– PHS1102 –
Champs électromagnétiques

Chapitre 8 – Forces et couples magnétiques

Force de Lorentz

Force sur un courant

Couple sur un dipôle magnétique (boucle de courant)

Force électromotrice (f.é.m.)

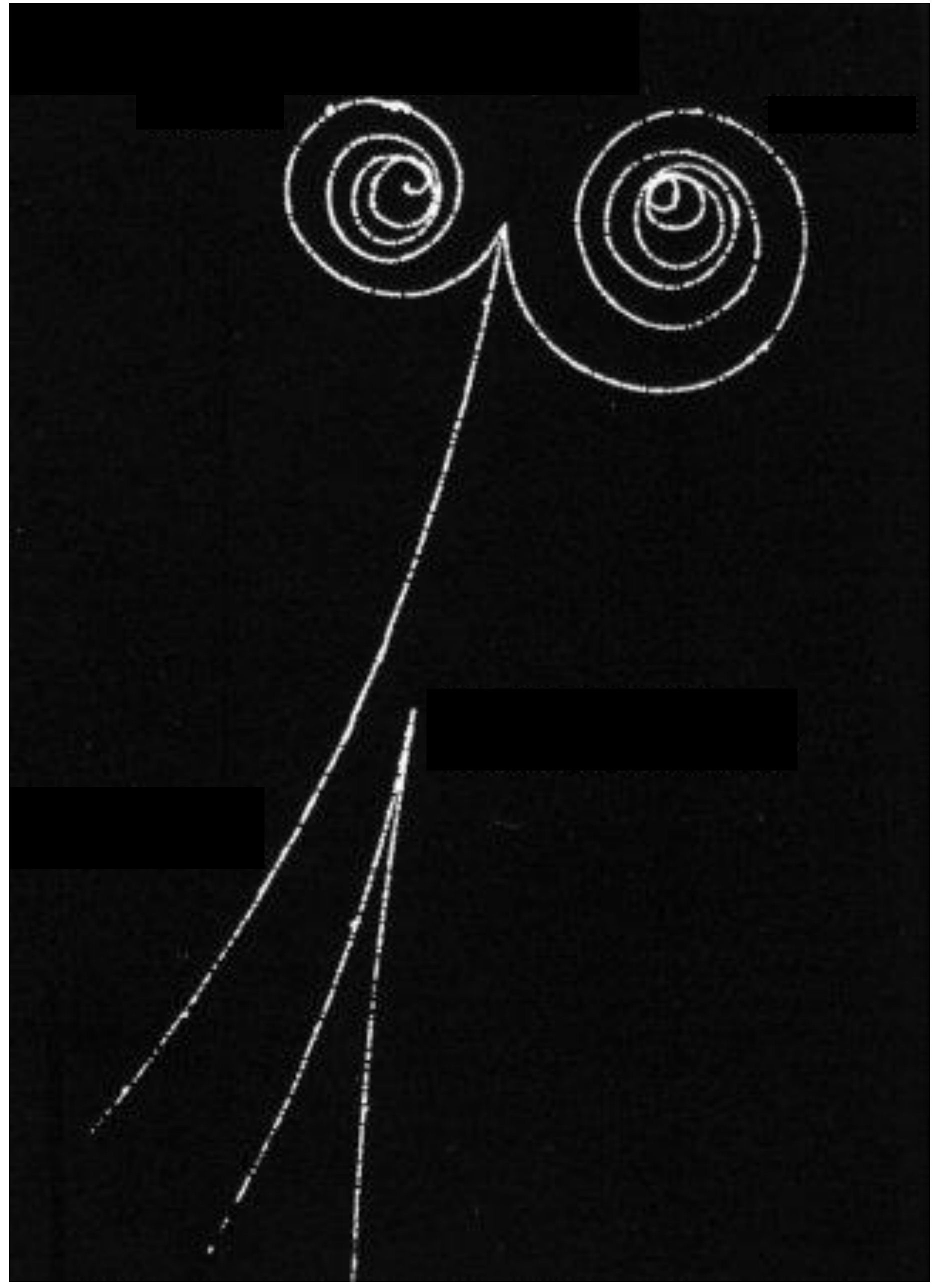
Objectifs de la semaine

Force de Lorentz	• Calculer la force subie par une particule chargée dans des champs électrique et magnétique. • Déterminer la trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique.
Force sur un courant	• Calculer la force subie par un conducteur transportant un courant et situé dans un champ magnétique.
Couple sur un dipôle magnétique	• Calculer le couple subi par une boucle de courant dans un champ magnétique.
Force électromotrice	• Calculer la force électromotrice induite aux bornes d'un conducteur qui se déplace dans un champ magnétique.

Détection de particules dans une chambre à bulles

La chambre à bulles est remplie d'un liquide surchauffé qui se vaporise lorsqu'une particule chargée s'y propage. On observe alors la trajectoire dans le liquide.

Afin de caractériser les particules produites, un champ magnétique est appliqué, ce qui donne aux particules chargées des trajectoires en forme de spirales. Ici, le champ sort de l'image.



Création d'une paire électron-positron à partir d'un photon

$$\gamma \rightarrow e^{-} + e^{+}$$

Force de Lorentz

RAPPEL
Force subie par une charge dans un champ électrique

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

Qu'arrive-t-il à la force subie par une particule chargée si un champ magnétique est ajouté ?

Pour qu'une particule chargée ressente une force due à un champ magnétique $\vec{B}$, elle doit être en mouvement. Une particule de charge q qui se déplace avec une vitesse $\vec{v}$ ressent une force magnétique $\vec{F}_m$:

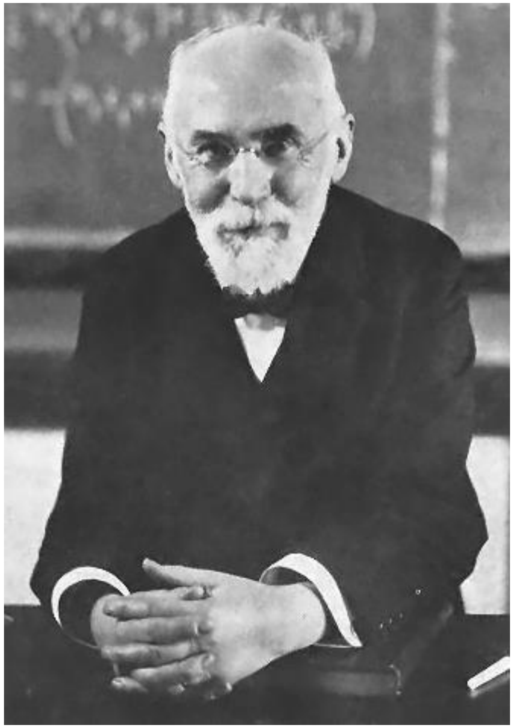
Force subie par une particule dans un champ magnétique

$$\boxed{\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

La **force de Lorentz** est la force totale subie par une particule chargée dans un champ électromagnétique.

Force de Lorentz

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)}$$

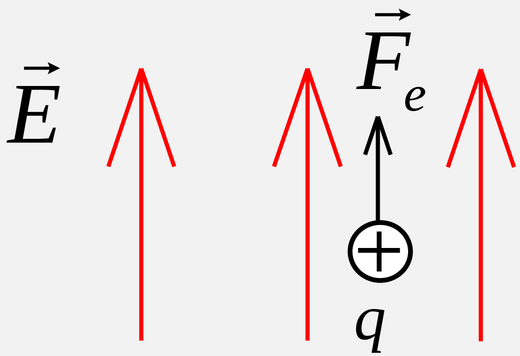


Hendrik Lorentz (1853-1928)

Force de Lorentz

Force électrique

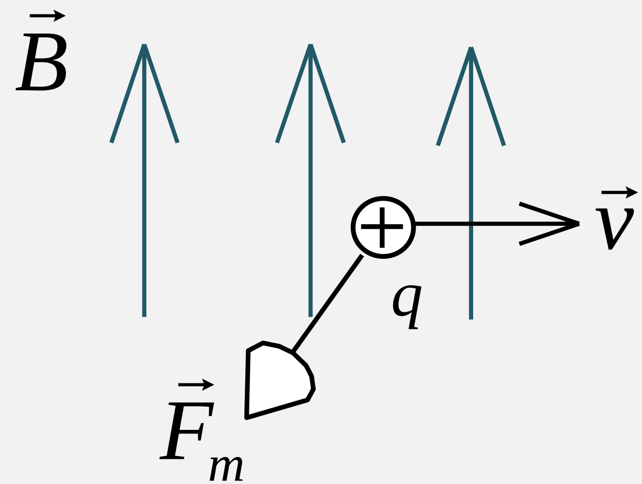
$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$



La force électrique est parallèle au champ.

Force magnétique

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

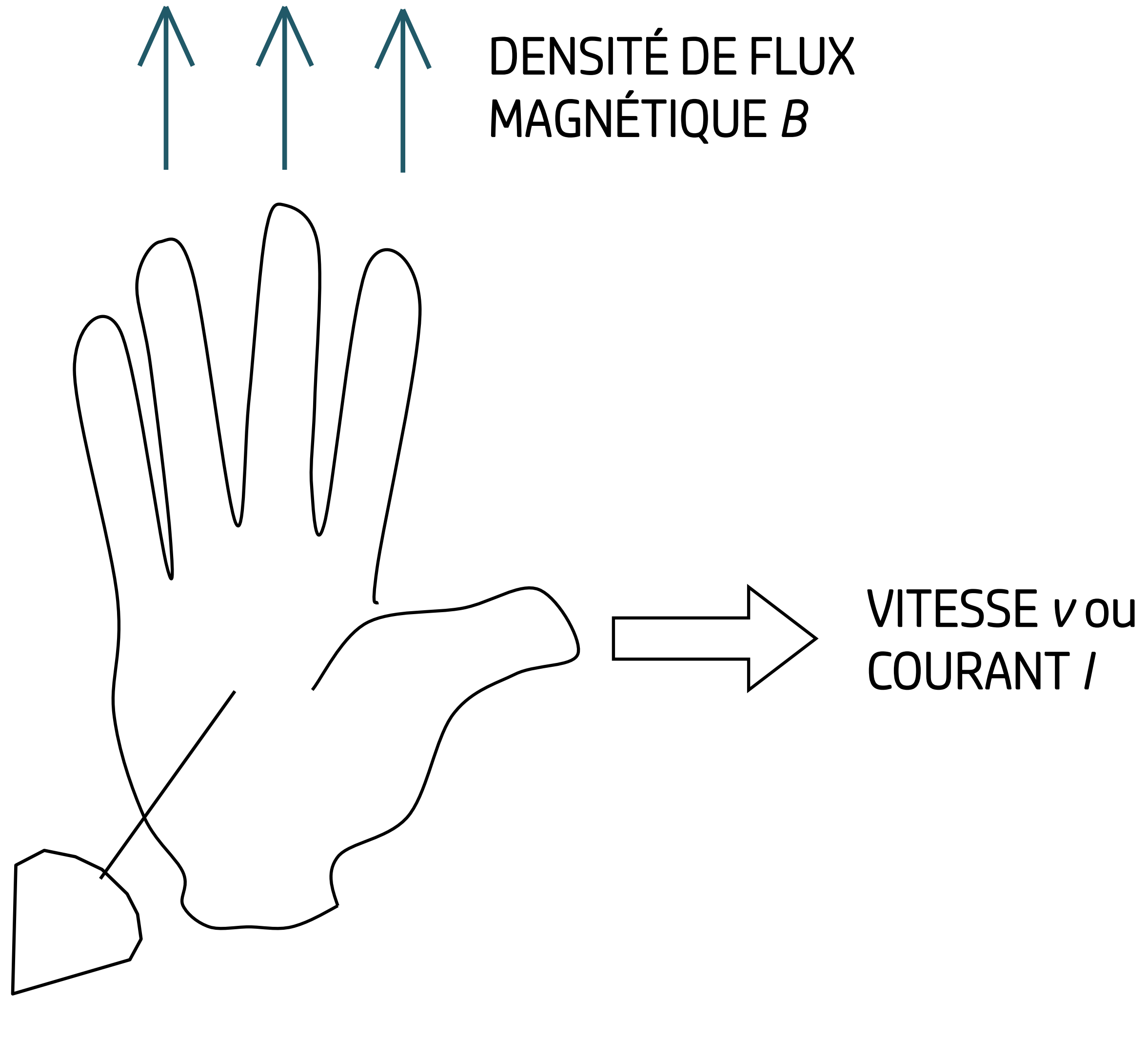


La force magnétique est perpendiculaire au champ et à la vitesse.

