

Table of Contents

1. Introduction	2
2. Méthodologie expérimentale.....	2
a. Manipulations :.....	3
i. Réglages préliminaires	3
ii. Méthode directe.....	3
iii. Méthode comparative	4
iv. Capacité théorique.....	5
v. Permittivité.....	5
3. Présentation des résultats	5
4. Discussion	8
5. Conclusion.....	13
6. Annexe: Calculs d'incertitudes	14
7. Bibliographie	17

1. Introduction

Un condensateur est composé de deux conducteurs isolés l'un de l'autre par un matériau diélectrique. Les matériaux diélectriques sont utilisés pour isoler des conducteurs et aussi pour stocker de l'énergie. La permittivité représente une caractéristique macroscopique fondamentale des matériaux qui décrit la réponse du matériau donné à un champ électrique appliqué.

Plusieurs méthodes de mesure de la capacité d'un condensateur existent. À la place d'utiliser le capacimètre intégré à un multimètre moderne, il serait intéressant de comparer la méthode directe, utilisant un voltmètre et un ampèremètre à la méthode comparative, utilisant seulement un ampèremètre afin d'établir leur cas d'utilisation optimale ainsi que leurs avantages et désavantages respectif. Enfin, basé sur nos mesures de la permittivité et de leur intervalle de confiance, nous tenterons d'identifier les matériaux testés.

Il s'agira dans ce laboratoire de comparer deux méthodes de mesure de la capacité d'un condensateur et d'identifier les matériaux diélectriques étudiés à l'aide de leur permittivité.

2. Méthodologie expérimentale

Tout d'abord, voici une liste du matériel et des appareils qu'on devra utiliser durant les manipulations expérimentales de ce laboratoire. Le fonctionnement des appareils peut être trouvé sur le site de Moodle, sur la page PHS1102. Plus précisément, des capsules vidéo sont disponibles sur cette plateforme et elles expliquent leur fonctionnement et la façon de les manipuler. Ensuite, le manuel de laboratoire procure des informations importantes quant à la précision de ces instruments de mesure. Il sera donc important de consulter les pages mises entre parenthèses (voir ci-dessous).

Liste du matériel et des appareils utilisés :

- Voltmètre DM-351 (*voir page 51*)
- Ampèremètre DM-8034 (*voir page 54*)
- Générateur de fonction FG2A (*voir page 59*)
- Oscilloscope GDS-1102A-U (*voir page 61*)
- Condensateur à écartement variable
- Plaquette avec la résistance $R = 100 \pm 2 \text{ k}\Omega$
- 3 matériaux diélectriques (A, B et C)
- Micromètre et mètre à mesurer

a. Manipulations :

i. Réglages préliminaires

Les réglages de l'oscilloscope ainsi que du générateur de fonction doivent être fait avant de prendre les mesures des capacités des différents matériaux. En effet, pour ce faire, il faut se référer au manuel de laboratoire à la page 20, aux pages 64-65. La fréquence de l'onde sinusoïdale d'entrée sera de 800 Hz pour les deux méthodes qu'on comparera.

ii. Méthode directe

La méthode directe est semblable à la méthode pour mesurer une résistance. Plutôt que de prendre une résistance, on choisit un condensateur inconnu C et on choisit de prendre une source d'excitation AC plutôt que DC. Ci-dessous, on trouve un schéma du montage à réaliser.

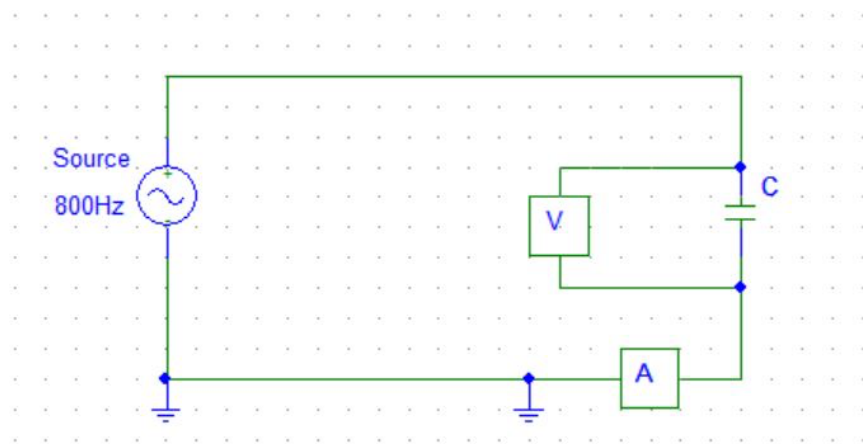


Schéma 1. Schéma de montage pour la méthode directe

Légende : V = Voltmètre et A = Ampèremètre

À l'aide du montage du schéma 1, on mesure la tension V aux bornes du condensateur C et on mesure l'intensité du courant I avec l'ampèremètre. Ces mesures permettront de calculer la capacité du condensateur inconnu. N'oublions pas aussi que $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$. On a donc la formule suivante :

$$V = Z \times I = \frac{I}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{I}{\omega V} \Rightarrow C = \frac{IT}{2\pi V}$$

