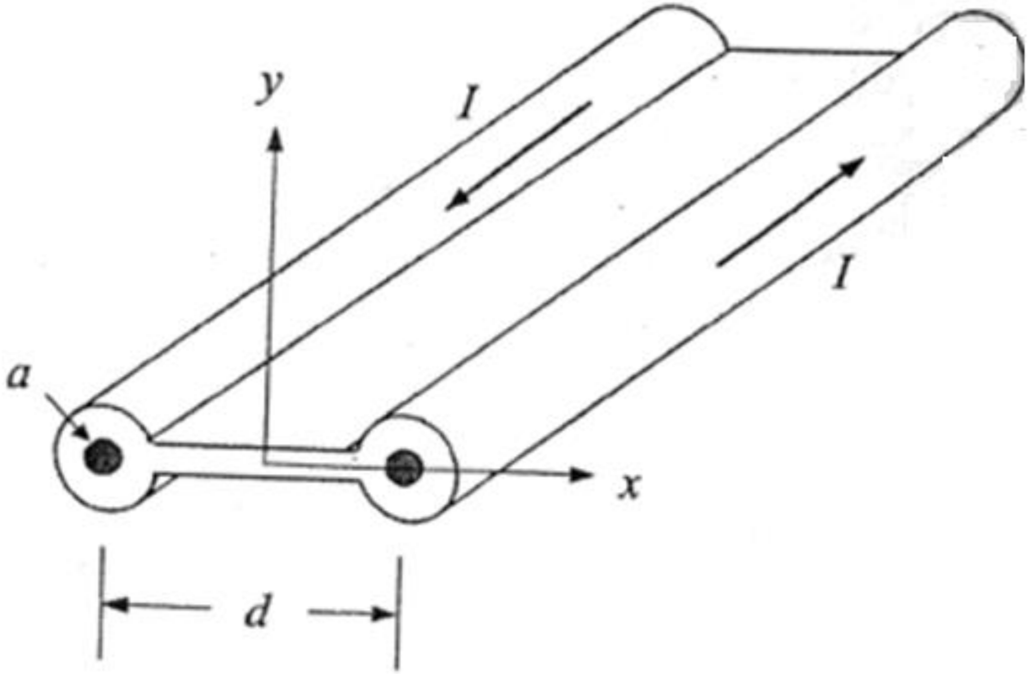
PHS1102 – Champs électromagnétiques

Séance 7	2 heures	(7.5.1, 7.5.2, 7.5.3, 7.5.4)

7.5.1 Ligne de transmission bifilaire

Les lignes de transmission bifilaires sont utilisées pour transmettre des signaux à haute fréquence, comme entre un téléviseur et une antenne de réception. Deux longs fils conducteurs parallèles de rayon a dont les axes sont séparés par une distance d sont parcourus en sens opposés par le même courant I. Les conducteurs et le diélectrique qui les entoure ont une perméabilité semblable à celle du vide.



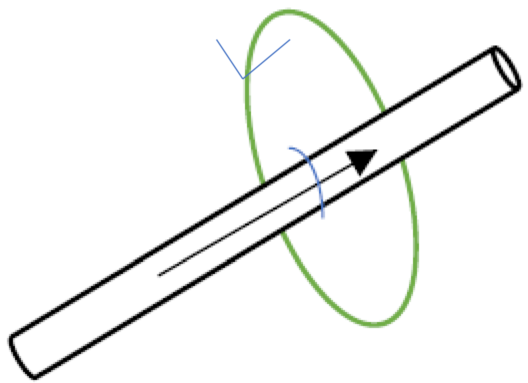
On considère que la ligne a une longueur infinie et que la densité de courant est uniforme dans les fils.

a) Quel est l'intensité du champ magnétique en n'importe quel point P situé sur l'axe des y ?

b) Quel est l'intensité du champ magnétique en un point P situé sur l'axe des x, entre d-a et a-d ?