Quel est le travail effectué par la force magnétique ?

Le travail est nul, car la force magnétique est toujours perpendiculaire à la vitesse (et donc au déplacement à un instant donné).

Règle de la main droite utilisée dans ce chapitre



$$\boxed{\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

Trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

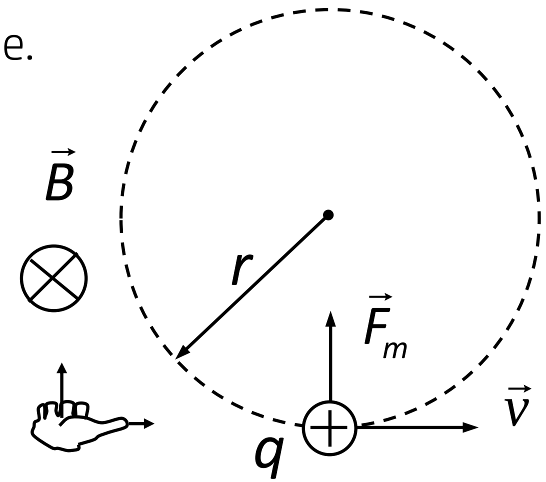
Magnétostatique : le champ magnétique ne varie pas dans le temps.

Champ uniforme : le champ magnétique a la même valeur partout dans l'espace.

La densité de flux magnétique $\vec{B}$ entre dans la page. La vitesse initiale de la particule de charge q est $\vec{v}$ vers la droite.

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Quelle sera la trajectoire de la particule ?



Travail nul
Selon le principe travail-énergie (le travail effectué sur la particule est égal à la variation de son énergie cinétique), le **module de la vitesse de la particule reste le même**.

Champ uniforme
La force de Lorentz reste de même module $F_m = qvB$ et pointe toujours vers le même point central.

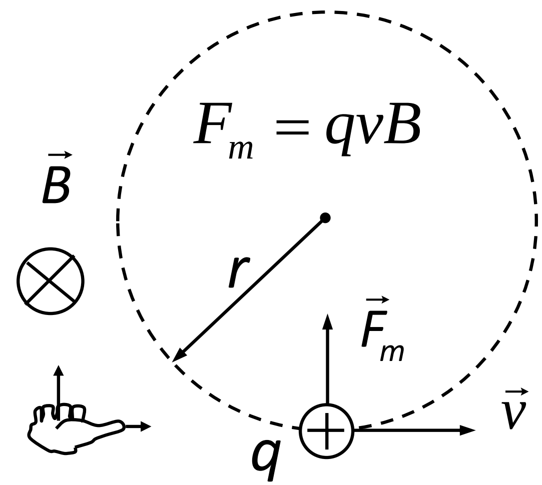
La trajectoire est de forme circulaire (de rayon constant).

Trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Quel est le rayon du cercle décrit par la particule ?

La force de Lorentz est la force normale qui permet de générer l'accélération centripète nécessaire au mouvement circulaire.

$$F_m = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow qvB = \frac{mv^2}{r}$$



Rayon de la trajectoire circulaire

$$\boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$

Qu'arrive-t-il au rayon quand le champ magnétique tend vers 0 ?

Quelle est la fréquence angulaire du mouvement de rotation ?

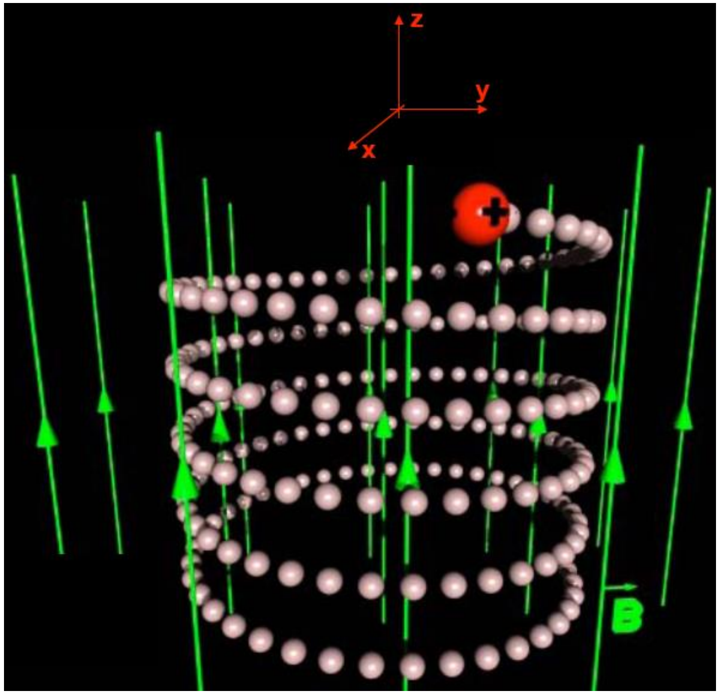
Fréquence cyclotron

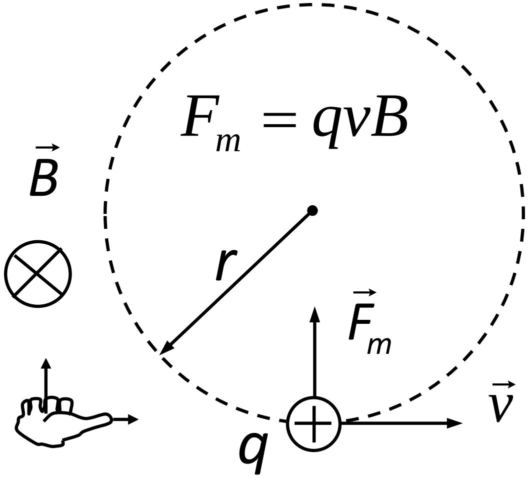
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi r/v} = \frac{v}{r} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{qB}{m}}$$

Trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Qu'arrive-t-il à la trajectoire si la particule a, en plus, une composante de vitesse selon z initialement ?

Si $v_z \neq 0$, alors cette composante n'est pas affectée par le champ parallèle à z (produit vectoriel nul). On obtient une **trajectoire hélicoïdale dont l'axe est parallèle à $\vec{B}$.**

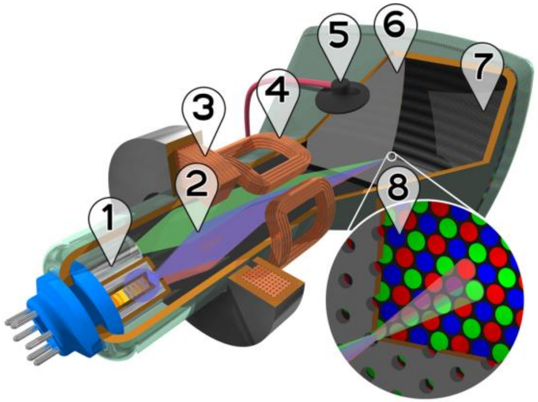




$$r = \frac{mv}{qB} \qquad \omega = \frac{qB}{m}$$

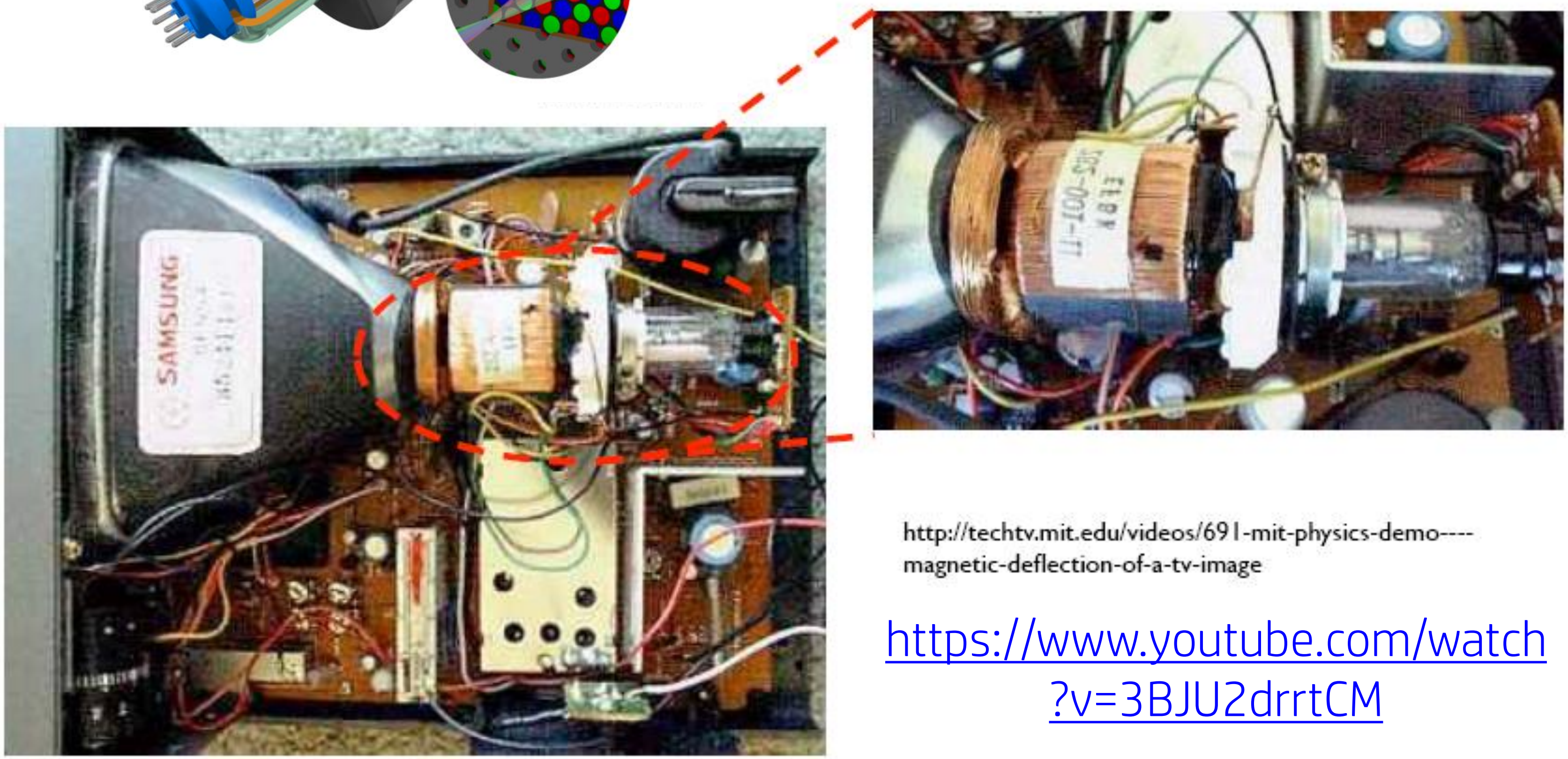
Attention : v représente ici le module de la vitesse dans le plan perpendiculaire à la densité de flux $\vec{B}$ (plan xy ici).

