

# 1 Introduction

Lors de cette expérience, nous avons observé l'induction d'une force électromotrice dans une bobine en rotation dans un champs magnétique en faisant varier dans un premier temps, l'intensité du courant parcourant le montage, et dans un deuxième temps, la fréquence de rotation de la bobine en contrôlant le voltage appliqué au moteur qui la fait tourner. L'induction électromagnétique est à la base de plusieurs technologies qui requièrent la transformation d'énergie mécanique en énergie électrique, appelé générateur, et réciproquement de la conversion d'une énergie électrique en énergie mécanique aussi connu sous le nom de moteur.

## 2 Méthodologie Expérimentale

Voici le montage que nous avons utilisé pour faire l'expérience :

Les éléments formants le circuit sont, un moteur DC relié à une bobine de détection de rayon  $15\text{ mm}$  et constitué d'un nombre  $n = 1000$  tours de fil conducteur, deux bobines d'aimantation de  $100\text{ mm}$  de rayon et de  $n = 100$  tours de fil conducteur placées en série l'une et l'autre de chaque côtés de la bobine de détection, deux résistance,  $R_A = 10 - 22\ \Omega$  en série avec les bobines d'aimantation et  $R_B = 44 - 90\ \Omega$ , placés en parallèle avec le montage des bobines et finalement une source de courant continue (PS-1850) ajusté à  $15\text{V} - 3\text{ A}$ .

Les éléments permettant d'analyser et de calibrer le circuit sont un oscilloscope (OS-622B) relié à l'axe de rotation de la bobine de détection, un ampèremètre (DM-8034) placé en série avec la résistance  $R_A$  et les bobines d'aimantation. Finalement, un voltmètre (DM-351) est placé en parallèle aux bornes du moteur.

Puisque le montage était prêt à notre arrivé et que l'oscilloscope ainsi que la source de courant étaient déjà réglés pour l'expérience, nous avons fait varier  $R_B$  dans le but d'obtenir une fréquence de rotation de notre bobine de détection égale à  $40\text{ Hz}$ . Ensuite nous avons procédé aux mesures expérimentales de la force électromotrice induite  $\epsilon_{exp}$  pour des valeurs de courant différentes établis en faisant varier la résistance  $R_A$  sur le circuit.

Le courant minimum que nous avons réussi à atteindre était de  $0.55A$ . Ensuite, nous avons pris les mesures de  $\epsilon_{exp}$ , sur l'oscilloscope, pour un courant partant de  $0.55 A$  jusqu'à  $3.5 A$  par incréments de  $0.5 A$ . Vous trouverez la valeur des lectures de  $\epsilon_{exp}$  dans le premier tableau de la prochaine section intitulée *Présentation des Résultats*. Ces valeurs nous permettront de mesurer le champ magnétique en fonction du courant induit dans les bobines d'alimentation.

Ensuite, nous avons rétabli un courant de  $3.0 A$  dans le circuit créant ainsi un champ magnétique constant  $B$ . En faisant varier  $R_B$ , nous avons été en mesure de lire une nouvelle sécance de la force électromotrice induite  $\epsilon_{exp}$  en fonction de la variation de la fréquence de rotation du moteur et ainsi de la bobine de détection. Ces valeurs seront présentées dans le deuxième tableau de la prochaine section intitulé *Présentation des Résultats*.