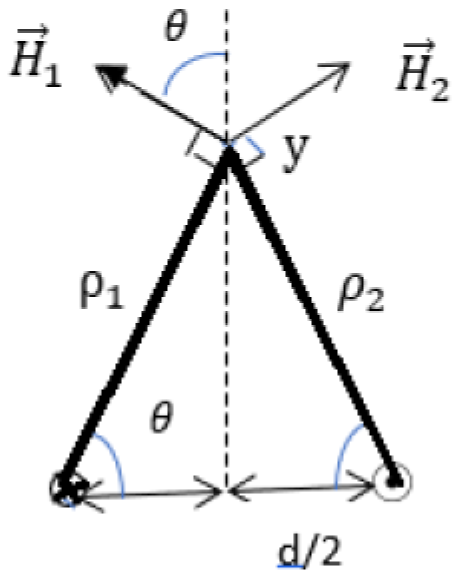
c) Calculer le flux magnétique par unité de longueur dans l'espace compris entre x=d-a et x=a-d ?

Nous utilisons le Théorème d'Ampère pour déterminer l'intensité du champ magnétique; la direction par contre sera déterminée par la règle de la main droite.



$$I = \oint \vec{H} \cdot \vec{dl} \quad \rightarrow \vec{H} = \frac{I}{2\pi\rho}\hat{\phi}$$

Appliquer le principe de superposition pour trouver le champ total produit par les deux fils.



La composante sur l'axe des abscisses du champ total est nul. La composante sur l'axe des ordonnées est : $\vec{H} = \vec{H}_{1y} + \vec{H}_{2y} = 2\, H_{1y}\,\hat{y}$

Vu la symétrie du problème : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

$$H_{1y} = H_{2y} = \frac{I}{2\pi\rho}\cos\theta \quad ; \quad or \quad \cos\theta = \frac{d/2}{\rho} \qquad \text{où} \quad \rho^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2$$

$$\Rightarrow H_{1y} = H_{2y} = \frac{I}{4\pi}\frac{d}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{H} = \frac{I}{4\pi}\frac{d}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2}\;\hat{y}$$

Akila H.

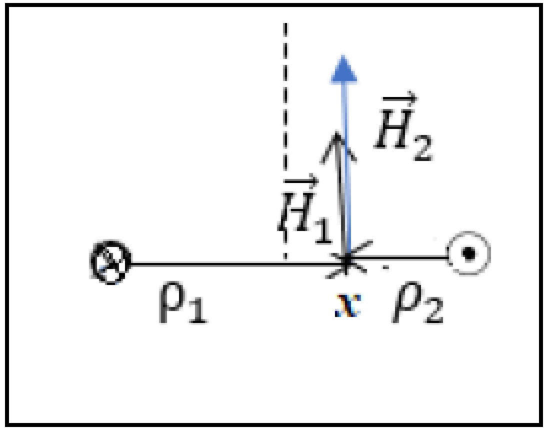
Calcul de $\vec{H}$ sur l'axe des x :

Seule la composante suivant y est non nul

$$\vec{H} = \vec{H}_{1y} + \vec{H}_{2y} = (H_{1y} + H_{2y})\,\hat{y}$$

$$\rho_1 = \frac{d}{2} + x \quad ; \quad \rho_2 = \frac{d}{2} - x$$

$$\vec{H} = (H_{1y} + H_{2y})\hat{y} = \left(\frac{I}{2\pi\rho_1} + \frac{I}{2\pi\rho_2}\right)\hat{y} = \frac{I}{2\pi}\left(\frac{1}{\frac{d}{2} + x} + \frac{1}{\frac{d}{2} - x}\right)\hat{y}$$



$$\vec{H} = \frac{I}{\pi}\left(\frac{1}{d+2x} + \frac{1}{d-2x}\right)\hat{y} \qquad pour \qquad x \in \left[-\frac{d}{2} + x\ ,\ \frac{d}{2} - a\right]$$

Flux magnétique à travers la surface rectangulaire de longueur 1 selon z et de largeur d selon x entre les deux fils.

