



POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

PHS1102
CHAMPS ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Devoir

Alexandre Dorais (1846642)
Gabriel-Andrew Pollo-Guilbert (1837776)

Remis à
Raouafi HAYKEL

3 mars 2017

1 Esquisse du champ électrique

Sur l'esquisse du champ électrique en annexe, les lignes équipotentielles ont été dessinées en orange, et les lignes de courant, en bleu.

En remarquant la symétrie du problème, nous n'avons fait le dessin que pour la moitié gauche du transistor. Nous comptons dans cette moitié 13 cellules en série. Nous comptons aussi environ 7 cellules en parallèle, en tenant compte de la rangée de cellules pas tout à fait rectangulaires sur le contour du transistor. Il faut évidemment multiplier le nombre de cellules en série par 2, pour tenir compte de la partie symétrique.

La formule permettant de calculer la résistance totale du transistor est

$$R_{tot} = \frac{N_S}{N_P} \cdot \frac{1}{\sigma e},$$

où N_S correspond au nombre de cellules en série, N_P au nombre de cellules en parallèle, σ à la conductivité du matériau, et e à l'épaisseur du transistor.

Or, la conductivité ne nous est pas donnée, mais nous savons que $\sigma = 1/\rho$, où ρ est la résistivité du matériau. Dans ce cas, la formule de résistance totale est

$$R_{tot} = \frac{N_S}{N_P} \cdot \frac{\rho}{e}. \quad (1)$$

Nous avons $e = 40 \mu\text{m}$ et $\rho = 0,06 \Omega \text{cm}$ ou encore $\rho = 600 \Omega \mu\text{m}$. Nous avons aussi trouvé sur notre dessin $N_S = 2 \cdot 13 = 26$ et $N_P = 7$. Nous obtenons donc la résistance entre la source et le drain, avec la formule (1),

$$R_1 = \frac{26}{7} \cdot \frac{600}{40} = 55,7 \Omega.$$

2 Résolution de l'équation de Laplace

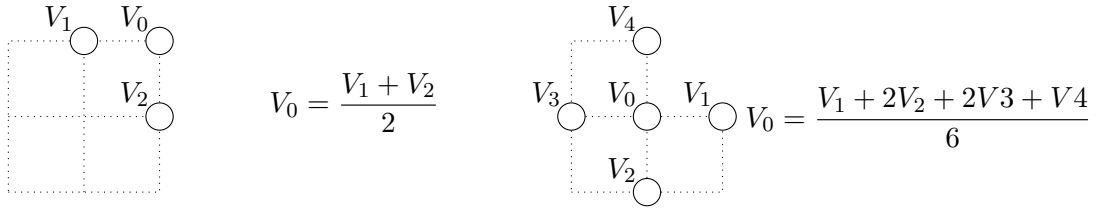
Pour calculer numériquement la distribution du potentiel de ce transistor à effet de champ, l'équation de Laplace fut résolue par différence finie. Premièrement, la région est discrétisée en plusieurs carrées de taille fixe. Dans notre calcul, une matrice de 13×17 carrées fut utilisée pour calculer le potentiel.

Ensuite, on marque chaque cellule en fonction des conditions aux frontières qu'elle doit supporter, soit une condition de Neumann ou de Dirichlet. Dans notre cas, nous avons une source de 5 carrées de 150 mV et 5 autres carrées de -150 mV avec des potentiels constants. Aussi, il y a deux zones de déplétions 5×3 où la dérivée normale est nulle.