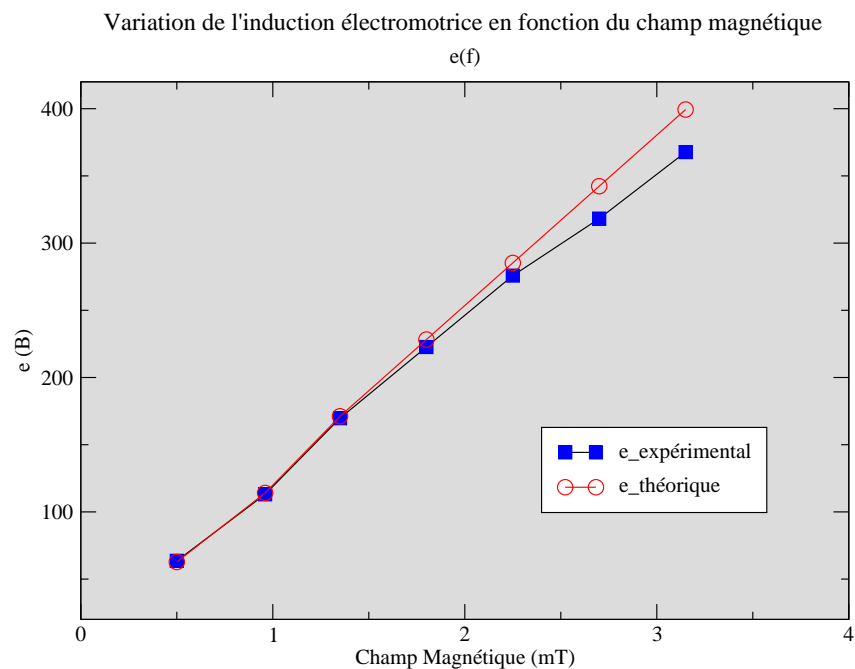
Pour la troisième partie du laboratoire, toujours en maintenant un courant de  $3 A$  dans le circuit, nous avons modifié ce dernier en ajoutant une résistance  $R_{CH} = 100 \Omega$  aux bornes de la bobine d'induction et démenagé l'ampèremètre en série avec la résistance  $R_A$  et le moteur. En réajustant la fréquence de rotation du moteur à  $40Hz$ , nous avons récolté une lecture du voltage, du courant et de l'amplitude de la force électromotrice pour ces conditions. Ces mesures nous permettront de déterminer le rendement du système.

### 3 Présentation des résultats

$\epsilon$  à une fréquence constante ( $f = 2400 \text{ rpm} = 40 \text{ Hertz}$ ) [Tableau 1]

$I_1 \pm \Delta I_1$ (A) échelle : 20A	$B \pm \Delta B$ (mT)	$\epsilon_{exp.} \pm \Delta \epsilon_{exp.}$ (mV)	$\epsilon_{théo.} \pm \Delta \epsilon_{théo.}$ (mV)
I min = $0.55 \pm 0.01$	$0.50 \pm 0.04$	$63.6 \pm 0.7$	$62.76 \pm 4.88$
$1.00 \pm 0.01$	$0.96 \pm 0.05$	$113.1 \pm 0.7$	$114.11 \pm 6.48$
$1.50 \pm 0.01$	$1.35 \pm 0.07$	$169.7 \pm 0.7$	$171.16 \pm 9.07$
$2.00 \pm 0.01$	$1.80 \pm 0.09$	$222.7 \pm 0.7$	$228.22 \pm 11.68$
$2.50 \pm 0.01$	$2.25 \pm 0.11$	$275.8 \pm 0.7$	$285.27 \pm 14.28$
$3.00 \pm 0.01$	$2.70 \pm 0.13$	$318.2 \pm 0.7$	$342.33 \pm 16.88$
$3.50 \pm 0.01$	$3.15 \pm 0.14$	$367.7 \pm 0.7$	$399.38 \pm 18.22$

Pour bien illustrer la relation entre les divers données du tableau ci-dessus, un graphique à été tracé [Graphique 1] :



Nos résultats pour les valeurs de  $\epsilon_{exp}$ . ont été déterminés à partir de notre lecture de la tension crête à crête donnée par l'oscilloscope. Pour obtenir des valeurs efficaces, nous avons divisé ces données par  $2\sqrt{2}$ . Par exemple, à 0.55 A, on obtient la lecture de 180 mV sur l'oscilloscope et par conséquent la valeur efficace  $\epsilon_{exp}$  est :

$$\frac{180 \text{ mV}}{2\sqrt{2}} = 63.64 \text{ mV}$$

Pour les fonctions possédant un seul paramètre d'incertitude, nous calculons cette erreur par la méthode générale de l'incertitude absolue :