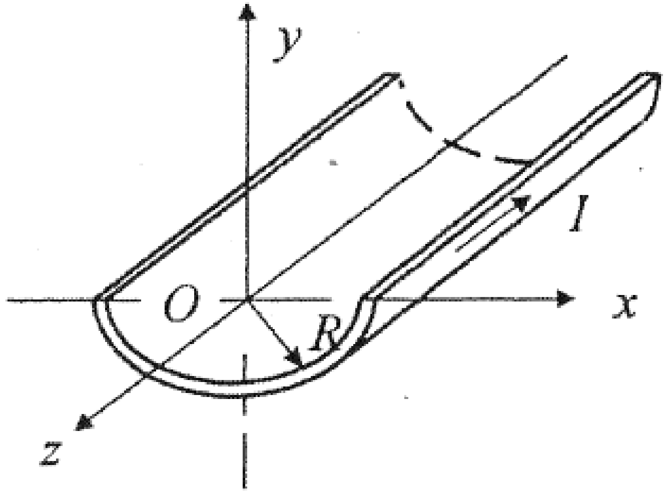
$$\phi = \int \vec{B}.d\vec{S} = \int_0^1 \int_{-\frac{d}{2}+a}^{\frac{d}{2}+a} B(x)dx\,dz = \int_0^1 \int_{-\frac{d}{2}+a}^{\frac{d}{2}+a} \frac{H}{\mu_0}\,dx\,dz$$

PHS1102 – Champs électromagnétiques

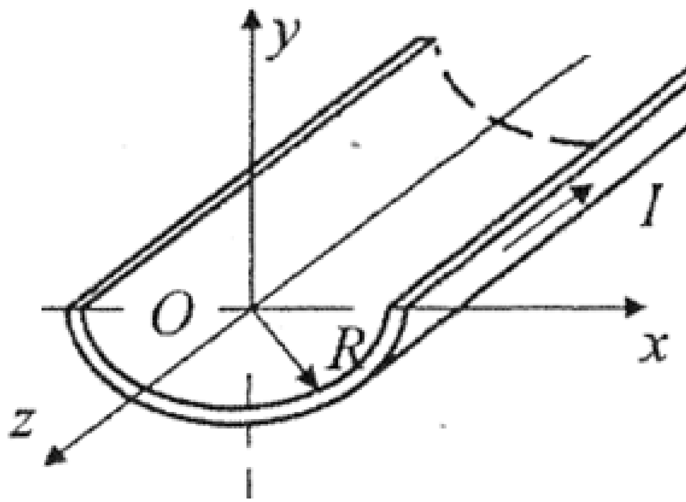
Séance 7	2 heures	(7.5.1, 7.5.2, 7.5.3, 7.5.4)

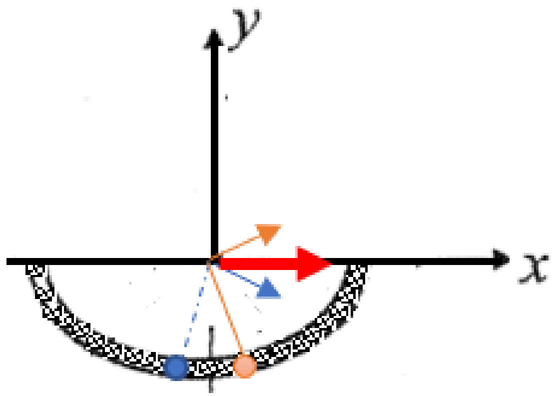
7.5.2 Une feuille conductrice courbe

Une feuille conductrice ayant la forme d'un demi-cylindre de rayon R et de longueur infinie porte un courant total I distribué uniformément. Calculer la densité de flux magnétique $\vec{B}$ en un point O sur l'axe du demi-cylindre. Le milieu est le vide.