À chaque itérations, une des 4 formules suivantes est appliquée à une cellule en fonction des conditions de Neumann des cellules adjacentes.

$$V_0 = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{4}$$

$$V_0 = \frac{2V_1 + V_2 + V_3}{4}$$



La table 1 suivante montre les résultats obtenues de la résolution de l'équation de Laplace avec une tolérance de 0,01 mV. On peut y voir les conditions de Dirichlet en haut, ainsi que les zones de déplétions.¹

TABLE 1 – Résultats de la simulation de l'équation de Laplace (mV±0.01)

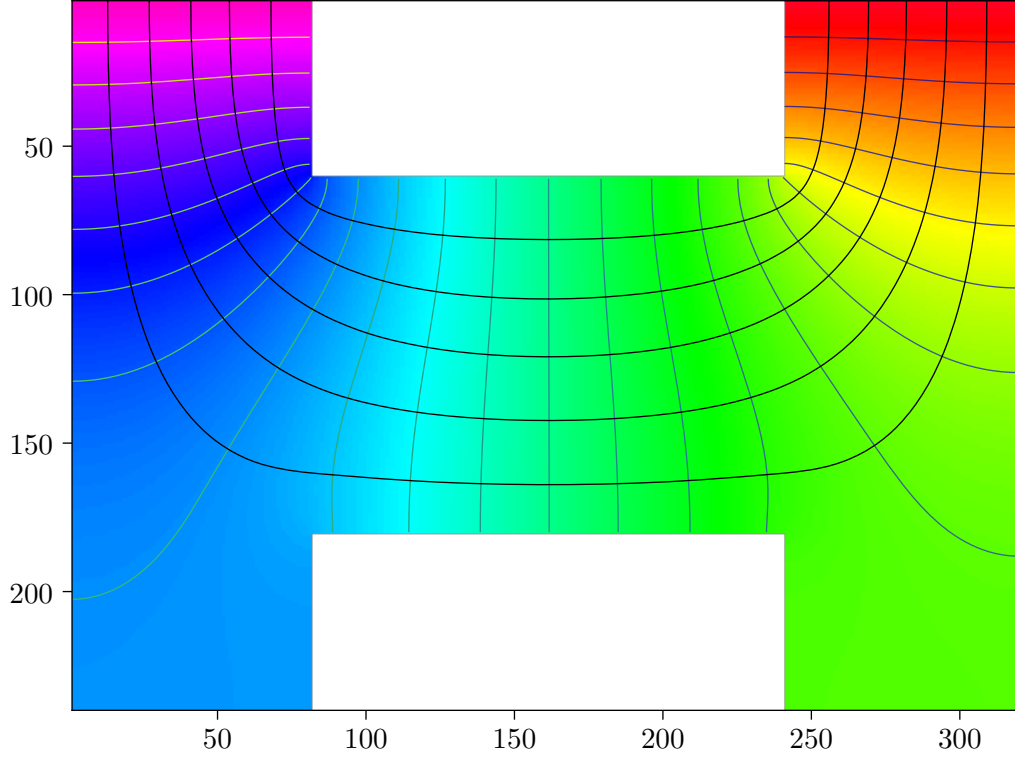
150,00	150,00	150,00	150,00	150,00	—	—	—	—	—	—	—	—150,00	—150,00	—150,00	—150,00	—150,00
132,29	131,97	131,05	129,76	128,84	—	—	—	—	—	—	—	—128,64	—129,56	—130,86	—131,79	—132,12
115,23	114,54	112,46	109,15	105,84	—	—	—	—	—	—	—	—105,42	—108,76	—112,09	—114,19	—114,89
99,56	98,49	95,10	88,55	76,21	49,70	31,19	15,39	0,49	—14,42	—30,27	—48,87	—75,54	—87,98	—94,57	—97,99	—99,06
86,02	84,78	80,89	73,75	62,30	45,70	29,84	14,93	0,49	—13,96	—28,91	—44,83	—61,52	—73,04	—80,22	—84,14	—85,39
74,96	73,73	69,92	63,28	53,53	40,96	27,53	14,00	0,50	—13,01	—26,57	—40,04	—52,67	—62,47	—69,14	—72,97	—74,22
66,38	65,25	61,80	55,92	47,58	37,07	25,34	13,03	0,51	—12,02	—24,35	—36,11	—46,65	—55,03	—60,93	—64,40	—65,54
60,07	59,09	56,11	51,04	43,79	34,41	23,70	12,27	0,52	—11,24	—22,69	—33,42	—42,81	—50,08	—55,17	—58,17	—59,16
55,73	54,93	52,50	48,33	42,12	33,09	22,80	11,82	0,52	—10,78	—21,76	—32,06	—41,11	—47,33	—51,51	—53,96	—54,76
53,01	52,41	50,64	47,68	43,29	33,01	22,57	11,68	0,52	—10,64	—21,53	—31,98	—42,26	—46,64	—49,62	—51,40	—51,99
51,47	51,08	49,98	48,44	47,15	—	—	—	—	—	—	—	—46,09	—47,38	—48,93	—50,04	—50,43
50,73	50,47	49,78	48,94	48,45	—	—	—	—	—	—	—	—47,37	—47,86	—48,71	—49,41	—49,67
50,51	50,30	49,74	49,10	48,77	—	—	—	—	—	—	—	—47,69	—48,02	—48,67	—49,23	—49,45