$$\Delta X = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$$

Utilisant l'oscilloscope avec une précision de 2 mV et pour continuer avec le même exemple, à 0.55 A, l'incertitude sur  $\epsilon_{exp}$  :

$$\Delta X = \frac{(182 \text{ mV} - 178 \text{ mV})}{2} = 2 \text{ mV}$$

Ainsi, on obtient la valeur efficace de  $\Delta\epsilon_{exp}$  :

$$\frac{2 \text{ mV}}{2\sqrt{2}} = 0.71 \text{ mV}$$

Ensuite, nous avons déterminé la valeur du champ magnétique appliqué par les bobines d'aimantation en utilisant l'équation II.8 du manuel de laboratoire :

$$B = \frac{8\mu_0 NI}{5\sqrt{5}R} = 0.72\mu_0 \frac{NI}{R} \text{ avec}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m} = 1.256 \times 10^{-6} \frac{H}{m}, N = 1000 \text{ tours}$$

$$I = 0.55 \text{ A et } R = 0.1 \text{ m}$$

Toujours pour 0.55 A, le calcul de  $B$  donne ceci :

$$B = 0.72 \cdot 1.256 \times 10^{-6} \frac{H}{m} \frac{100 \text{ tours} \cdot 0.55 \text{ A}}{0.1 \text{ m}} \cdot \frac{1000 \text{ mT}}{T} = 0.497 \text{ mT}$$

Dans le cas du champ magnétique  $B$ , puisque plusieurs valeurs incluses dans son calcul possèdent des incertitudes individuelles, nous utilisons la méthode des dérivées partielles :

$$\Delta X = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \Delta x_i$$

La forme générale de l'incertitude de  $B$  en prenant les dérivées partielles par rapport à  $I$  et  $R$  :

$$\Delta B = 2 \cdot (0.72 \cdot \mu_0) \cdot \left( \frac{N}{R} \cdot 0.01 \text{ A} + \frac{NI}{R^2} \cdot 0.002 \text{ m} \right)$$

avec  $N = 100 \text{ tours}$  et  $R = 0.1 \text{ m}$

L'exemple à partir de  $B = 4.97 \times 10^{-4} \text{ T}$  donne l'incertitude suivante :

$$\frac{\Delta B}{B} = 2 \cdot (0.72 \cdot 1.256 \times 10^{-6} \frac{H}{m}) \cdot \left( \frac{100 \text{ tours}}{0.1 \text{ m}} \cdot 0.01 \text{ A} + \frac{100 \text{ tours} \cdot 0.55 \text{ A}}{0.01 \text{ m}^2} \cdot 0.002 \text{ m} \right) \cdot \frac{1000 \text{ mT}}{T} = 0.038 \text{ mT}$$

Nous devons aussi trouver en utilisant l'équation II.3 du manuel :

$$\epsilon_{theo.} = n\omega AB$$

avec

$$n = 1000 \text{ tours}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 40 \text{ Hz} = 251.32 \text{ Hz}$$

$$A = \pi \cdot (0.015 \text{ m})^2 = 7.1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = 4.97 \times 10^{-4} \text{ T}$$

donc :

$$\epsilon_{theo.} = 1000 \text{ tours} \cdot 251.32 \text{ Hz} \cdot 7.1 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 4.97 \times 10^{-4} \text{ T} = 0.089 \text{ V}$$

Pour passer en millivolt et obtenir une voltage efficace :

$$\epsilon_{theo.} = \frac{(0.089 \text{ V} \cdot 1000 \frac{mV}{V})}{\sqrt{2}} = 62.759 \text{ mV}$$

et son erreur estimé par la méthode des dérivées partielles :

$$\Delta \epsilon_{theo.} = \left| \frac{\delta \epsilon_{theo.}}{\delta A} \right| \Delta A + \left| \frac{\delta \epsilon_{theo.}}{\delta B} \right| \Delta B$$

avec  $\Delta B = 3.8 \times 10^{-5} \text{ T}$  et  $\Delta A = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$  donne :

$$\Delta \epsilon_{theo.} = (n\omega B) \cdot 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 + (n\omega A) \cdot 3.8 \times 10^{-5} \text{ T}$$

donc,

$$\Delta \epsilon_{theo} = 1000 \text{ tours} \cdot 251.32 \text{ Hz} \times (4.97 \times 10^{-4} \text{ T} \cdot 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 + 7.1 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 3.8 \times 10^{-5} \text{ T}) = 6.91 \times 10^{-3} \text{ V}$$