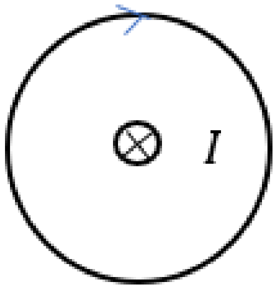
Feuille conductrice courbe de forme d'un demi-cylindre de rayon R par qui passe un courant qui entre dans la page. On néglige les effets de bord. Le problème est alors à deux dimensions; calcul $\vec{B}(0,0)$:





Le champ magnétique sera suivant x (la résultante suivant (Y) s'annule). Décomposer la feuille en une infinité de fils de longueur infinie, transportant chacun un courant dI. Sommer ensuite les courants dI. Théorème d'Ampère pour un fil infini parcouru par un courant I :

$$\oint \vec{H}.d\vec{l} = I \rightarrow H\ 2\pi\rho = I \rightarrow H = \frac{I}{2\pi\rho}$$



De même pour un élément de courant dI : $dH = \dfrac{dI}{2\pi\rho}$

La distance au fil ρ ici c'est R.

Le champ total produit par la feuille est donc : $(symétrie)$

$$\vec{H} = \int d\vec{H} = 2\int d\vec{H}\,'$$

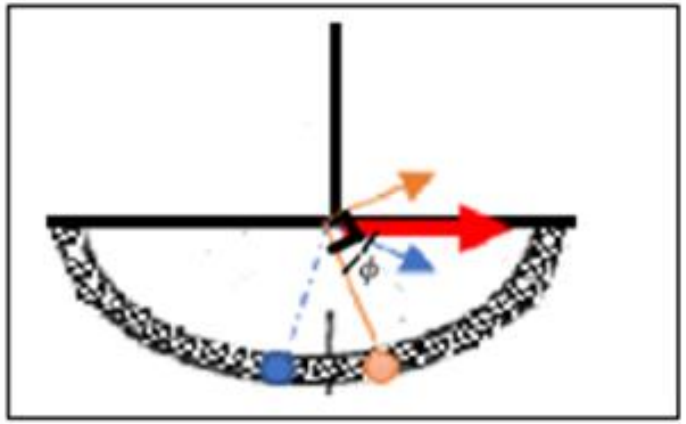
$$\vec{H} = 2\int \frac{dI}{2\pi R}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\phi\right)\hat{\phi} = \int \frac{dI}{\pi R}\sin(\phi)\,\hat{\phi}$$

$$J = \frac{dI}{dl} = \frac{dI}{Rd\phi} = \frac{I}{2\pi R} \Longrightarrow dI = \frac{RId\phi}{2\pi\, R} = \frac{Id\phi}{2\pi}$$

$$\vec{H} = \int \frac{I\,d\phi}{4\pi^2 R}\sin(\phi)\,\hat{x}$$

$$\vec{H} = \int_0^{\pi} \frac{I\,d\phi}{2\pi^2 R}\sin(\phi)\,\hat{x} = \frac{I}{\pi^2 R}\hat{x}$$

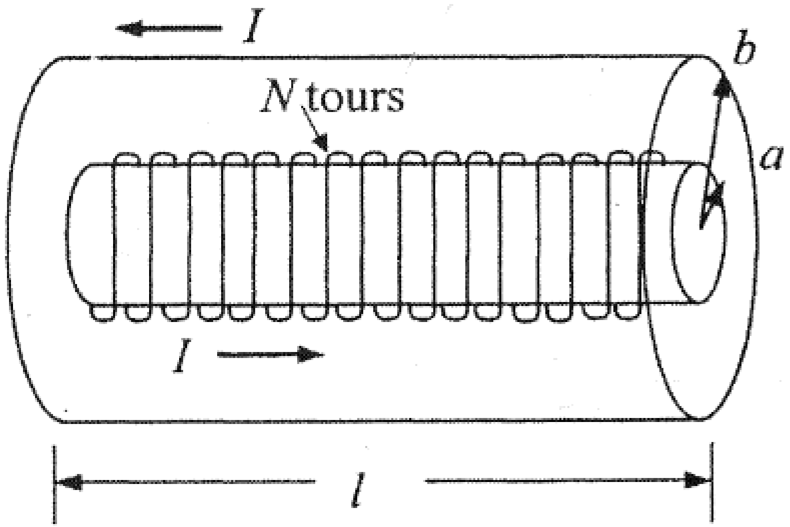
$$\vec{B} = \mu_0\vec{H} = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\hat{x}$$