Application – Écran à tube cathodique



Une bobine de fil de cuivre contrôle et positionne le déplacement d'un faisceau d'électrons. Les pixels sont affichés un par un (f_B = [MHz])

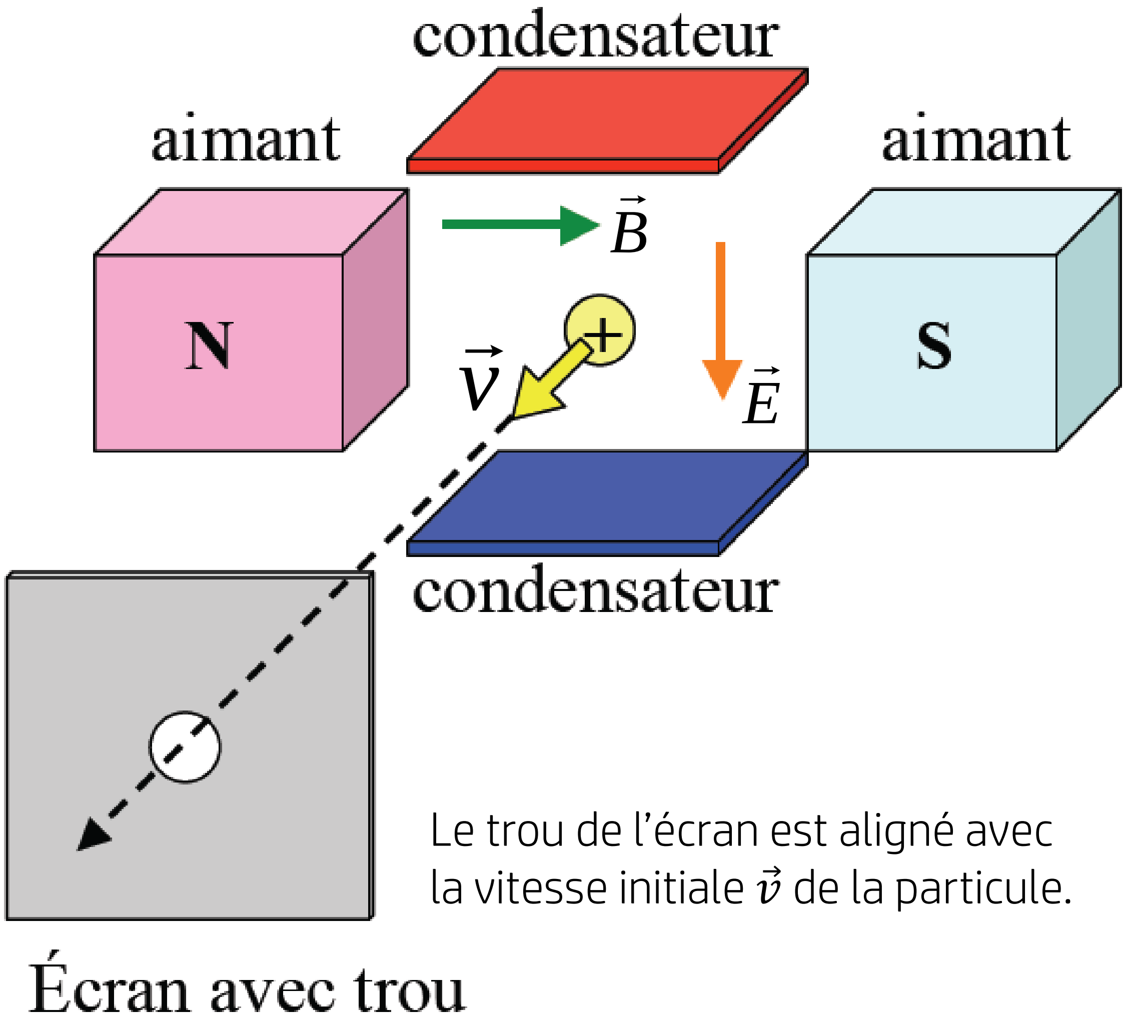
$$\boxed{\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}}$$



http://techtv.mit.edu/videos/691-mit-physics-demo----magnetic-deflection-of-a-tv-image

https://www.youtube.com/watch?v=3BJU2drrtCM

Application – Sélecteur de vitesse



Le trou de l'écran est aligné avec la vitesse initiale $\vec{v}$ de la particule.

À quelle condition la particule passe-t-elle dans le trou ?

La force résultante sur la particule doit être nulle afin que sa trajectoire demeure alignée sur le trou.

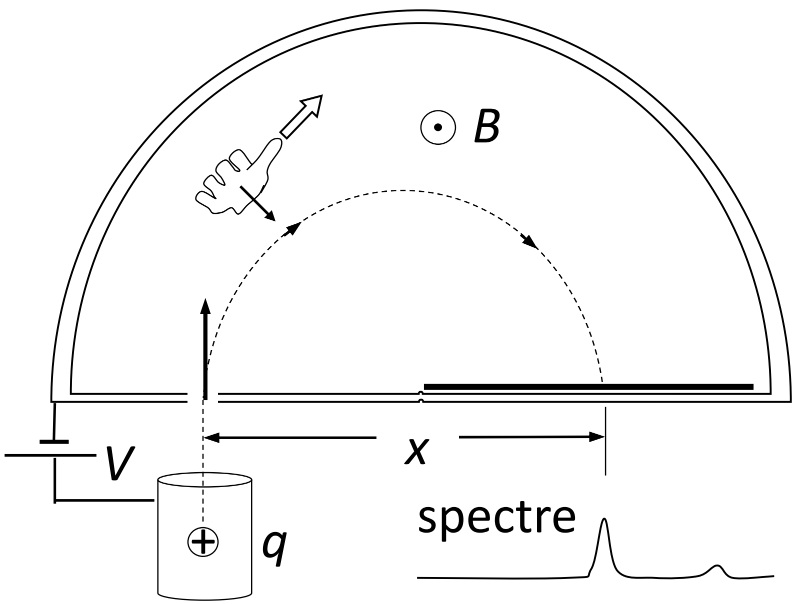
$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$$

$$qvB = qE$$

$$\boxed{v = \frac{E}{B}}$$

Exemple 8.2 – Spectromètre de masse

Le spectromètre de masse permet déterminer la concentration de diverses espèces d'un jet de particules ionisées.



1. Accélération par une différence de potentiel V (énergie conservée)

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

2. Trajectoire circulaire ($\vec{B}$ uniforme)

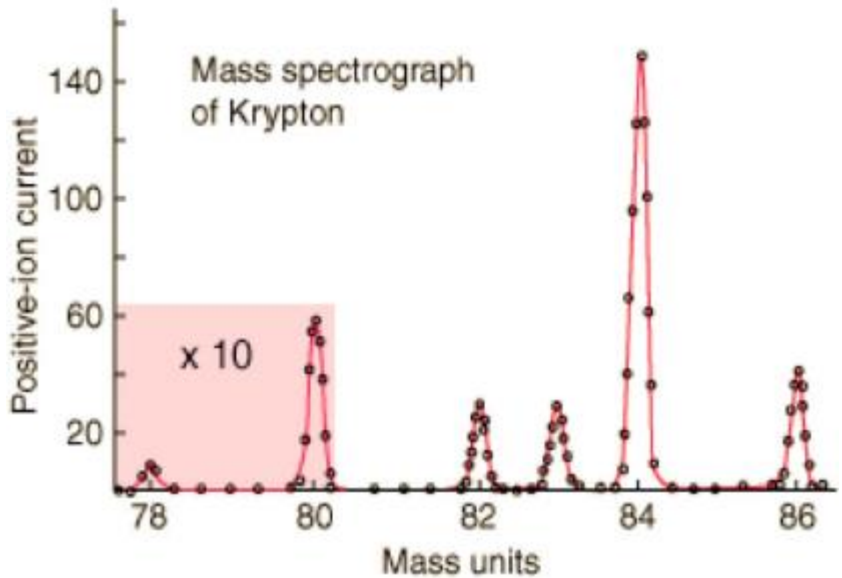
$$r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow x = 2r = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{8mV}{q}}$$

3. Masse d'une particule (de charge connue) en fonction de la distance x sur l'écran :

$$\boxed{m = \frac{qB^2x^2}{8V}}$$

Exemple 8.2 – Spectromètre de masse

Analyse isotopique du krypton



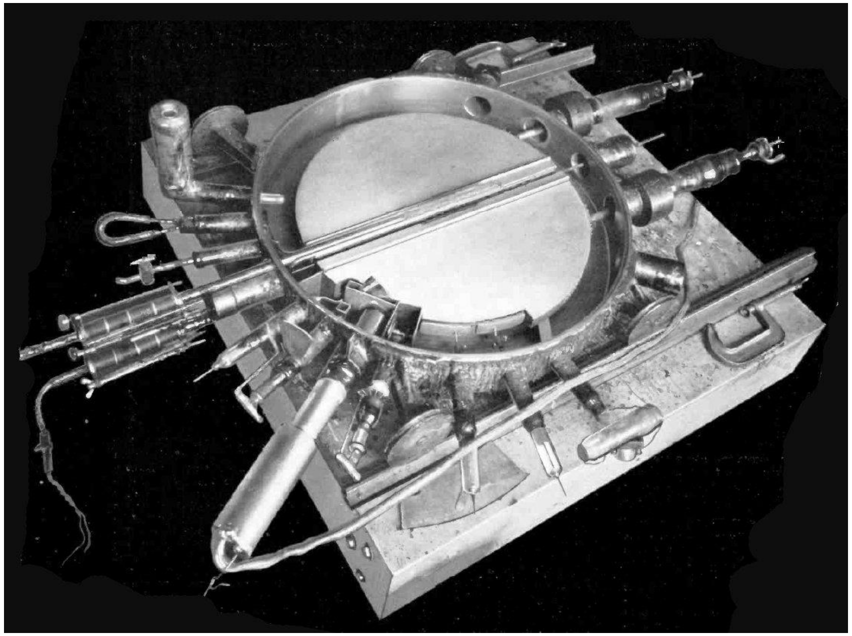
Isotope	Contenu
^{78}Kr	0.356%
^{80}Kr	2.27%
^{82}Kr	11.6%
^{83}Kr	11.5%
^{84}Kr	57.0%
^{86}Kr	17.3%

- Analyse isotopique : concentration naturelle, datation, traçage
- Analyse de trace gazeuse : exploration spatiale,
- Caractérisation de protéines
- Détection du cancer durant la chirurgie

Exemple 8.3 – Cyclotron

Un cyclotron permet d'accélérer des particules chargées.

- Deux électrodes en forme d'enceintes semi-circulaires (les D) dans lesquelles B est constant ;



- Les D sont séparées par une distance d où les particules chargées sont accélérées par la différence de potentiel entre les D ;

- Les D sont reliés à un oscillateur produisant un champ E qui oscille à la fréquence cyclotron ω.

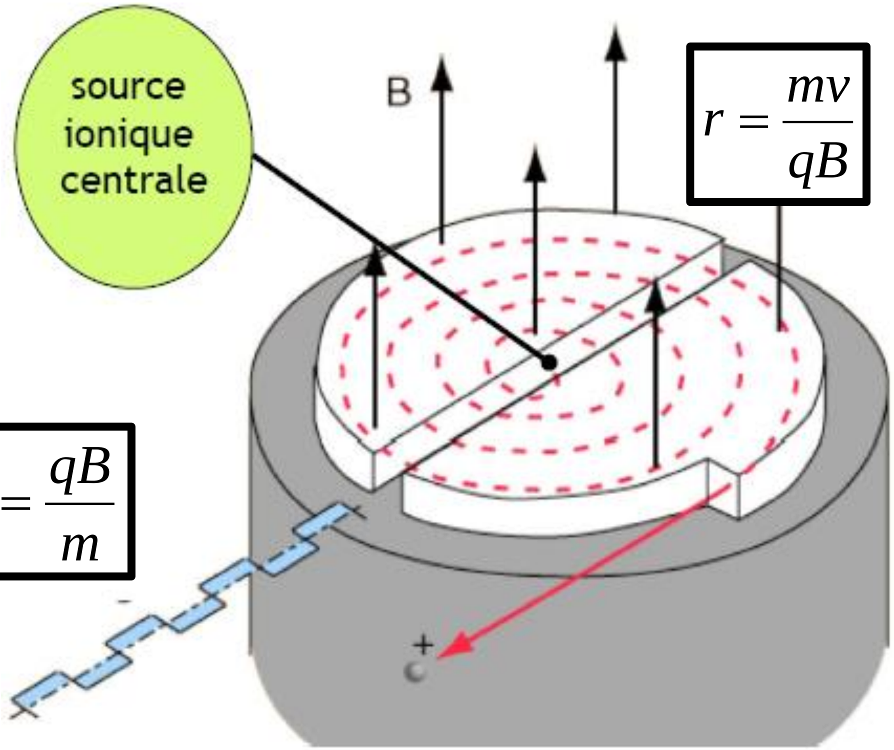
- Au fur et à mesure que les particules gagnent de la vitesse, le rayon de leur trajectoire augmente, jusqu'à leur éjection.

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

Exemple 8.3 – Cyclotron

Un cyclotron permet d'accélérer des particules chargées.