NB : Le condensateur dans le schéma 1 devra être traité de manière très délicate et on devra suivre les instructions de la page 21 du guide de laboratoire [2] afin de bien y insérer le matériau

diélectrique. De plus, il sera important de changer le diélectrique entre les armatures du condensateur entre chaque mesure de la capacité (pour les matériaux A, B, C et air).

iii. Méthode comparative

La méthode comparative consiste à calculer la capacité du condensateur inconnu simplement avec un ampèremètre alternatif. Ci-dessous, on retrouve un schéma du montage à réaliser.

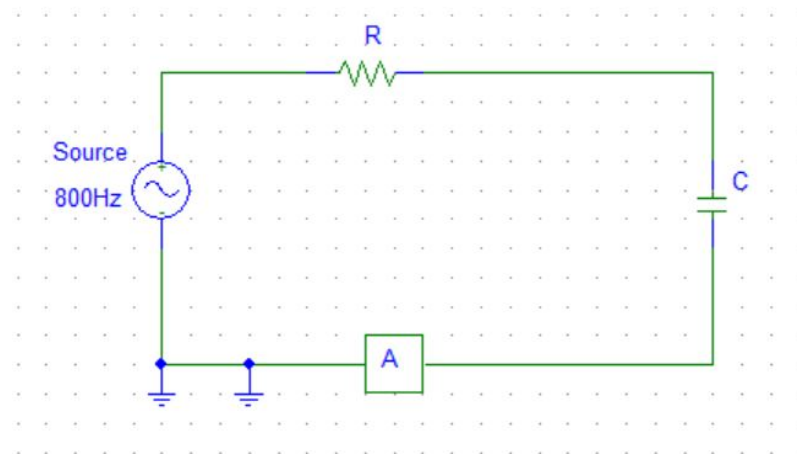


Schéma 2. Schéma de montage pour la méthode comparative

Légende : A = Ampèremètre

C= Condensateur

R= Résistance

À l'aide du montage du schéma 2, on court-circuite le condensateur C et on mesure I_0 à l'aide de l'ampèremètre alternatif. Ensuite, on enlève le court-circuit et on mesure la nouvelle valeur de l'intensité du courant I . Ces mesures permettront de calculer la capacité du condensateur inconnu. N'oublions pas aussi que $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$. À partir des équations suivantes :

$$I = C \times \frac{dV}{dt} \quad \text{et} \quad I_0 = \frac{V}{R}, \text{ on obtient :}$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + 1/C^2\omega^2}} = \frac{RI_0}{\sqrt{R^2 + 1/C^2\omega^2}} \Rightarrow C = \frac{1}{R\omega\sqrt{(I_0/I)^2 - 1}} = \frac{T}{2\pi R\sqrt{(I_0/I)^2 - 1}}$$

NB : Le condensateur du schéma 2 devra être traité de manière très délicate et on devra suivre les instructions de la page 21 du guide de laboratoire [2] afin de bien y insérer le matériau diélectrique. De plus, il sera important de changer le diélectrique entre les armatures du condensateur entre chaque mesure de la capacité (pour les matériaux A, B, C et air).

iv. Capacité théorique

La capacité théorique servira à analyser et faire la comparaison entre la méthode directe et la méthode comparative. En effet, elle servira de valeur de référence selon laquelle on pourra déterminer la méthode la plus précise, donc celle étant la plus efficace entre les deux méthodes proposées. Le matériau diélectrique qui sera en jeu dans cette comparaison sera l'air, puisqu'on connaît déjà sa permittivité relative.

On devra mesurer le diamètre D des armatures avec le mètre ainsi que mesurer l'épaisseur d des espaceurs du condensateur à air avec le micromètre. Avec ces mesures, on pourra calculer C_{th} à l'aide de la formule suivante :

$$C_{th} = \frac{\varepsilon(r) \times \varepsilon(0) \times A}{d} = \frac{\varepsilon(r) \times \varepsilon(0) \times (\pi (\frac{D}{2})^2)}{d}$$

v. Permittivité

La permittivité des trois matériaux A, B et C sera calculé à partir de la même formule que celle ci-dessus. La seule chose qui différera sera la capacité et l'épaisseur associé au matériau en question.