La figure 1 suivante représente le même calcul que les cellules plus haut, mais avec une résolution de 320×240 et une tolérance de 0,001 mV. Le code source du programme est disponible à partir du répertoire *git* suivant <https://github.com/TheNiceGuy/laplace>.

Les équipotentielles furent dessinées avec *matplotlib*[1] et les lignes de potentiel calculées à partir du gradient des données calculées. Le code source permettant de générer cette image est aussi disponible dans le même répertoire.

1. les cellules sont indexées à partir du coin en haut à gauche à partir de $i = 0$ et $j = 0$

FIGURE 1 – Résolution de l'équation de Laplace avec une plus grande précision



3 Calcul de la résistance numériquement

La densité de courant \vec{J} en un point est proportionnelle au champ électrique \vec{E} selon

$$\vec{J} = \sigma \vec{E},$$

où $\sigma = 1/\rho$ est la conductivité avec ρ la résistivité du matériau. On estime que la direction du champ électrique pointe totalement selon les y , alors E est donné avec le potentiel calculé numériquement, soit

$$E \approx E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \approx \frac{\Delta V}{\Delta y}.$$

Les composantes du champ électrique E_y sous la ligne de potentiel constant de 150 mV sont montrées à la table 2 avec $\rho = 0,06 \Omega \text{ cm}$ et $\Delta y = 0,04 \mu\text{m}$.

TABLE 2 – E et J entre $j = 1$ et $j = 0$, $i < 5$

i	0	1	2	3	4
E (V/mm \pm 0.02)	442,72	450,80	473,86	506,04	529,00
J (A/mm ² \pm 0.02)	737,87	751,33	789,76	843,40	881,67

Le courant I traversant le transistor est donné par

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S},$$

où S est une surface par laquelle toutes les charges électriques passent. On peut discrétiser la surface sous la source en 4 petits carrés d'aires $A = e\Delta x$, où e est la profondeur du transistor et Δx la distance entre deux potentiels discrets. Par conséquent, le courant est estimé par

$$I = \sum_{i=0}^4 \vec{J}_i \cdot \vec{A} = \sum_{i=0}^4 J_i e \Delta x \approx 5,11 \text{ mA},$$

où $\Delta x = 0,04 \mu\text{m}$ et $e = 40 \mu\text{m}$. Avec une différence de potentiel de 300 mV entre la source et le drain, on obtient une résistance de

$$R_2 = \frac{\Delta V}{I} \approx 58,70 \Omega.$$

L'écart relatif entre R_1 et R_2 est d'environ 5,1 %. Cette différence est très acceptable, et provient du fait que la résistance R_1 a été calculée à partir d'un dessin approximatif, dont les cellules sur le contour ne sont pas exactement carrées. Cela explique d'où vient l'écart, et pourquoi R_1 n'est pas aussi fiable que la valeur R_2 , qui a été calculée numériquement.

Références

- [1] J. D. HUNTER. « Matplotlib : A 2D graphics environment ». In : *Computing In Science & Engineering* 9.3 (2007), p. 90–95. DOI : 10.1109/MCSE.2007.55.