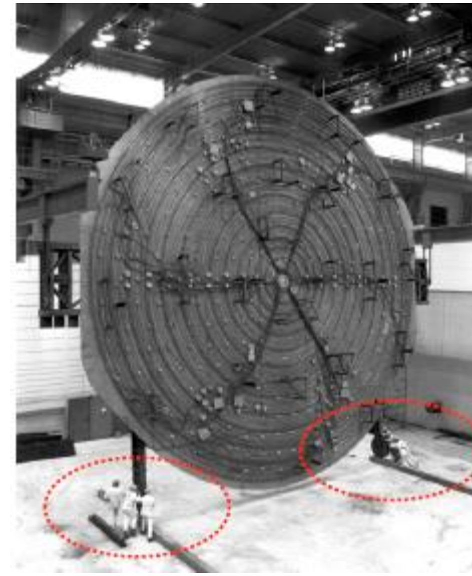


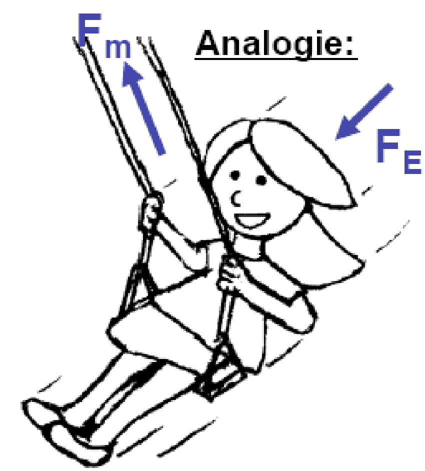
$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

Champ électrique en onde carrée accélérant la particule à chaque demi-révolution (fréquence cyclotron)

TRIUMF

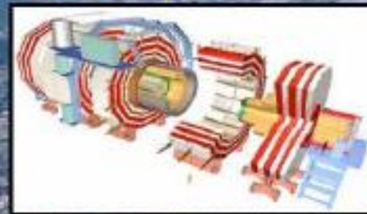


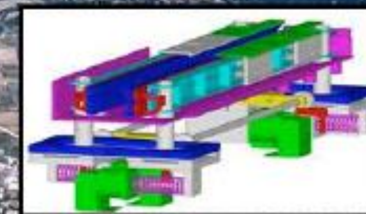


La force électrique donne de l'énergie. La force magnétique change la direction.

le Large Hadron Collider (LHC)

(CERN - frontière Franco-Suisse)



Cyclotron → Synchrotron

-mouvement circulaire (non spiral);

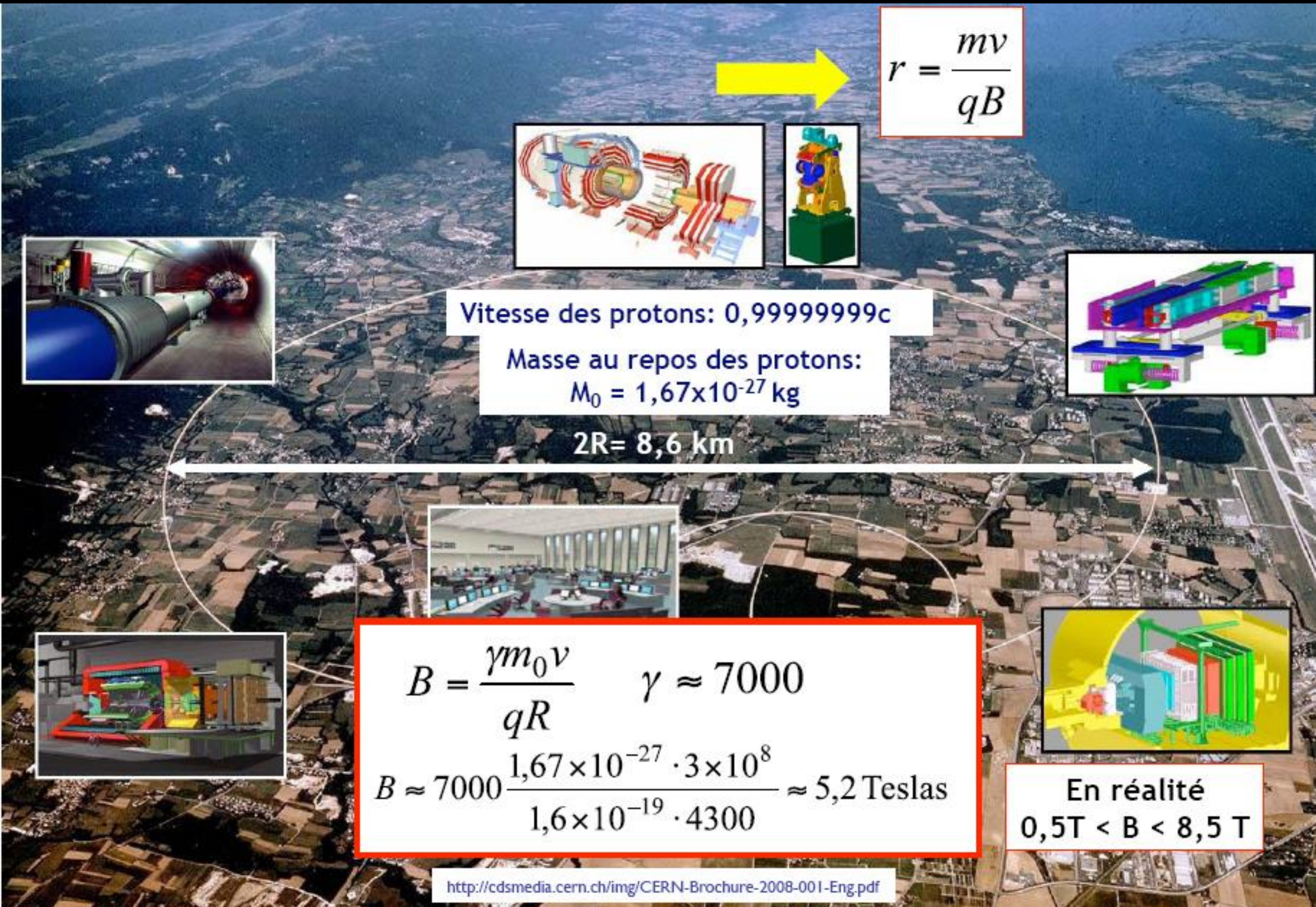
- Confinement magnétique;

- *E* et *B* synchronisés en fonction de v ;

- Diamètre le plus grand possible (pourquoi?).



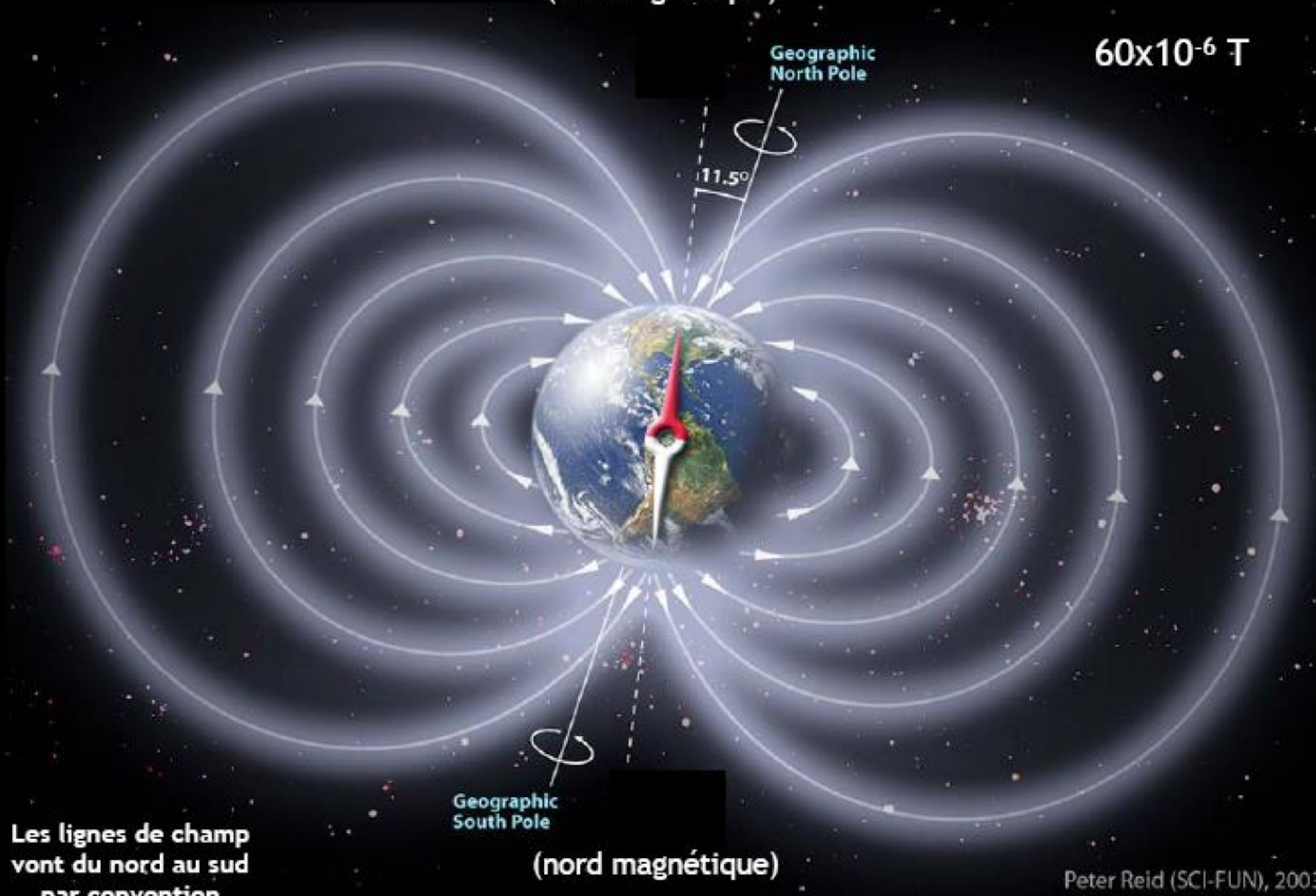




$$r = \frac{mv}{qB}$$
Vitesse des protons: 0,99999999c
Masse au repos des protons:
$M_0 = 1{,}67\mathrm{x}10^{-27}$ kg
2R= 8,6 km
$$B = \frac{\gamma m_0 v}{qR} \qquad \gamma \approx 7000$$
$$B \approx 7000 \frac{1{,}67\times10^{-27}\cdot 3\times10^{8}}{1{,}6\times10^{-19}\cdot 4300} \approx 5{,}2\,\mathrm{Teslas}$$
En réalité
0,5T < B < 8,5 T
http://cdsmedia.cern.ch/img/CERN-Brochure-2008-001-Eng.pdf

champ magnétique terrestre

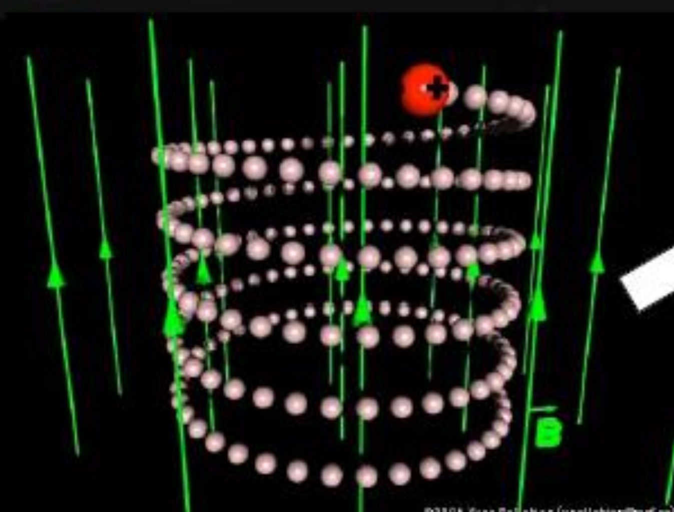
(sud magnétique)



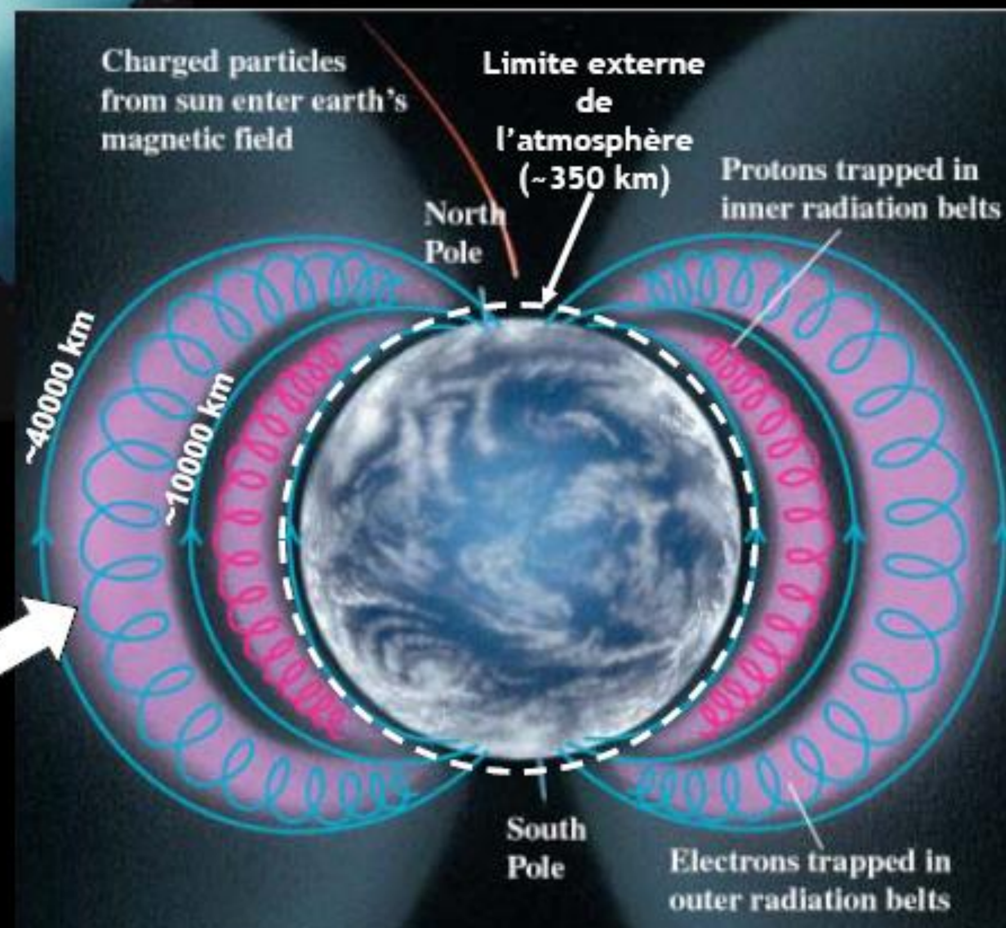
(nord magnétique)