Séance 7	2 heures	(7.5.1, 7.5.2, 7.5.3, 7.5.4)

7.5.3 Ligne à délai

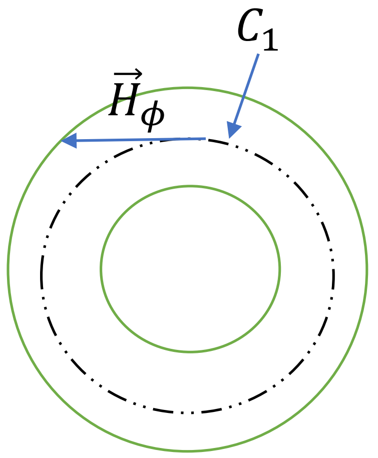
Une ligne à délai est semblable à un câble coaxial, sauf que le conducteur central est remplacé par un solénoïde très long, ce qui ralenti la propagation de l'onde électromagnétique dans la ligne. Considérons une ligne ayant une longueur l : le solénoïde central comporte N tours enroulés autour d'un manchon ayant un rayon a; la gaine externe possède un rayon b (l>>b). Un courant I parcourt le solénoïde de gauche vers la droite, tandis que le même courant I revient vers la gauche en circulant uniformément sur la gaine. Note : on considère que les matériaux ont des perméabilités semblables à celle du vide.

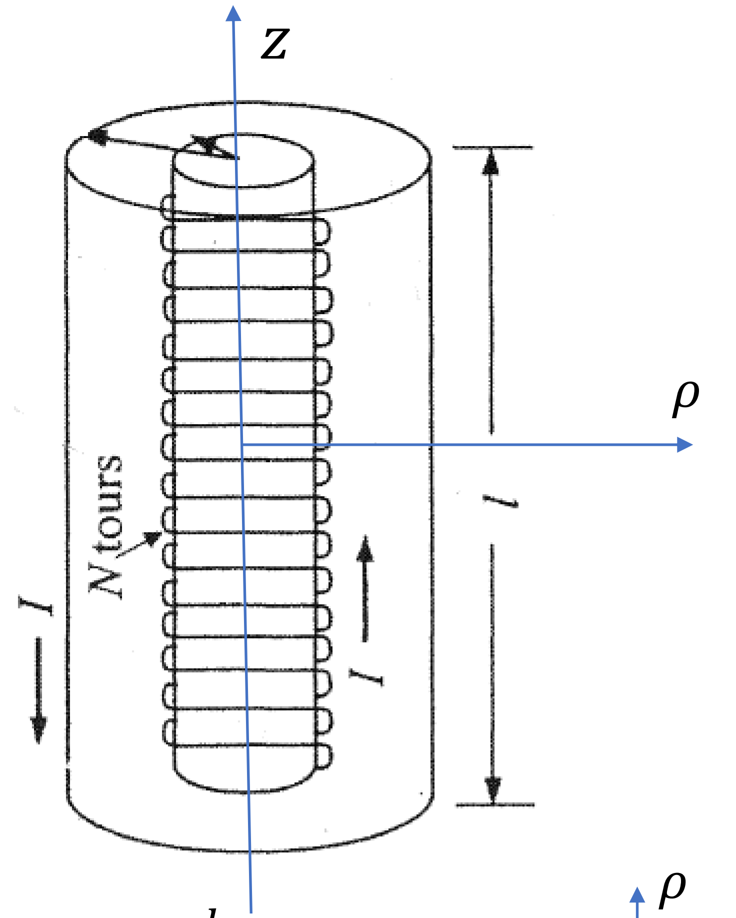


a) Calculer la densité de flux magnétique partout à l'intérieur de la ligne.

b) Quel est le flux magnétique total à l'intérieur de la ligne.