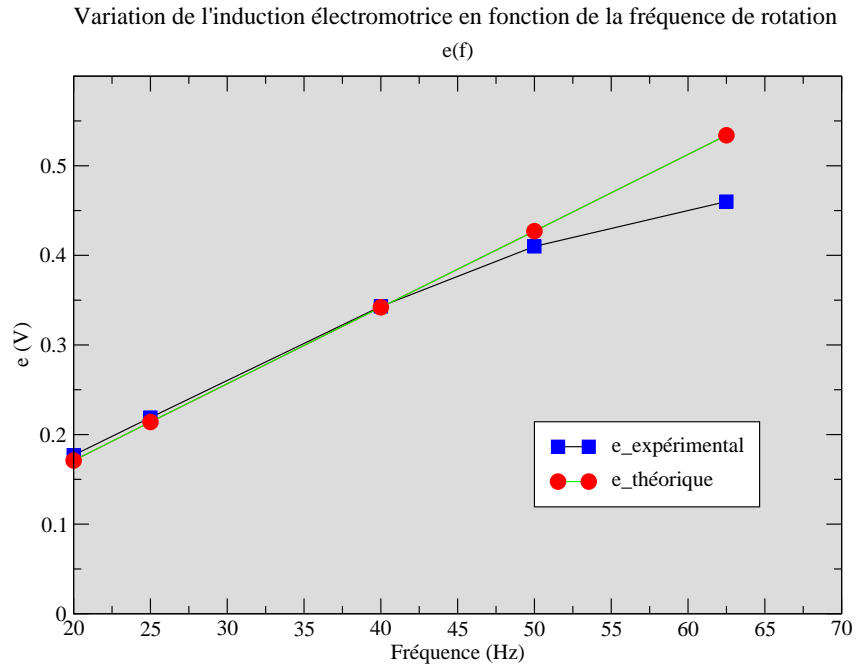
Ainsi on obtient la valeur efficace en millivolt :

$$\frac{6.91 \times 10^{-3} \text{ V} \cdot 1000 \frac{mV}{V}}{\sqrt{2}} = 4.88 \text{ mV}$$

$\epsilon$  au champ  $B$  constant ( $I_1 = 3.0 \text{ A}$ ) [Tableau 2]

Fréquence rotation $f \pm \Delta f [\text{Hz}]$	Période $p \pm \Delta p$ [ms]	$\epsilon_{exp.} \pm \Delta \epsilon_{exp.}$ [V]	$\epsilon_{théo.} \pm \Delta \epsilon_{théo.}$ [V]
$20.0 \pm 0.4$	$50.0 \pm 1.0$	$0.177 \pm 0.001$	$0.171 \pm 0.017$
$25.0 \pm 0.6$	$40.0 \pm 1.0$	$0.219 \pm 0.001$	$0.214 \pm 0.031$
$40.0 \pm 0.8$	$25.0 \pm 0.5$	$0.343 \pm 0.001$	$0.342 \pm 0.046$
$50.0 \pm 1.3$	$20.0 \pm 0.5$	$0.410 \pm 0.001$	$0.427 \pm 0.061$
$62.5 \pm 3.9$	$16.0 \pm 0.5$	$0.460 \pm 0.001$	$0.534 \pm 0.074$

Afin de bien illustrer la relation qui existe entre l'induction électromotrice et une certaine fréquence de rotation de la bobine de détection, un graphique a été tracé à partir des données du tableau ci-dessus [Graphique 2] :