Les lignes de champ vont du nord au sud par convention

aurores boréales



$$B_{\text{pôle}} > B_{\text{équateur}}$$



Force sur un courant

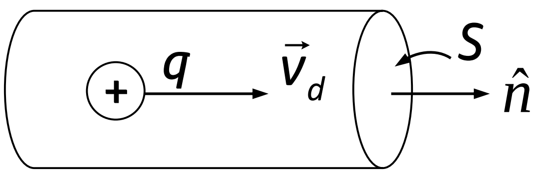
Un courant est le mouvement de porteurs de charge. Si un conducteur traversé par un courant est soumis à un champ magnétique, **chaque porteur de charge subira une force magnétique**, ce qui génèrera une force globale sur le conducteur.

Force subie par une particule dans un champ magnétique

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Courant dans un barreau conducteur de section uniforme

Les porteurs (considéré positifs par simplicité) se déplacent à la vitesse de dérive $\vec{v}_d$ selon l'axe du barreau.



Barreau de section S

RAPPEL
Densité de courant

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d$$

n : densité volumique de porteurs [#/m^{-3}]

q : charge d'un porteur [C]

$\vec{v}_d$: vitesse de dérive des porteurs [m/s]

$$\vec{J} = \frac{I}{S}\hat{n}$$

Courant dans le barreau

$$\boxed{I\hat{n} = nqS\vec{v}_d}$$

Force sur un courant

On considère un élément conducteur de longueur infinitésimale $d\vec{l}$ soumis à un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire au barreau. La force magnétique subie par l'élément est :

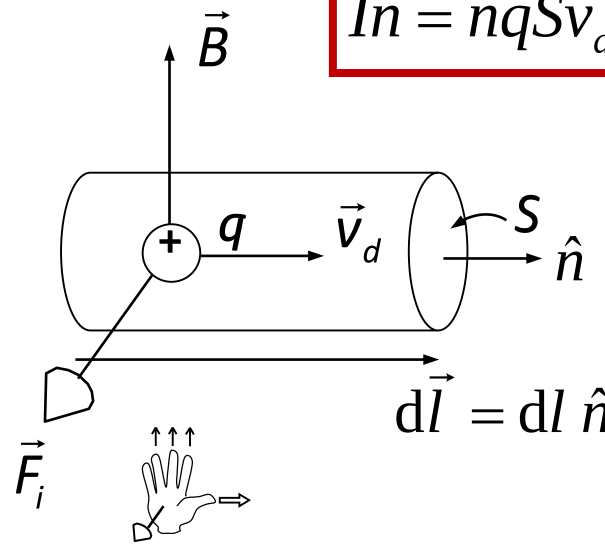
$$d\vec{F}_m = q_{\text{barreau}}\vec{v}_d \times \vec{B} = (nSdl \cdot q)\vec{v}_d \times \vec{B}$$

$$= dl(NqS\vec{v}_d) \times \vec{B}$$

$$= dl(I\hat{n}) \times \vec{B} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

Courant dans le barreau

$$\boxed{I\hat{n} = nqS\vec{v}_d}$$

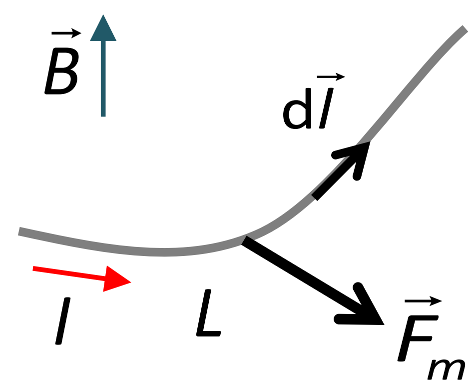


Pour avoir la force sur tout le conducteur (tout le courant), il faut intégrer.

Force sur un courant

$$\boxed{\vec{F}_m = \int_L Id\vec{l} \times \vec{B}}$$

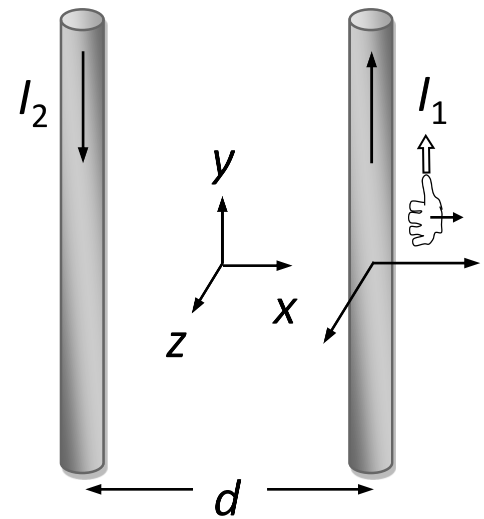
Lors des calculs, $d\vec{l}$ doit être pris dans le sens du courant.



Exemple 8.4 – Force sur une ligne bifilaire

Deux fils parallèles de rayon a, séparés d'une distance $d \gg a$, sont parcourus par des courants égaux et opposés ($I_1 = I_2$).

Quelle est la force par unité de longueur ressentie par chaque fil ?



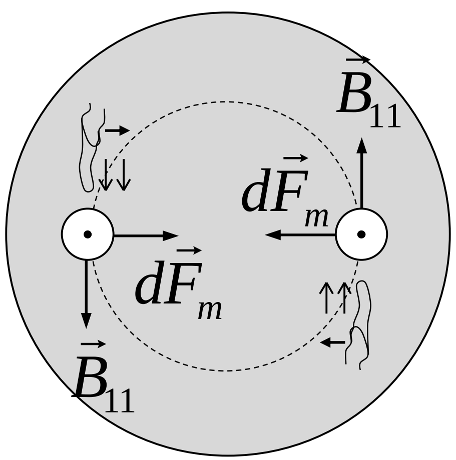
On étudie ici le fil 1 (à droite). Le champ magnétique subi par les porteurs à l'intérieur du fil 1 vient de deux contributions :

- Champ magnétique à l'intérieur du fil 1 (B_{11}) ;
- Champ magnétique à l'extérieur du fil 2 (B_{12}).

$$\vec{F}_{12} = \cancel{\int_L I_1 d\vec{l} \times \vec{B}_{11}} + \int_L I_1 d\vec{l} \times \vec{B}_{12}$$

Chapitre 7 $\vec{B}_{\text{fil}} = \dfrac{\mu_0 \rho I}{2\pi a^2}\hat{\phi}$

$$\int_L I_1 \, d\vec{l} \times \vec{B}_{11} = \vec{0}$$



Règle générale : la force exercée par le champ magnétique d'un conducteur sur lui-même est toujours nulle.

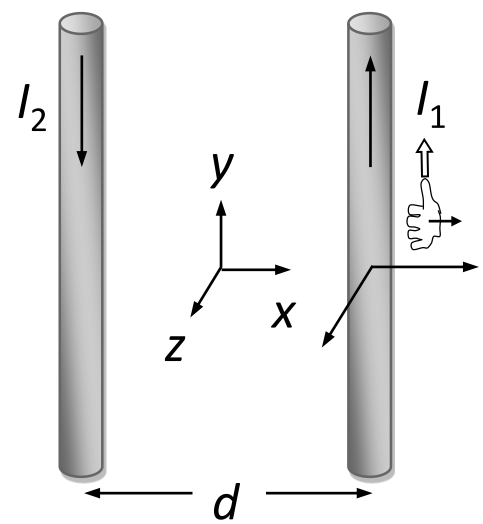
Exemple 8.4 – Force sur une ligne bifilaire

$$\vec{F}_{12} = \int_L I_1 d\vec{l} \times \vec{B}_{12}$$

Quelle est la force par unité de longueur ressentie par chaque fil ?

Puisque $d \gg a$, on peut supposer que les porteurs du fil 1 ressentent tous le même champ magnétique dû au fil 2.

Chapitre 7 $\quad \vec{B}_{\text{fil}} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\hat{\phi}$ $\quad \Rightarrow \quad \vec{B}_{12} \approx \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi d}\hat{z}$



Force magnétique sur une longueur L du fil 1 :

$$\vec{F}_{12} = \int_0^L I_1 dy\hat{y} \times \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}\hat{z}\right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\int_0^L dy\hat{y}\times\hat{z} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}L\hat{x}$$

Puisque les courants sont égaux en magnitude ($I = I_1 = I_2$) la force par unité de longueur vaut :

$$\boxed{\vec{f}_{12} = \frac{\vec{F}_{12}}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}\hat{x}}$$

Les fils se repoussent !

On peut montrer par un calcul similaire que :

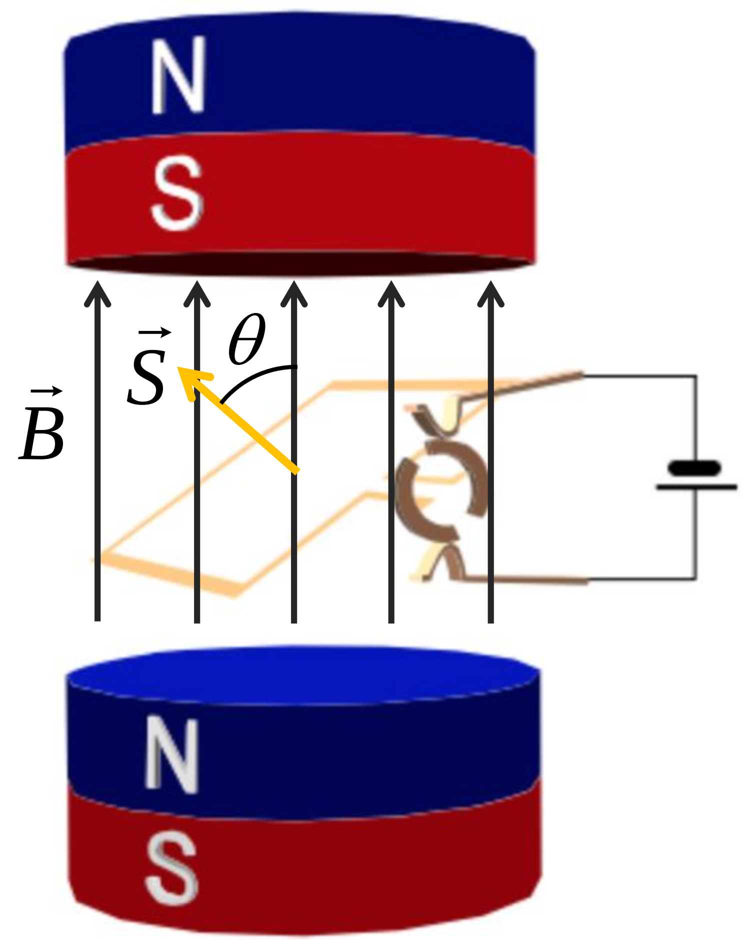
$$\boxed{\vec{f}_{21} = -\vec{f}_{12}}$$

Action-réaction

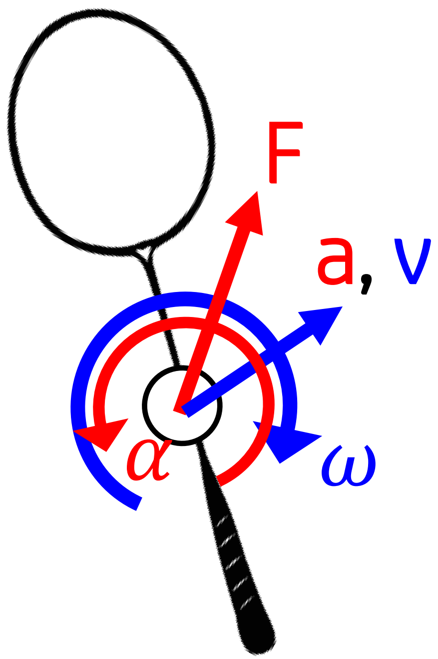
Boucle de courant dans un champ magnétique

- Boucle rigide conductrice (en jaune) traversée par un courant I ;
- Boucle de forme rectangulaire ($a \times b$)
- La boucle baigne dans un champ magnétique $\vec{B}$ constant et uniforme ;
- La normale $\vec{S} = S\hat{n}$ au plan de la boucle fait un angle θ avec $\vec{B}$;
- L'axe de rotation passe par le centre de masse de la boucle.