On devra mesurer le diamètre D des armatures avec le mètre ainsi que mesurer l'épaisseur d des espaceurs du condensateur à air avec le micromètre (pour chaque matériau).

Techniquement, D sera le même pour les trois matériaux puisqu'on manipule le même condensateur à écartement variable.

$$C = \frac{\varepsilon(r) \times \varepsilon(0) \times A}{d} = \frac{\varepsilon(r) \times \varepsilon(0) \times (\pi (\frac{D}{2})^2)}{d} \Rightarrow \varepsilon(r) = \frac{4Cd}{\varepsilon(0)\pi D^2}$$

3. Présentation des résultats

Nous avons commencé par mesurer la période et son incertitude. Cette mesure sera utile pour nos calculs de la capacité.

T (ms)	$\pm \Delta T$ (ms)
1.25	0.05

Tableau I.1.a : Mesure de la période

Nous Il a fallu également mesurer la résistance et son incertitude présenté dans le tableau suivant:

R (k ohm)	$\pm \Delta R$ (k ohm)
100	2

Tableau I.1.b : Mesure de la résistance

Grâce au tableau précédent, nous avons pu compléter le prochain tableau qui présente les mesures de courant et tension pour les différents matériaux ainsi que le calcul de la capacité suivant la méthode directe. Nous avons établi la gamme de l'ampèremètre à $200\mu A$ et celle du voltmètre à 20V. D'après le tableau 7.8 du cahier de laboratoire [2], l'incertitude de la mesure de l'intensité du courant est de $1\% \cdot L + 4d$. L'incertitude de la mesure de la tension du courant est de $1.2\% \cdot L + 3d$ basé sur le tableau 7.2 du cahier de laboratoire [2].

Matériaux	I (μA)	$\pm \Delta I$ (μA)	V (V)	$\pm \Delta V$ (V)	C (nF)	ΔC (nF)	Résolution d (μA)	Résolution d (V)
A	184.9	2.2	7.05	0.11	5.22	0.36	0.1	0.01
B	111.1	1.5	7.05	0.11	3.14	0.22	0.1	0.01
C	15.8	0.6	7.05	0.11	0.45	0.04	0.1	0.01
Air	17.1	0.6	7.05	0.11	0.48	0.04	0.1	0.01

Tableau I.2.a : Mesure de capacité avec la méthode directe

Le tableau I.2.b présente les mesures de courant pour les différents matériaux ainsi que le calcul de la capacité suivant la méthode comparative. D'après le tableau 7.8 du cahier de laboratoire [2], l'incertitude de la mesure de l'intensité du courant est de $1\% \cdot L + 4d$.

Matériaux	I (μA)	$\pm \Delta I$ (μA)	I_0 (μA)	$\pm \Delta I_0$ (μA)	C (nF)	ΔC (nF)	Résolution d (μA)	Résolution d (μA)
A	63.6	1.0	69.9	1.1	4.36	1.07	0.1	0.1
B	56.7	1.0	69.9	1.1	2.76	0.43	0.1	0.1
C	14.8	0.5	69.9	1.1	0.43	0.05	0.1	0.1
Air	16.1	0.6	69.9	1.1	0.47	0.05	0.1	0.1

Tableau I.2.b : Mesure de capacité avec la méthode comparative

Le tableau I.2.c présente la capacité théorique d'un condensateur à air en utilisant les dimensions de ce dernier pour en calculer la capacité.

Matériaux	d (mm)	$\pm \Delta d$ (mm)	D (mm)	ΔD (mm)	C (nF)	ΔC (nF)
Air	0.84	0.01	226	1	0.42	0.01

Tableau I.2.c : Mesure de capacité théorique de l'air

Le tableau I.3 présente les calculs de permittivité relative des différents matériaux suivant les capacités calculées et les dimensions mesurées.

Matériaux	C (nF)	$\pm \Delta C$ (nF)	d (mm)	$\pm \Delta d$ (mm)	D (mm)	$\pm \Delta D$ (mm)	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$
A	4.36	1.07	0.11	0.01	226.0	1.0	1.4	0.5
B	2.76	0.43	0.26	0.01	226.0	1.0	2.0	0.4
C	0.43	0.05	2.88	0.01	226.0	1.0	3.5	0.4
Air	0.47	0.05	0.84	0.01	226.0	1.0	1.1	0.1

Tableau I.3 : Mesure de permittivité relative

Le tableau I.8 présente nos déductions des matériaux diélectriques testés basés sur le tableau des permittivités relatives du cahier de laboratoire [2] et wikipedia [3].