1) Composantes du champ magnétique en ϕ:



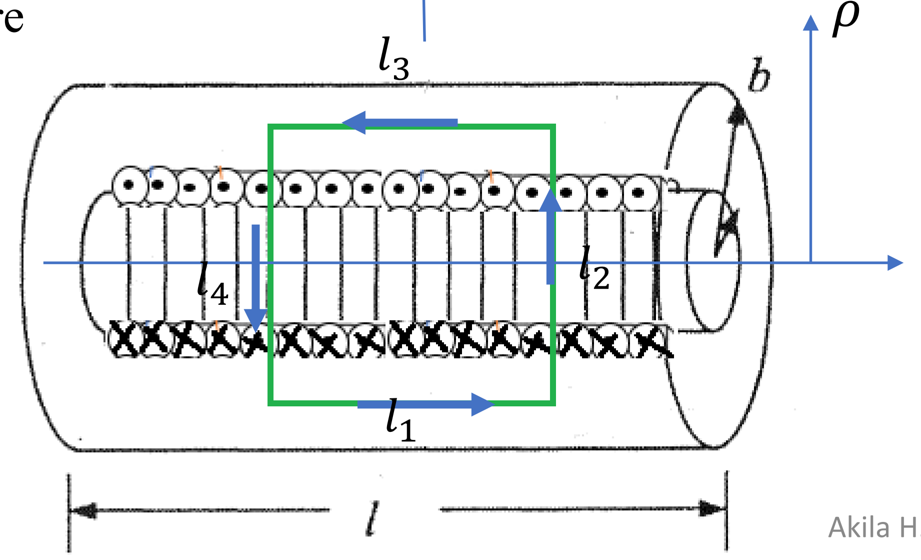


Théorème d'Ampère:

$$\oint_{C1} \vec{H}.d\vec{l} = I_{int} \Longrightarrow H_\phi.2\pi\rho = I_{int}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} H_\phi(\rho) = \dfrac{I_{int}}{2\pi\rho} = 0 \quad pour \quad \rho < a \\ H_\phi(\rho) = \dfrac{I}{2\pi\rho} \quad pour \;\; a < \rho < b \\ H_\phi(\rho) = \dfrac{I - I}{2\pi\rho} = 0 \quad pour \quad \rho > b \end{cases}$$

2) Composantes du champ magnétique en z: parcours d'intégration rectangulaire



$\rho > a$:

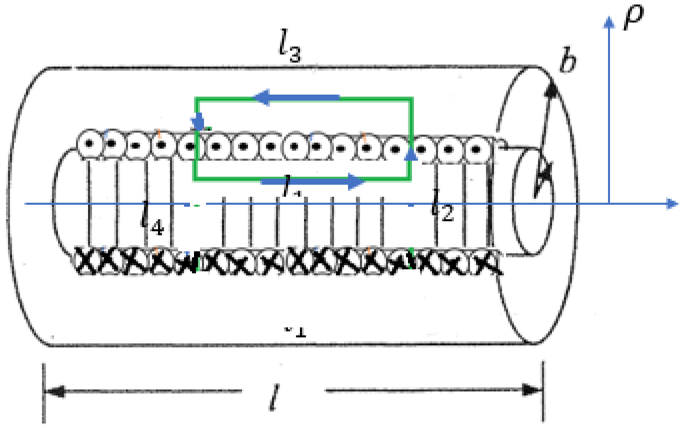
$$\oint_{C1} \vec{H}.d\vec{l} = \int_{l1} \vec{H}.d\vec{l} + \int_{l2} \vec{H}.d\vec{l} + \int_{l3} \vec{H}.d\vec{l} + \int_{l4} \vec{H}.d\vec{l} = I_{int}$$

$$\oint_{C1} \vec{H}.d\vec{l} = H_1\,\Delta z + 0 - H_3\,\Delta z + 0 = 0 \Longrightarrow H_1 = H_3$$

Les parties (1) et (3) sont à l'intérieur du solénoïde à des rayons différents .