Qu'arrive-t-il à la boucle en présence du champ magnétique ?



Rappels de mécanique !



F : Force résultante [N]
v : Vitesse du centre de masse [m/s]
α : Accélération angulaire [rad/s²]
ω : Vitesse angulaire [rad/s]

Translation

$$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$$

Rotation

$$\boxed{\sum \vec{M}_{CM} = I_{CM}\vec{\alpha}}$$

Masse

Résistance d'un objet à modifier sa vitesse de translation (inertie).

Moment d'inertie

Résistance d'un objet à modifier sa vitesse de rotation (inertie de rotation).

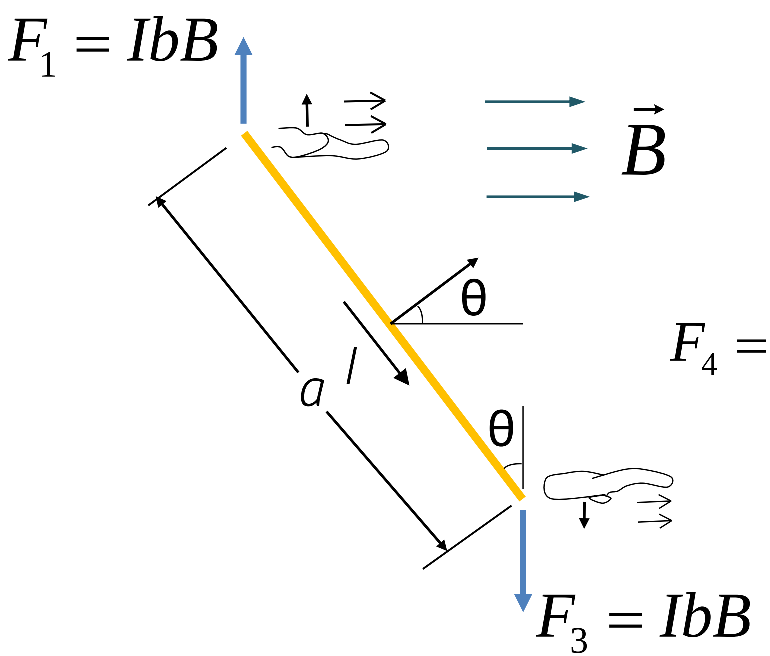
Couple sur une boucle de courant

On fait le DCL (diagramme du corps libre) de la boucle.

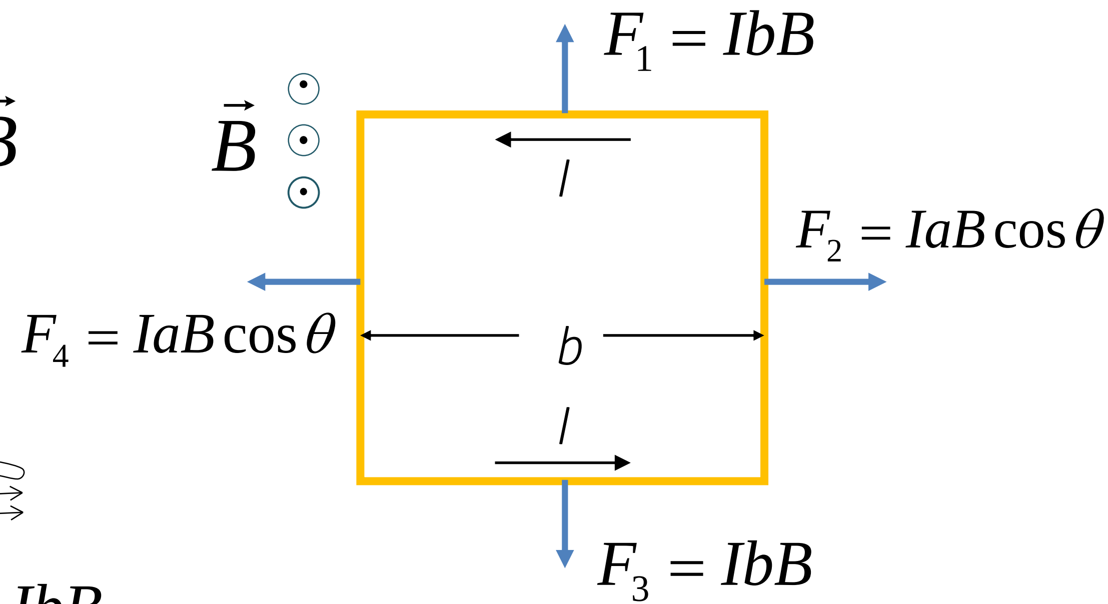
Force sur un courant

$$\boxed{\vec{F}_m = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}}$$

Boucle vue de côté



Boucle vue de face



Translation $$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$$

Le DCL montre que la somme des forces est nulle : le CM de la boucle n'accélère pas.

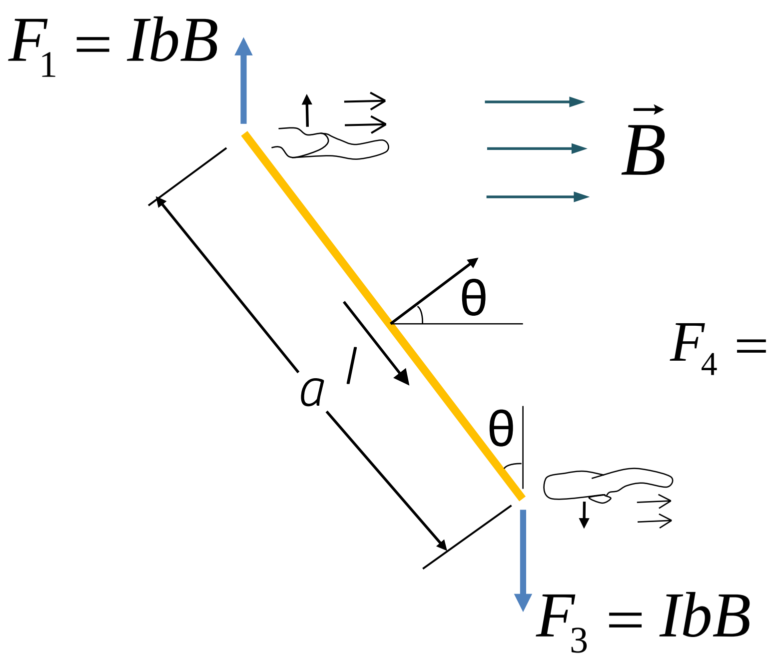
Couple sur une boucle de courant

On fait le DCL (diagramme du corps libre) de la boucle.

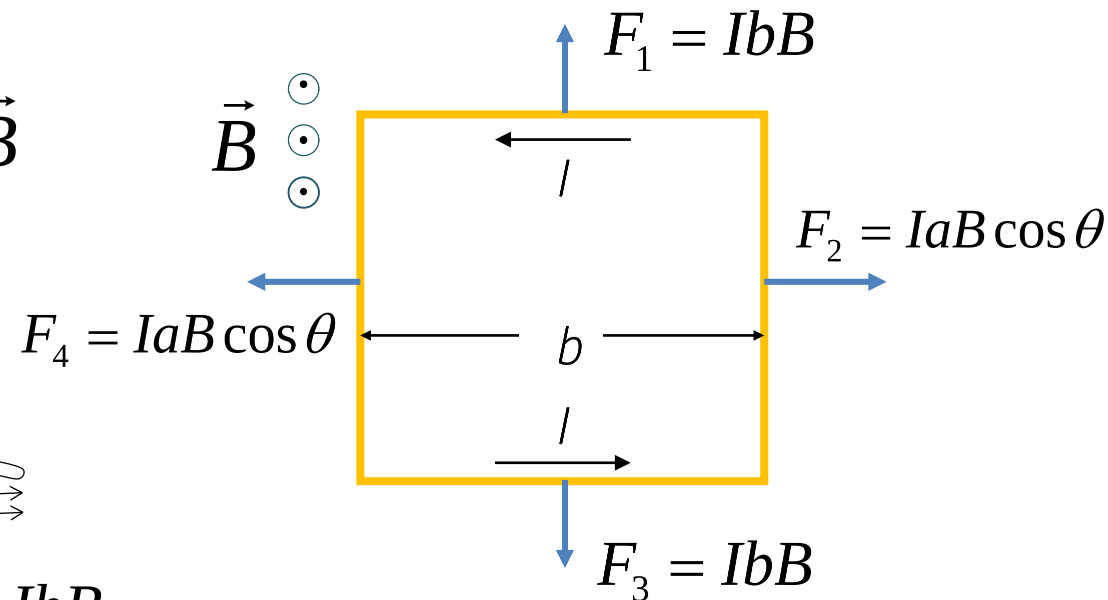
Force sur un courant

$$\boxed{\vec{F}_m = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}}$$

Boucle vue de côté



Boucle vue de face



Rotation $\boxed{\sum \vec{M}_{CM} = \vec{\tau} \neq \vec{0}}$

Le DCL vue de côté montre que les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_3$ forment un couple $\vec{\tau}$: la boucle accélère en rotation, (somme des moments non nulle).

Couple sur une boucle de courant

RAPPEL
Moment d'un couple de force

$$\tau = Fd$$

d : bras de levier (distance entre les lignes d'action des forces)

Le moment du couple formé par F_1 et F_3 vaut :

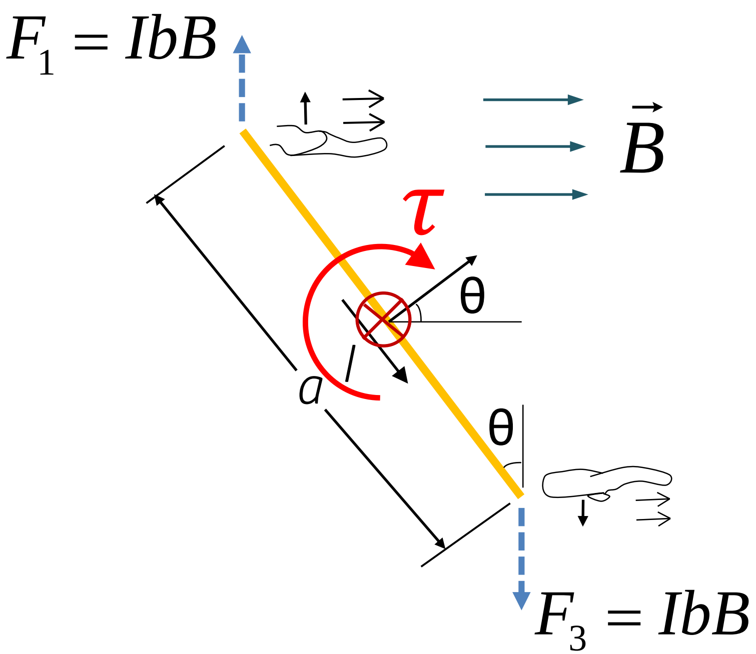
$$F = IbB \qquad d = a\sin\theta$$

Couple sur une boucle de courant

$$\boxed{\tau = NISB\sin\theta} \quad \text{[N·m]}$$

N : nombre de tours de fils dans la boucle
I : courant circulant dans un tour de boucle [A]
S : surface de la boucle [m²]
θ : angle entre la normale et le champ $\vec{B}$

Boucle vue de côté
(surface $S = ab$)



Le moment $\vec{\tau}$ du couple entre dans la page : il est perpendiculaire à la normale de la boucle et à $\vec{B}$.