Matériaux	Identification basée sur les sources [2] et [3]
A	Isolant de câble de téléphone
B	Teflon
C	Mylar
	Papier Kraft (imprégné d'huile)
	Plexiglas (PMMA)

	Bakélite (PF)
Air	Air

Tableau I.8 : Identification des matériaux diélectriques

4. Discussion

C'est en mesurant la capacité de condensateurs avec différents matériaux diélectriques inconnus que nous avons été capable de les identifier. Nous avons utilisé deux méthodes pour mesurer la capacité qui offrent chacune des avantages et des inconvénients.

La méthode directe semble être plus précise étant donné des variations de la capacité (ΔC) calculées plus faibles, mais sa mesure nécessite l'utilisation de deux instruments, soit un voltmètre et un ampèremètre ce qui rajoute des erreurs possibles de manipulation humaine.

Matériaux	C (nF)	$\pm \Delta C$ (nF)	d (mm)	$\pm \Delta d$ (mm)	D (mm)	$\pm \Delta D$ (mm)	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$
A	5.22	0.36	0.11	0.01	226.0	1.0	1.6	0.3
B	3.14	0.22	0.26	0.01	226.0	1.0	2.3	0.3
C	0.45	0.04	2.88	0.01	226.0	1.0	3.6	0.4
Air	0.48	0.04	0.84	0.01	226.0	1.0	1.1	0.1

Tableau I.4 : Mesure de permittivité relative en utilisant les valeurs de la méthode directe

La méthode comparative permet de calculer la capacité seulement à l'aide d'un ampèremètre. Cette méthode offre une moins bonne précision, car les variations de la capacité (ΔC) calculées sont plus élevées.

Matériaux	C (nF)	$\pm \Delta C$ (nF)	d (mm)	$\pm \Delta d$ (mm)	D (mm)	$\pm \Delta D$ (mm)	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$
A	4.36	1.07	0.11	0.01	226.0	1.0	1.4	0.5
B	2.76	0.43	0.26	0.01	226.0	1.0	2.0	0.4

C	0.43	0.05	2.88	0.01	226.0	1.0	3.5	0.4
Air	0.47	0.05	0.84	0.01	226.0	1.0	1.1	0.1

Tableau I.3 : Mesure de permittivité relative en utilisant les valeurs de la méthode comparative

Toutefois, c'est la méthode que nous avons retenue pour calculer la permittivité des matériaux à identifier car nos mesures de la capacité du condensateur à air et de la permittivité de l'air mesurés était plus proche des mesures de la capacité théorique d'un condensateur à air et de la permittivité de l'air.

			Chiffres significatifs incorrectes		Chiffre significatifs correctes	
Capacité Air	C (nF)	$\pm \Delta C$ (nF)	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$
Théorique	0.42	0.01	1.0006	0.0371	1.00	0.04
Méthode direct	0.48	0.04	1.1417	0.126	1.14	0.13
Méthode comparative	0.47	0.05	1.1142	0.1495	1.11	0.15

Tableau I.6: Comparaison des mesures de la capacité du condensateur à air et de la permittivité de l'air selon différentes méthodes

C'est une question pertinente de se demander lequel entre une incertitude relative et absolue devrait-on se baser pour choisir quelle méthode de mesure est la plus précise. Si nous devions nous basé sur l'incertitude relative la plus faible nous aurions pris la méthode directe mais si nous devions nous basé sur l'incertitude absolue la plus faible nous aurions pris la méthode comparative.