$$H_1 = H_3 = 0 \ (LES\ LIGNES\ SE\ REFERMENT\ A\ L'ÉXTERIEUR)$$

$\boldsymbol{\rho < a}$**:**



$$\oint_{C1} \vec{H}.d\vec{l} = \int_{l1} \vec{H}.d\vec{l} + \int_{l2} \vec{H}.d\vec{l} + \int_{l3} \vec{H}.d\vec{l} + \int_{l4} \vec{H}.d\vec{l} = I_{int} = NI$$

$$\oint_{C1} \vec{H}.d\vec{l} = H\ \Delta z + 0 - 0 + 0 = NI = n\Delta z\ I = \frac{N}{L}\Delta z\ I = H\Delta z \Longrightarrow \quad H_z(\rho) = \frac{N}{L} I$$

Finalement:

$$\vec{B} = \begin{cases} \mu_o \dfrac{N}{L} I\ \hat{\phi} & pour \quad \boldsymbol{\rho < a} \\ \mu_o \dfrac{I}{2\pi\rho} & pour \quad \boldsymbol{\rho > a} \\ 0 & pour \quad \boldsymbol{\rho} > b \end{cases}$$

Flux magnétique:

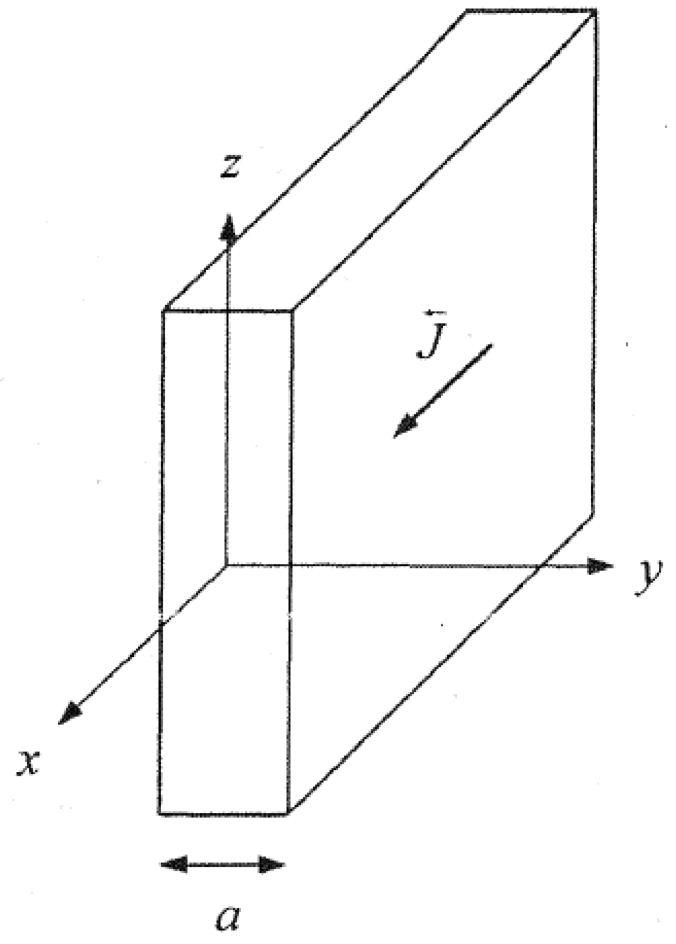
$$\emptyset = \begin{cases} pour \quad \boldsymbol{\rho < a}: \ \emptyset = \iint \vec{B}.d\vec{S} = \iint \mu_o \dfrac{N}{L} I\ dS = \mu_o \dfrac{N}{L} I\ \pi a^2 \\ pour \quad \boldsymbol{a < \rho} < b: \ \emptyset = \iint \vec{B}.d\vec{S} = \displaystyle\int_a^b \int_0^l \mu_o \dfrac{I}{2\pi\rho} d\rho\ d\phi = \dfrac{\mu_o l\ \boldsymbol{I}}{2\pi} ln\left(\dfrac{b}{a}\right) \end{cases}$$

$$\emptyset_T = \mu_o \frac{N}{L} I\ \pi a^2 + \frac{\mu_o l\ \boldsymbol{I}}{2\pi} ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Séance 7	**2** heures	(7.5.1, 7.5.2, 7.5.3, 7.5.4)