Couple sur une boucle de courant – Résultat général

Couple sur une boucle de courant

$$\boxed{\tau = NISB\sin\theta}$$ [N·m]

Le résultat a été obtenu à partir d'une boucle rectangulaire, mais il est tout à fait général et s'applique à une boucle de forme quelconque.

Reconnaissez-vous une quantité importante dans l'expression du couple ?

Le couple est proportionnel au moment magnétique dipolaire de la boucle !

RAPPEL – Moment dipolaire magnétique

$$\vec{m} = NI\vec{S}$$

On peut donc réécrire le couple sous la forme :

$$\boxed{\tau = mB\sin\theta}$$

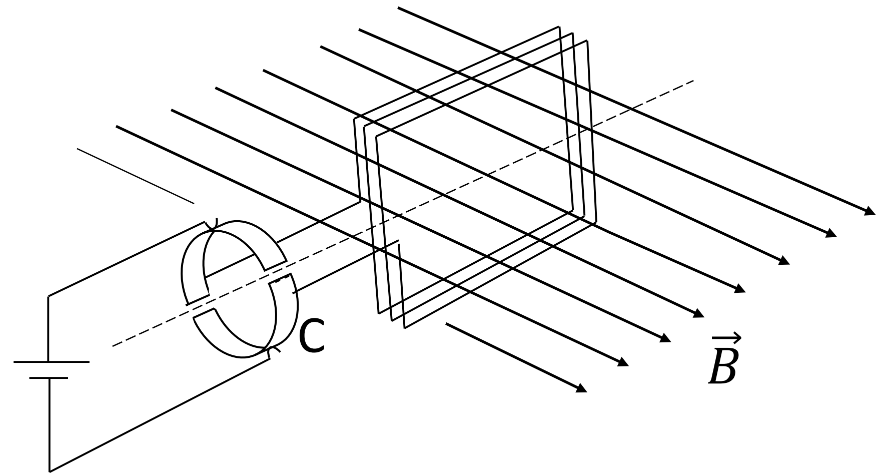
On reconnaît la forme de la norme d'un **produit vectoriel**, ce qui est cohérent avec le fait que $\vec{\tau}$ est **perpendiculaire** à $\vec{S}$ (donc à $\vec{m}$) et à $\vec{B}$! En respectant la **règle de la main droite**, on a donc enfin :

Couple sur un moment magnétique

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{m}\times\vec{B}}$$

Exemple 8.5 – Moteur DC

Un moteur DC permet de convertir l'énergie électrique en énergie mécanique.



Un moteur DC est composé :

- D'une boucle conductrice de surface S constituée de N tours de fils ;
- D'une source de courant connectée à une bague métallique fendue (C) en deux parties, chacune connectée à une extrémité de la boucle.

Le principe est d'inverser le sens du courant dans la boucle à chaque fois qu'elle effectue un demi-tour.

Quel sera le comportement du système en fonction du temps si la boucle est exposée à un champ magnétique B constant et uniforme ?

Exemple 8.5 – Moteur DC

Couple sur un moment magnétique

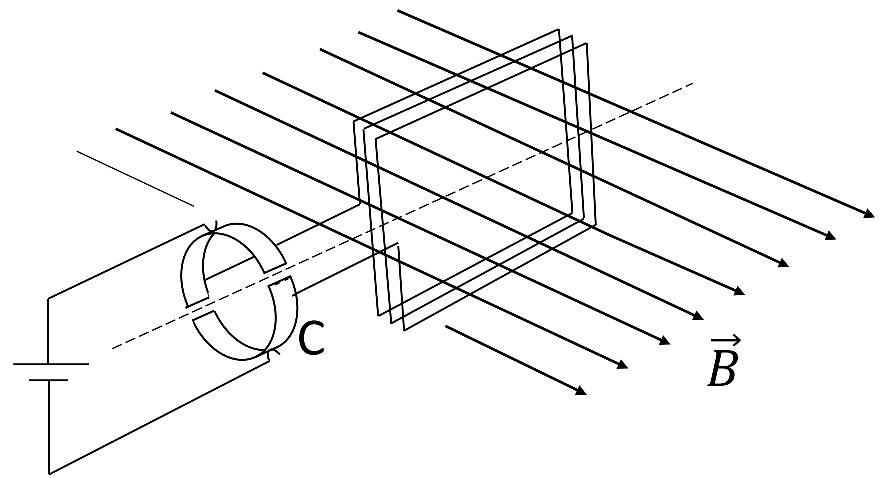
$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$\tau = mB \sin\theta$$

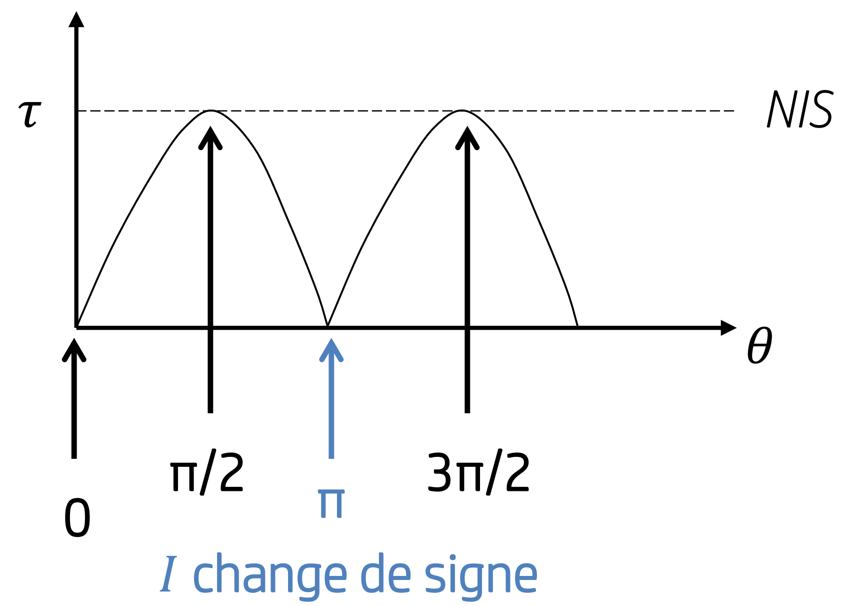
Le champ magnétique exerce un couple sur la boucle, ce qui lui confère un mouvement de rotation.

Si le courant était maintenu constant, le couple s'inverserait après $\theta = 180°$, car $\sin\theta$ changerait de signe.

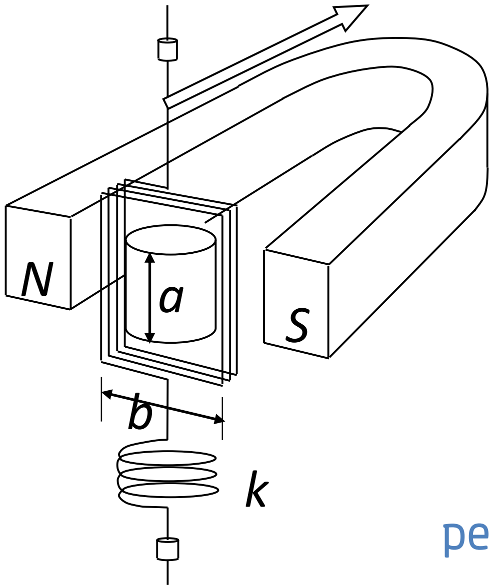
En inversant le courant à chaque demi-tour, on inverse le sens du moment magnétique $\vec{m}$, ce qui permet d'avoir un couple toujours positif.

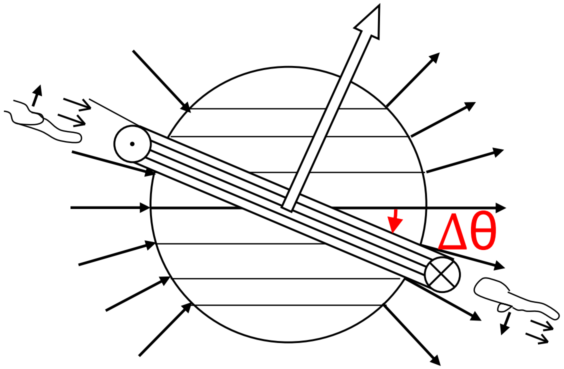


https://www.youtube.com/watch?v=LAtPHANEfQo



Exemple 8.6 – Galvanomètre





Le champ *B* est toujours perpendiculaire au plan de la boucle.

- Le galvanomètre sert à **mesurer l'intensité d'un courant continu** ;
- Une boucle conductrice rectangulaire de largeur *b*, ayant *N* tours de fils, est montée sur un ressort de torsion et placée entre les pôles d'un aimant permanent de hauteur *a* ;
- Un noyau cylindrique aussi de hauteur *a* est placé au centre de la boucle afin de modifier le champ de l'aimant pour le rendre uniforme et radial ;
- Une aiguille est fixée à l'axe de rotation de la boucle : plus le courant est élevé, plus la boucle tourne et plus l'aiguille est déviée.

Exemple 8.6 – Galvanomètre

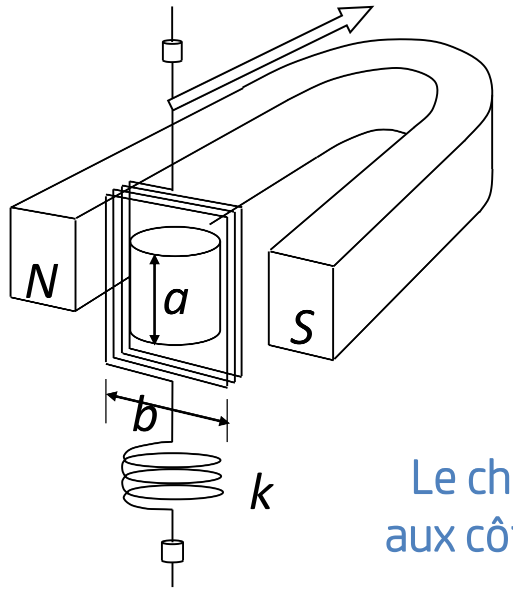
Couple sur une boucle de courant

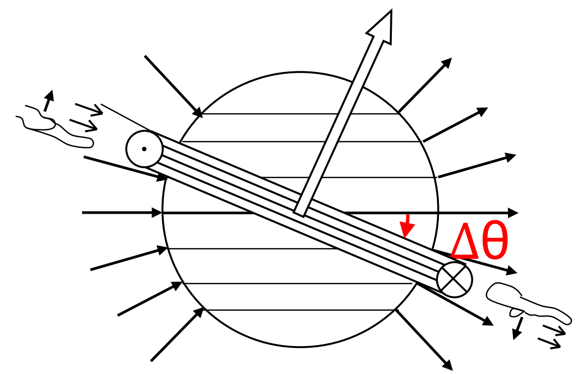
$$\boxed{\tau = NISB\sin\theta}$$

Couple produit par un ressort de torsion

$$\tau_{res} = k\Delta\theta$$

Équilibre statique de la boucle de courant





Le champ B est toujours perpendiculaire aux côtés verticaux de la boucle ($\theta = 90°$).

$$\sum \vec{M} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \tau = \tau_{res} \quad \Rightarrow \quad NIabB\sin 90° = k\Delta\theta$$

L'angle de déviation de l'aiguille est porportionnel au courant. $\Rightarrow$

$$\boxed{\Delta\theta = \frac{NabB}{k} I}$$

Génération d'une force électromotrice (f.é.m.)

Le mouvement d'un conducteur dans un champ magnétique provoque l'apparition d'une force magnétique sur les porteurs de charge dans le conducteur.

Résultat : une différence de potentiel $\in$ apparaît aux bornes du conducteur.

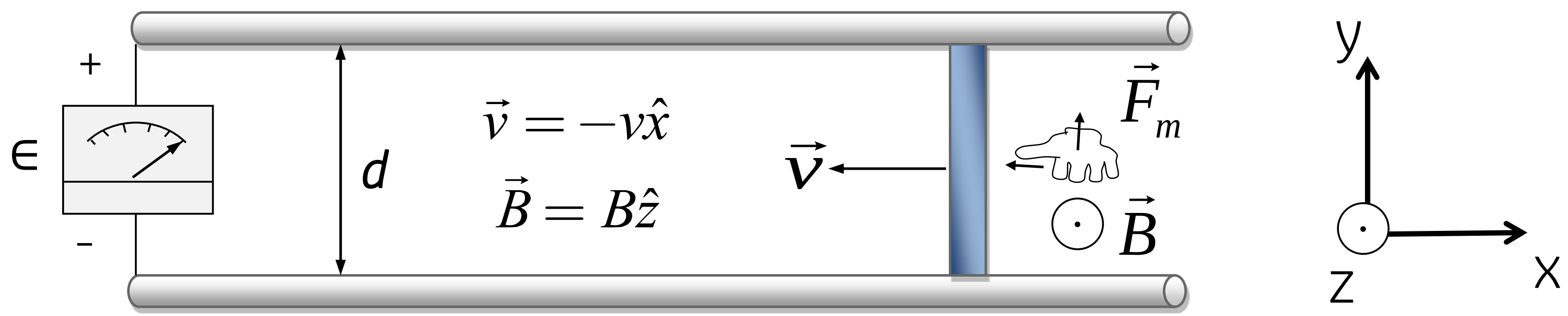
Exemple

Un barreau conducteur se déplace vers la gauche à une vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique perpendiculaire (ici, $\vec{B}$ sort de la page).