Capacité Air	C (nF)	$\pm \Delta C$ (nF)	Erreur relative en %	Erreur absolue (nF)	Erreur absolue en %	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$	Erreur relative en %	Erreur absolue (nF)	Erreur absolue en %
Théorique	0.42	0.01	2.38	-	-	1.00	0.04	3.71	-	-
Méthode direct	0.48	0.04	8.33	0.06	5.76	1.14	0.13	11.04	0.14	10.34

Méthode comparative	0.47	0.05	10.64	0.05	4.42	1.11	0.15	13.42	0.11	8.31
---------------------	------	------	-------	------	------	------	------	-------	------	------

Tableau I.7: Comparaison des erreurs relatives et absolues de nos mesures de la capacité du condensateur à air et de la permittivité de l'air

La précision étant le degré de proximité (ou reproductibilité) que l'on observe entre différentes mesures qui ont été obtenues par la même méthode. L'exactitude exprime la proximité entre un résultat et sa valeur réelle ou présumée telle. Cette notion nécessite la comparaison entre différentes méthodes.[1]

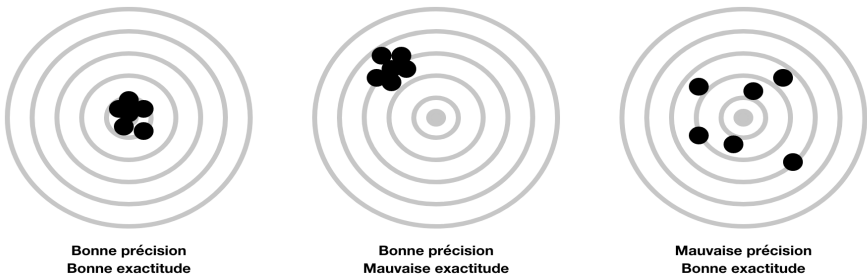
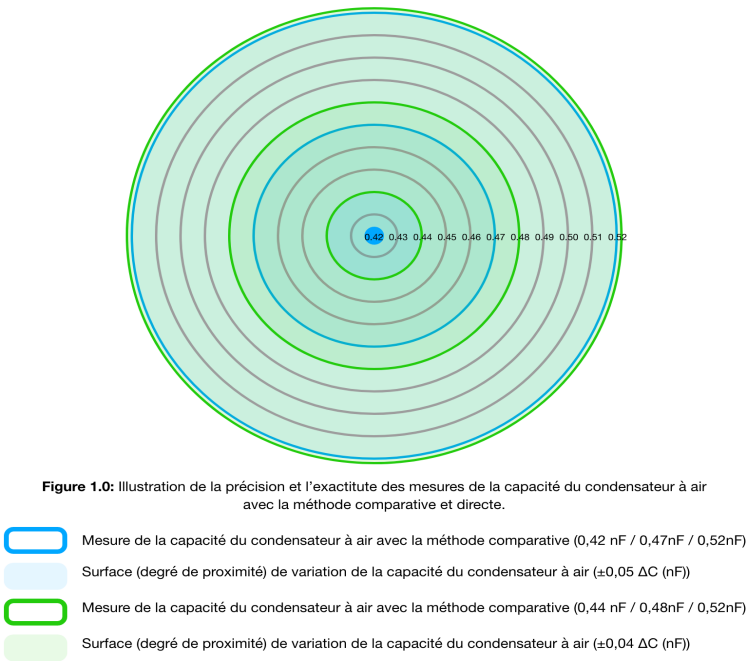


Figure 2.0: Illustration du concept de précision et exactitude

Voici une représentation graphique de la précision et l'exactitude de nos mesures pour la méthode comparative et directe.



Suite à l'analyse de la précision et de l'exactitude de nos mesures, nous avons décidé de baser notre choix des mesures à utiliser sur l'incertitude absolue car les deux méthodes de mesure de la capacité d'un condensateur présentent des incertitudes assez élevées (précisions) mais nous savons avec certitude que la capacité théorique de l'air correspond à la valeur que nous devrions atteindre (exactitude).

Le tableau I.1 de la permittivité relative de différents matériaux présenté dans le cahier de laboratoire de PHS1102 [2] nous permet de faire une première déduction des différents matériaux identifiés.

Matériau	Permittivité	Matériau	Permittivité
Vide	1,0	Quartz	3,75
Air	1,0006	Verre-Corning 0120	6,65
Teflon	2,04	Verre-Pyrex 7060	4,70
Polyéthylène	2,26	PMMA ("Plexiglas")	2,6 - 2,8
Polystyrène	2,55	NaCl	4,86
Mylar	3,22 - 4,3	KCl	5,9
Papier imprégné	4 -6	Mica	5,0
Mélatamine	6,0 - 6,9	Diamant	5,66
Eau	80	Dioxyde de titantium	100

Tableau I.1: Permittivité relative de différents matériaux [2]

Ci-dessous, notre première déduction des différents matériaux identifiés basés sur le tableau I.1:

	Méthode directe		Méthode comparative		Moyenne des méthodes		Basé sur le tableau I.1	Théorique
Matériaux	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$	Moy. ϵ_r	Moy. $\Delta \epsilon_r$	Déduction	ϵ_r
A	1.62	0.27	1.35	0.47	1.48	0.37	N/A	N/A
B	2.30	0.27	2.02	0.41	2.16	0.34	Teflon	2.04
C	3.62	0.38	3.50	0.45	3.56	0.41	Mylar	3.22 - 4.3
Air	1.14	0.13	1.11	0.15	1.13	0.14	Air	1.006

Pour déterminer le matériau A et confirmer nos déductions des autres matériaux nous avons fait davantage de recherche en ligne. Ainsi, basé sur ce tableau de permittivités relatives typiques compilé par Wikipedia de plusieurs sources:

Exemples de permittivités relatives typiques de quelques isolants, à basse fréquence

Matériau	Permittivité relative ϵ_r
vide	1
Air sec	1,0006
isolant de câble de téléphone	1,5
Teflon (PTFE)	2,1
huile de transformateur, paraffine, pétrole	2,2
papier	2,3
polystyrène (PS)	2,4
caoutchouc vulcanisé	2,7
Plexiglas (PMMA)	3,5
Papier Kraft (imprégné d'huile)	3,5 ²
Bakélite (PF)	3,6
marbre	4
isolant de câble pour courant fort	4,5
quartz	4,5
verre standard	5
mica	8
eau	78,5

Figure 3.0: Capture d'écran du tableau de permittivités relatives présentés sur Wikipedia: <https://fr.wikipedia.org/wiki/Permittivit%C3%A9> [3]

À la lumière de la Figure 3.0 [3] qui compile la permittivité relative de plusieurs matériaux, nous pouvons déduire d'autres matériaux présentés dans le tableau suivant:

	Méthode directe		Méthode comparative		Moyenne des méthodes		Basé sur le tableau I.1 et Figure 1.0	Théorique
Matériau x	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$	ϵ_r	$\Delta \epsilon_r$	Moy. ϵ_r	Moy. $\Delta \epsilon_r$	Déduction	ϵ_r
A	1.62	0.27	1.35	0.47	1.48	0.37	Isolant de cable de téléphone	N/A
B	2.30	0.27	2.02	0.41	2.16	0.34	Teflon	2.04
C	3.62	0.38	3.50	0.45	3.56	0.41	Mylar	3.22 - 4.3

							Papier Kraft (imprégné d'huile)	3.5
							Plexiglas (PMMA)	3.5
							Bakélite (PF)	3.6
Air	1.14	0.13	1.11	0.15	1.13	0.14	Air	1.006

Tableau I.8: Comparaison de la permittivité relative selon différentes méthodes de mesures et leurs correspondance en matériaux basés sur [2] et [3]

Comme on peut le voir, alors que pour les matériaux A et B nous pouvons déduire un matériau, nous sommes obligés de tenir compte de plusieurs déductions pour le matériau C, car nous n'avons pas pu manipuler celui-ci, ni observé sa rigidité, couleur, poids, etc. À défaut d'avoir un tableau de permittivité relative plus précis dans le cahier de laboratoire de PHS1102 nous avons décidé de laisser les 4 déductions suivantes car nous ne pouvons objectivement éliminer certaines d'entre elle.

5. Conclusion

Plusieurs méthodes de mesure de la capacité d'un condensateur existent. À la place d'utiliser le capacimètre intégré à un multimètre moderne, nous avons utilisé la méthode directe, utilisant un voltmètre et un ampèremètre et la méthode comparative, utilisant seulement un ampèremètre afin de trouver la capacité de différents condensateurs avec des matériaux diélectriques différents.

Basés sur nos mesures, nous avons ainsi observés que la méthode directe avait une moins bonne exactitude mais une meilleure précision que la méthode comparative. Nous avons donc utilisé la méthode comparative pour calculer la permittivité relative des matériaux diélectriques.

Grâce au tableau de la permittivité relative de différents isolants typiques fourni dans le cahier de laboratoire [2] et wikipedia [3] nous avons pu déduire les matériaux diélectriques inconnus. Notre jugement est toutefois limité car nous n'avons pas pu manipuler les matériaux diélectriques et nous ne pouvons catégoriquement les identifier basés sur leur permittivité relative seul. Il s'agit là des limites des tests laboratoires à distance.

Il serait intéressant d'utiliser un capacimètre lors des prochains laboratoires pour mesurer directement la capacité des différents matériaux.