Commençons par trouver la fréquence à partir de la période 50 *ms*

$$p = 50 \text{ ms} \cdot \frac{1 \text{ s}}{1000 \text{ ms}} = 0.05 \text{ s}$$

Conséquemment,

$$f = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.05 \text{ s}} = 20 \text{ Hz} \text{ et l'incertitude :}$$

$$\Delta p = 1.0 \text{ ms} \cdot \frac{1 \text{ s}}{1000 \text{ ms}} = 0.001 \text{ s} \text{ donné par la précision de l'oscilloscope}$$

$$\Delta f = \frac{f_{max} - f_{min}}{2} = \frac{\frac{1}{0.05 \text{ s} - 0.001 \text{ s}} - \frac{1}{0.05 \text{ s} + 0.001 \text{ s}}}{2} = 0.4 \text{ Hz}$$

Maintenant, la lecture de l'oscilloscope pour  $\epsilon_{exp}$  à 3 *A* et 20 *Hz* était 500 *mV* ·  $\frac{1 \text{ V}}{1000 \text{ mV}} = 0.5 \text{ V}$

Pour obtenir le voltage efficace,

$$\epsilon_{exp} = \frac{0.5 \text{ V}}{2\sqrt{2}} = 0.177 \text{ V}$$

Mesure prise de crête à crête,  $\Delta\epsilon_{exp} = 2 \text{ mV}$  défini par l'instrument. Ce qui donne :

$$\Delta\epsilon_{exp} = \frac{2 \text{ mV}}{2\sqrt{2}} = 7.07 \times 10^{-4} \text{ V}$$

Ensuite,  $\epsilon_{théo} = n\omega AB$

Toujours pour une fréquence de 20 *Hz*, nous avons

$$\omega = 2\pi \cdot 20 \text{ Hz} = 125.7 \text{ Hz}$$

$$n = 1000 \text{ tours}$$

$$A = \pi \cdot (0.015 \text{ m})^2 = 7.1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B = 0.72\mu_0 \frac{NI}{R} = 0.72 \cdot 1.25 \times 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot \frac{100 \text{ tours} \cdot 3 \text{ A}}{0.1 \text{ m}} = 2.71 \times 10^{-3} \text{ T}$$



Par conséquent :

$$\epsilon_{théo} = 1000 \text{ tours} \cdot 125.7 \text{ Hz} \cdot 7.1 \times 10^{-4} \cdot 2.71 \times 10^{-3} \text{ T} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.171 \text{ V}$$

Ensuite, il faut définir  $\Delta\epsilon_{théo}$  en prenant la méthode des dérivées partielles :

$$\Delta\epsilon_{théo} = \left| \frac{\delta\epsilon_{théo}}{\delta\omega} \right| \Delta\omega + \left| \frac{\delta\epsilon_{théo}}{\delta A} \right| \Delta A + \left| \frac{\delta\epsilon_{théo}}{\delta B} \right| \Delta B$$

avec

$$\Delta\omega = \frac{(2\pi \cdot 20.4 \text{ Hz}) - (2\pi \cdot 19.6 \text{ Hz})}{2} = 2.51 \text{ Hz}$$

$$\Delta A = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Delta B = 2 \cdot (0.72 \cdot 1.256 \times 10^{-6} \frac{H}{m}) \left( \frac{100 \text{ tours}}{0.1 \text{ m}} \cdot 0.01 \text{ A} + \frac{100 \text{ tours} \cdot 3 \text{ A}}{0.01 \text{ m}^2} \cdot 0.002 \text{ m} \right) = 1.266 \times 10^{-4} \text{ T}$$

Donc à 20 Hz, 3 A :

$$\Delta\epsilon_{theo} = nAB \cdot \Delta\omega + n\omega B \cdot \Delta A + n\omega A \cdot \Delta B$$

$$\Delta\epsilon_{theo} = 1000 \text{ tours} \cdot (7.4 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 2.71 \times 10^{-3} \text{ T} \cdot 2.51 \text{ Hz}) + (125.7 \text{ Hz} \cdot 2.71 \times 10^{-3} \text{ T} \cdot 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2) + (125.7 \text{ Hz} \cdot 7.1 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 1.266 \times 10^{-4} \text{ T}) = 0.0165 \text{ V}$$