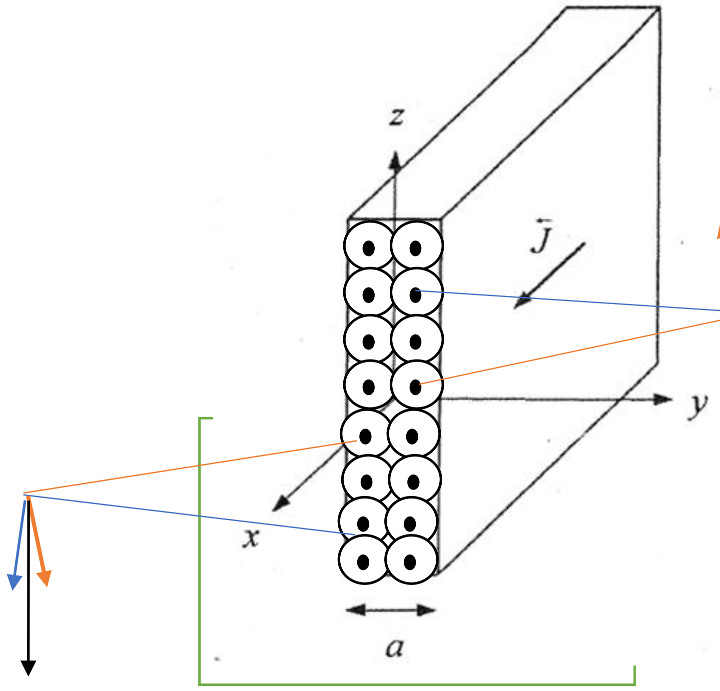
7.5.4 Couche conductrice infinie

Un bloc de matériau conducteur d'épaisseur a est traversé par un courant ayant une densité uniforme $\vec{J}=J_x\hat{x}$. La perméabilité du conducteur et celle du diélectrique qui l'entoure est semblable à celle du vide. On considère que la hauteur et la longueur du bloc sont infinies. Trouvez l'intensité du champ magnétique en tout point de l'espace en utilisant un système de coordonnées centré au milieu du bloc.



1) Composantes du champ magnétique:

- Pas de composante suivant x car $\vec{J}$ est orienté selon x
- La symétrie en z annule les composants en y .

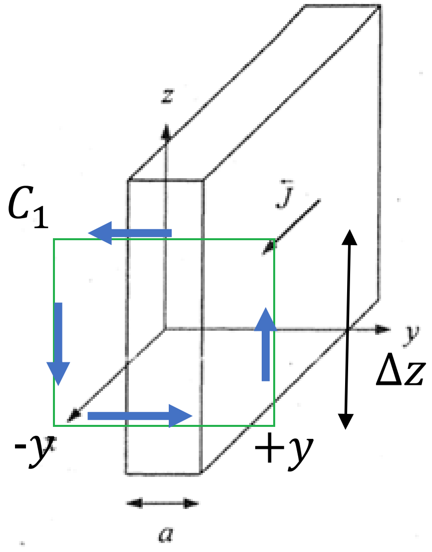


2) Champ magnétique à l'extérieur $|\boldsymbol{y}| > \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}}$:

Théorème d'Ampère

$$\oint_{C1} \vec{H}.d\vec{l} = I_{int} \Longrightarrow 2\, H_Z(y).\Delta z = J_x(\Delta z\; a)$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{H_Z(y) = \frac{J_x a}{2}}$$



2) Champ magnétique à l'intérieur $|\boldsymbol{y}| < \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}}$:

$$2\, H_Z(y).\Delta z = J_x(\Delta z\; 2y)$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{H_Z(y) = J_x y}$$