6. Annexe: Calculs d'incertitudes

① Calcul de ΔT (ANNEXE)

- En écoutant la vidéo des manipulations du laboratoire 1, le technicien nous donne directement la mesure de la période $T = 1,25 \text{ ms}$ et $\Delta T = 0,05 \text{ ms}$
- ΔT est obtenue à partir des divisions de l'oscilloscope \Rightarrow Gamme de $250 \mu\text{s}$ et 5 divisions (carreaux) \Rightarrow donc $\Delta T = \frac{250 \mu\text{s}}{5} = 0,05 \text{ ms}$

② Calcul de ΔI (et ΔI_0)

- Les mesures de courant ont été prises avec le multimètre DM-8034 avec une gamme de $200 \mu\text{A}$. Ainsi, la résolution associée (tableau 7.8 Courant AC) est de $d = 100 \text{ nA}$, soit de $d = 0,1 \mu\text{A}$

$$\Delta I = (1,0\% \cdot \underbrace{L}_{\text{lecture}} + 4 \cdot d) = \left(\frac{1}{100} (184,9 \mu\text{A}) + 4 (0,1 \mu\text{A}) \right) = 2,249 \mu\text{A}$$

(Exemple de calcul)

$$I = (184,9 \pm 2,2) \mu\text{A}$$

- * Le même calcul s'applique pour trouver ΔI et ΔI_0 de la méthode comparative

③ Calcul de ΔV

- Les mesures de tension ont été prises avec le multimètre analogique DM-351 avec une gamme de 20 V . Ainsi, la résolution associée (tableau 7.2 Tension AC) est de $d = 10 \text{ mV}$, soit de $d = 0,01 \text{ V}$

$$\Delta V = (1,2\% \cdot L + 3 \cdot d) = \left(\frac{1,2}{100} (7,05 \text{ V}) + 3 (0,01 \text{ V}) \right) = 0,1146 \text{ V}$$

$$V = (7,05 \pm 0,11) \text{ V} \quad (\text{exemple de calcul})$$

④ Calcul de C (Méthode directe)

$$C = \frac{IT}{2\pi V} = \left(\frac{(184,9 \text{ E-}6) \cdot (1,25 \text{ E-}3)}{2\pi \cdot (7,05)} \right) \cdot 1 \text{ E}^9 = 5,21768... \text{ nF}$$

(ex. de calcul)

⑤ Calcul de ΔC (Méthode directe)

(ex. de calcul)

$$\Delta C = \left| \frac{\partial C}{\partial I} \right| \cdot \Delta I + \left| \frac{\partial C}{\partial T} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{\partial C}{\partial V} \right| \cdot \Delta V$$

$$\text{d'où } C = (5,22 \pm 0,36) \text{ nF}$$

$$\Delta C = \left| \frac{T}{2\pi V} \right| \cdot \Delta I + \left| \frac{I}{2\pi V} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{-IT}{2\pi V^2} \right| \cdot \Delta V$$

$$\Delta C = \frac{IT}{2\pi V} \left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta V}{V} \right)$$

$$\Delta C = 5,21768... \left(\frac{2,249}{184,9} + \frac{0,05}{1,25} + \frac{0,1146}{7,05} \right) = 0,35714... \text{ nF}$$

⑥ Calcul de C (Méthode comparative)

$$C = \frac{T}{2\pi R \sqrt{(I_0/I)^2 - 1}} = \left(\frac{(1,25 \times 10^{-3})}{2\pi \cdot 100 \times 10^3 \cdot \sqrt{\left(\frac{69,9}{63,6}\right)^2 - 1}} \right) 10^9 = 4,362910 \dots \text{ nF}$$

⑦ Calcul de ΔC (Méthode comparative)

$$\Delta C = \left| \frac{\partial C}{\partial T} \right| \Delta T + \left| \frac{\partial C}{\partial R} \right| \Delta R + \left| \frac{\partial C}{\partial I_0} \right| \Delta I_0 + \left| \frac{\partial C}{\partial I} \right| \Delta I$$

$$\Delta C = \left| \frac{1}{2\pi R \sqrt{(I_0/I)^2 - 1}} \right| \Delta T + \left| \frac{-T}{2\pi R^2 \sqrt{(I_0/I)^2 - 1}} \right| \Delta R + \left| \frac{-T I_0}{2\pi R I^2 \sqrt{((I_0/I)^2 - 1)^3}} \right| \Delta I_0 + \left| \frac{T (I_0)^2}{2\pi R I^3 \sqrt{((I_0/I)^2 - 1)^3}} \right| \Delta I$$