Le rendement pour  $I_1 = 3.00 \text{ A}$  et  $f = 40 \text{ Hz} = 2400 \text{ rpm}$ . [Tableau 3]

$V_2 \pm \Delta V_2$ [V]	$I_2 \pm \Delta I_2$ [mA]	$P_2 \pm \Delta P_2$ [W]	$V_3 \pm \Delta V_3$ [V]	$P_3 \pm \Delta P_3$ [W]	$\eta \pm \Delta \eta$ [%]
$8.83 \pm 0.01$	$4.8 \pm 0.1$	$0.0424 \pm 0.0009$	$0.0655 \pm 0.0007$	$4.3 \times 10^{-5} \pm 1.0 \times 10^{-6}$	$0.101 \pm 0.005$

Sur le voltmètre nous pouvons lire  $V_2 = 8.83 \text{ V}$  et la précision de ce dernier est  $\Delta V_2 = 0.01 \text{ V}$

A la position 2, l'ampèremètre donne  $4.8 \text{ mA}$  avec  $\Delta I_2 = 0.1 \text{ mA}$ .

Maintenant,  $P_2 = V_2 I_2$ , donc :

$$P_2 = 8.83 \text{ V} \cdot 4.8 \text{ mA} \cdot \frac{1 \text{ A}}{1000 \text{ mA}} = 0.0424 \text{ W}$$

$$\Delta P_2 = \left| \frac{\partial P_2}{\partial V_2} \right| \Delta V_2 + \left| \frac{\partial P_2}{\partial I_2} \right| \Delta I_2$$

$$\Delta P_2 = 0.0048 \text{ A} \cdot 0.01 \text{ V} + 8.83 \text{ V} \cdot 0.0001 \text{ A} = 9.31 \times 10^{-4} \text{ W}$$

Hors, après avoir rajouté la résistance  $R_{CH} = 100 \text{ } \Omega$  dans le circuit, l'oscilloscope donne :

$$\epsilon_3 = V_3 = 185.3 \text{ mV} \cdot \frac{1 \text{ V}}{1000 \text{ mV}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0.0655 \text{ V}$$

et  $\Delta V_3$  toujours  $7 \times 10^{-4} \text{ V}$  définit par la précision de l'oscilloscope.

Selon l'équation II.4 du manuel,

$$P_3 = \frac{V_3^2}{R_{CH}} = \frac{(0.0655 \text{ V})^2}{100 \text{ } \Omega} = 4.29 \times 10^{-5} \text{ W}$$

$$\text{et } \Delta P_3 = \left| \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \right| \Delta V_3 + \left| \frac{\partial P_3}{\partial R_{CH}} \right| \Delta R_{CH}$$

$$\Delta P_3 = \frac{2V_3}{R_{CH}} \cdot 7 \times 10^{-4} \text{ V} + \frac{V_3^2}{R_{CH}^2} \cdot 1 \text{ } \Omega = 1.346 \times 10^{-6} \text{ W}$$

Finalement,

$$\eta = \frac{P_3}{P_2} \times 100 = \frac{4.29 \times 10^{-5} \text{ W}}{0.0424 \text{ W}} \cdot 100 = 0.101\%$$

et

$$\Delta\eta = \left| \frac{\delta\eta}{\delta P_3} \right| \Delta P_3 + \left| \frac{\delta\eta}{\delta P_2} \right| \Delta P_2 \cdot 100$$

$$\Delta\eta = \left( \frac{1}{P_2} \cdot 1.346 \times 10^{-6} \text{ W} + \frac{P_3}{P_2^2} \cdot 9.31 \times 10^{-4} \text{ W} \right) \cdot 100 = 5.397 \times 10^{-3}\%$$

## 4 Discussion des résultats

Avant de rentrer dans l'explication de l'analyse des résultats, il est important de mentionner que les données que nous avons recueillies semblent, à toute fin pratique, assez cohérentes puisque si on compare nos résultats avec les valeurs théoriques, on se rend compte qu'il y a une corrélation assez directe.