$$\Delta C = \frac{T}{R \cdot 2\pi \sqrt{(I_0/I)^2 - 1}} \left(\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta I_0 I_0}{I^2 ((I_0/I)^2 - 1)} + \frac{\Delta I I_0^2}{I^3 ((I_0/I)^2 - 1)} \right)$$

$$\Delta C = 4,36291 \left(\frac{0,05}{1,25} + \frac{2}{100} + \frac{1,099 \cdot 69,9}{(63,6)^2 \cdot \left(\left(\frac{69,9}{63,6}\right)^2 - 1\right)} + \frac{1,036 \cdot (69,9)^2}{(63,6)^3 \cdot \left(\left(\frac{69,9}{63,6}\right)^2 - 1\right)} \right)$$

$$\Delta C = 1,07314 \dots \text{ nF}$$

d'où $C = (4,36 \pm 1,07) \text{ nF}$ (ex. calcul)

⑧ Capacité théorique

$$C_{th} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{d} = \left(\frac{(1,0006) \cdot (8,85 \times 10^{-12}) \cdot \pi \left(\frac{224 \times 10^{-3}}{2}\right)^2}{0,84 \times 10^{-3}} \right) 10^9 = 0,42289 \dots \text{ nF}$$

Air: $\epsilon_r = 1,0006$
 $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$

⑨ Calcul de ΔD et de Δd

$\Delta D \Rightarrow$ double lecture et on prend la $1/2$ de la plus petite unité de mesure de l'instrument
 i.e. $\Delta D = 2(0,5) \text{ mm} = 1 \text{ mm}$

$\Delta d \Rightarrow$ Dans la capsule vidéo, le technicien nous donne l'incertitude du micromètre

$\hookrightarrow \Delta d = 0,01 \text{ mm}$

(double lecture et on prend $1/2$ de la plus petite unité de mesure)

⑩ Calcul de ΔC_{th}

$$\Delta C_{th} = \left| \frac{\partial C}{\partial D} \right| \Delta D + \left| \frac{\partial C}{\partial d} \right| \Delta d$$

$$\Delta C_{th} = \left| \frac{\epsilon_r \epsilon_0 \pi D}{2d} \right| \Delta D + \left| \frac{-\epsilon_r \epsilon_0 \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{d^2} \right| \Delta d$$

$$\Delta C_{th} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 \pi D^2}{2d} \left(\frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta d}{d} \right)$$

$$\Delta C_{th} = 0,42289 \left(\frac{1}{226} + \frac{0,01}{0,84} \right) = 0,006905... \text{ nF}$$

d'où $C_{th} = (0,423 \pm 0,007) \text{ nF}$

⑪ Calcul de la permittivité (Méthode comparative)

$$\epsilon_r = \frac{4Cd}{\epsilon_0 \pi D^2} = \frac{4(4,36E-9) \cdot (0,11E-3)}{8,85E-12 \cdot \pi \cdot (226E-3)^2} = 1,35091...$$

⑫ Calcul de $\Delta \epsilon_r$

$$\Delta \epsilon_r = \left| \frac{\partial \epsilon_r}{\partial C} \right| \Delta C + \left| \frac{\partial \epsilon_r}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial \epsilon_r}{\partial D} \right| \Delta D$$

$$\Delta \epsilon_r = \left| \frac{d}{\epsilon_0 A} \right| \Delta C + \left| \frac{C}{\epsilon_0 A} \right| \Delta d + \left| \frac{4Cd}{\epsilon_0 \pi} \cdot \frac{-2}{D^3} \right| \Delta D$$

$$\Delta \epsilon_r = \frac{4Cd}{\epsilon_0 \pi D^2} \left(\frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{2\Delta D}{D} \right)$$

$$\Delta \epsilon_r = 1,35091 \left(\frac{1,07}{4,36} + \frac{0,01}{0,11} + \frac{2 \cdot 1}{226} \right) = 0,46689...$$

d'où $\epsilon_r = (1,35 \pm 0,47)$

7. Bibliographie

[1] Christian BOURDILLON. "Notions de base sur les incertitudes et le traitement des données expérimentales en physique, chimie, biologie." Université De Technologie De Compiègne, July 2001, www.utc.fr/.

[2] L. MARTINU, D. SIMON, J. CERNY. Champs électromagnétiques 4ème édition : Manuel de laboratoire N 6542. Presses Internationales Polytechnique. Montréal. 2012

[3] "Permittivité." *Wikipedia*, Wikimedia Foundation, 16 May 2020, fr.wikipedia.org/wiki/Permittivit%C3%A9.