Si on observe attentivement le graphique 1, on peut remarquer que la courbe possède une tendance linéaire. Ainsi, lorsque le seul paramètre qui varie est le champ magnétique, on peut déduire que ce dernier fait varier la force électromotrice de façon linéaire. Ce résultat confirme la loi de Faraday puisque celle-ci stipule que la force électromotrice induite dans une bobine située dans un champ magnétique est égale au produit du nombre de tours de la bobine, de la pulsation, de l'aire de la bobine et du champ magnétique. On remarque aussi que le terme correspondant au champ électromagnétique est du premier degré, donc il devrait faire varier la force électromotrice de façon linéaire.

Si on observe le graphique 2, on voit que la courbe de ce graphique a aussi une tendance linéaire. Ainsi, lorsque le seul paramètre qui varie est la pulsation, on peut déduire que ce dernier fait varier la force électromotrice de façon linéaire. Ce résultat confirme aussi la loi de Faraday puisque, tel que vu au paragraphe précédent, le terme correspondant à la pulsation est aussi du premier degré, il devrait donc, tout comme le champ magnétique, aussi faire varier la force électromotrice de façon linéaire.

Dans ces deux cas (champ magnétique constant et pulsation constante), il est assez normal de voir une légère déviation des résultats avec la théorie. En effet, on observe, sur les deux graphiques, que la pente des valeurs théoriques est légèrement plus grande que celle des valeurs expérimentales. Ceci peut être expliqué par le fait que, en pratique, il y a des pertes d'énergie à travers tout le circuit. De plus, on se rend compte que plus le champ est grand (ou plus la pulsation est grande), moins les résultats expérimentaux se rapprochent de la théorie. Un des facteurs qui expliquerait ce phénomène est le fait que plus le champ est grand (ou plus la pulsation est grande) dans un circuit, plus il y aura perte d'énergie. Mise à part les pertes d'énergie, le fait que l'appareillage utilisé pour la prise de données est vieux et usé, il devient très certainement une source d'erreur qui pourrait affecter la validité de nos données. De plus, lors de la prise de mesures, il fallait, à quelques occasions, compter le nombre de cases sur l'oscilloscope pour déterminer la période et l'amplitude d'un signal lorsque celui-ci était en mouvement. À ce moment là, il était très difficile de recueillir des données ultra précises.

Pour ce qui est du rendement, on observe qu'il est excessivement faible. En effet, le circuit utilisé pour produire le champ magnétique comporte des pertes d'énergie. De plus, le champ magnétique créé agit dans tout l'espace. Ce champ n'est donc pas complètement utilisé pour la rotation du moteur. Mise à part ce facteur, une partie de l'énergie a été utilisée pour faire tourner le moteur et combattre la friction.. Pour terminer, il y a certainement eu des pertes d'énergie à l'intérieur du moteur et du circuit où la force électromotrice a été induite.

## 5 Conclusion

Enfin, l'objectif principal de ce laboratoire était de vérifier expérimentalement la loi de Faraday. On peut dire que l'objectif a été atteint puisque, dans le cas où le champ magnétique est faible et dans le cas où la pulsation l'est aussi, les valeurs obtenues expérimentalement, accompagnées de leur incertitude, correspondent aux valeurs théoriques tout comme leur incertitude. Par exemple, pour le tableau 1, les cinq premières données expérimentales correspondent, en se fiant aux incertitudes, aux valeurs théoriques. Quant au tableau 2, toutes les données expérimentales correspondent, en se fiant

aux incertitudes, aux valeurs théoriques. Pour ce qui est du rendement, il est vrai qu'il est excessivement faible, soit 0,101% , mais compte tenue de toutes les pertes, ce phénomène semble normal. Ce qui est surprenant, c'est que pratiquement toute l'énergie électrique qui circule aujourd'hui passe par divers types de transformation. Heureusement, les ingénieurs ont su trouver, au cours du temps, des moyens d'augmenter le rendement de ces processus.