Si l'on considère des porteurs de charge positifs, chaque porteur subit une force magnétique vers le haut. Les porteurs sont donc amenés à se déplacer : une différence de potentiel apparaît et un courant peut circuler si le circuit est fermé.

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Génération d'une force électromotrice (f.é.m.)



Énergie acquise par la charge qui se déplace verticalement dû à la force magnétique

Cette énergie est le travail effectué par la force magnétique sur toute la longueur d de la tige conductrice en mouvement.

$$W = \int_0^d \vec{F}_m \cdot d\vec{l} = q\int_0^d \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}$$

Différence de potentiel (<u>force électromotrice induite</u>) entre les extrémités de la tige

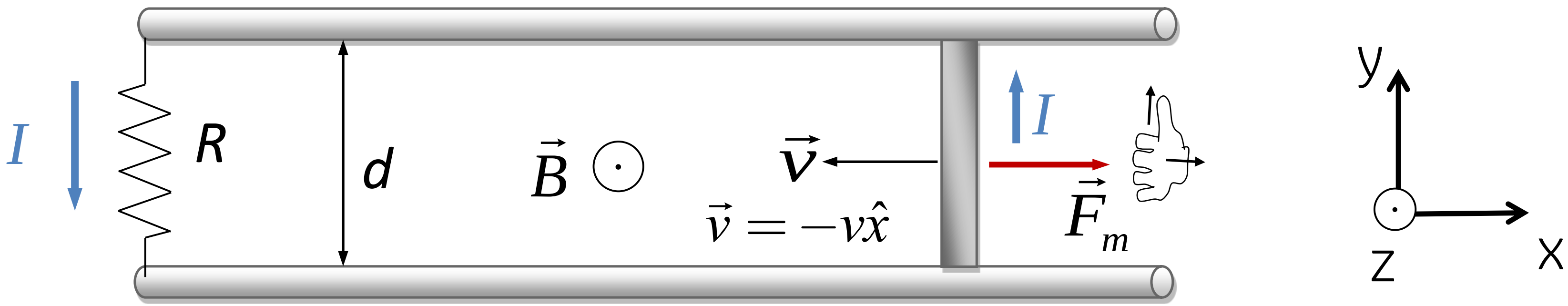
La différence de potentiel est l'énergie acquise par unité de charge.

$$\boxed{\in = \frac{W}{q} = \int_L \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}} \quad \Rightarrow \quad \in = \int_0^d \left(-v\hat{x} \times B\hat{z}\right) \cdot dy\hat{y} = vBd$$

La f.é.m. peut être mesurée à l'aide d'un voltmètre ($\in = RI$).

Effet de la résistance de charge sur une génératrice

Qu'arrive-t-il si l'on ferme le circuit par une résistance R ?



Les charges déplacées par le champ magnétique génèrent un courant ! $I = \dfrac{\in}{R} = \dfrac{vBd}{R}$

Conséquence de l'apparition d'un courant dans la tige

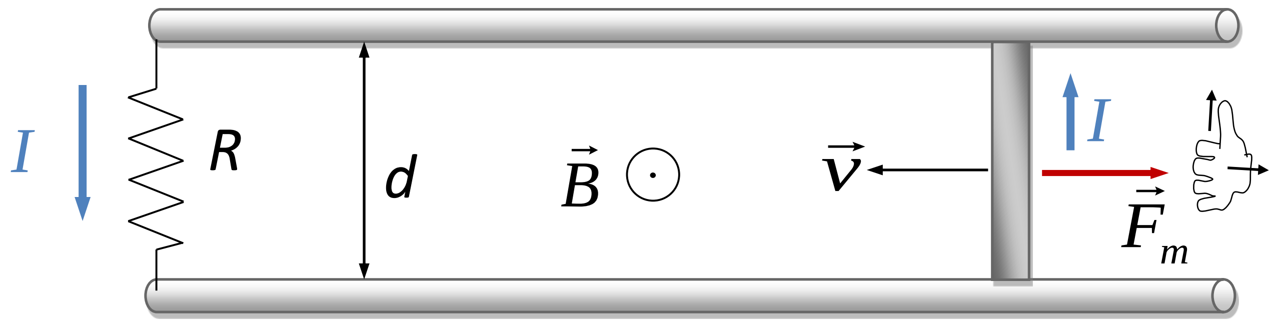
Le courant dans la tige subit une force due au champ magnétique.

$$\vec{F}_m = \int_0^d I\,d\vec{l} \times \vec{B} = \int_0^d I\,dy\hat{y} \times B\hat{z} = IdB\hat{x} = \left(\frac{-\vec{v}Bd}{R}\right)Bd = \frac{-\vec{v}\,B^2 d^2}{R}$$

La résistance de charge, en permettant la circulation d'un courant, entraîne l'apparition d'une force de freinage opposée au déplacement de la tige.

Effet de la résistance de charge sur une génératrice

Que doit-on faire pour déplacer la tige à vitesse constante ?



$$\vec{F}_m = \frac{-\vec{v}B^2d^2}{R}$$

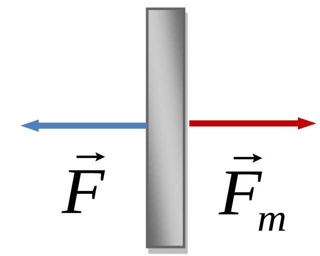
Il faut appliquer une force externe $\vec{F}$ égale et opposée à la force de freinage.

Conservation de l'énergie

Le courant circulant dans la résistance crée une dissipation d'énergie sous forme de chaleur.

Cette énergie provient en fait du travail fait par la force externe F sur le système.

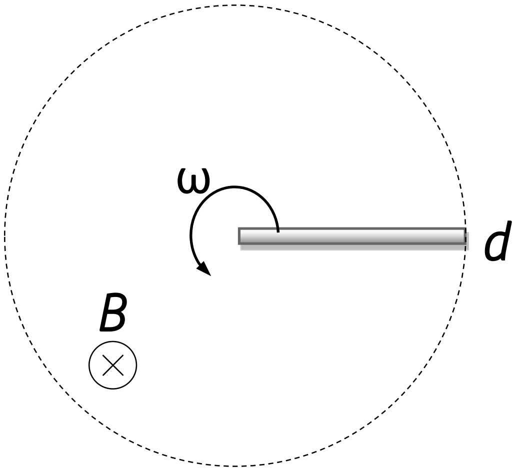
DCL de la tige



Peut-on associer une énergie potentielle (ou un potentiel) à la f.é.m. ?

Exemple 8.7 – Tige en rotation dans un champ uniforme

Une tige conductrice de longueur ***d*** tourne avec une vitesse angulaire **ω** autour d'une de ses extrémités. Un champ magnétique ***B*** constant et homogène entre dans la page.

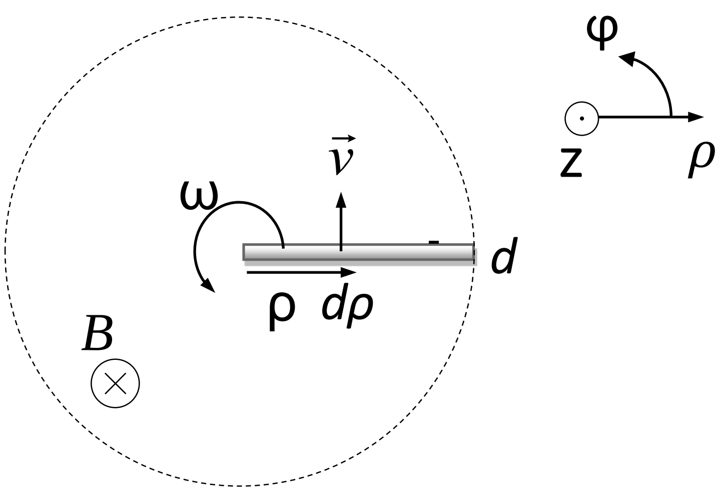


Y aura-t-il une force électromotrice ∈ induite aux bornes de la tige?

Oui, car il y a un mouvement de porteurs de charges dans un champ magnétique.

Coordonnées cylindriques

La vitesse *v* d'un élément de longueur de la tige (*dρ*) est en tout temps perpendiculaire à *B*. La vitesse tangentielle *v* de cet élément est liée à la vitesse angulaire: $\vec{v} = \omega\,\rho\,\hat{\varphi}$



Dans quelle direction seront déplacés les porteurs dans la tige ?

Exemple 8.7 – Tige en rotation dans un champ uniforme

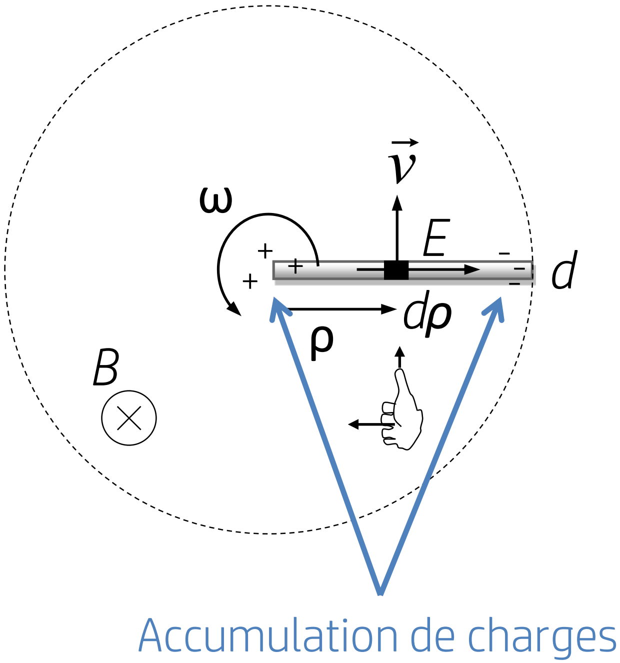
Dans cet exemple, les porteurs positifs se déplacent vers le centre de rotation tandis que les porteurs négatifs migrent vers l'extérieur de la tige.

$$\epsilon = \int \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}$$

Orientation de la force magnétique
La force magnétique agit (selon la règle de la main droite) vers la gauche sur les porteurs positifs, et vers la droite sur les porteurs négatifs.

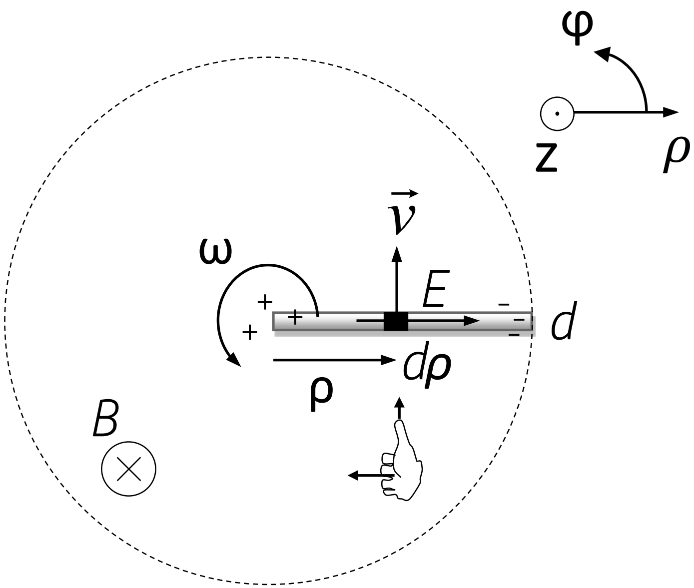
Il y aura accumulation de charges positives à gauche et de charges négatives à droite.

La f.é.m. correspond donc à une différence de potentiel positive de l'extrémité gauche de la tige par rapport à l'extrémité droite de la tige.



Exemple 8.7 – Tige en rotation dans un champ uniforme

$$\in = \int \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}$$



Calcul de la f.é.m.
On exprime la vitesse, le champ magnétique et l'élément de distance en coordonnées cylindriques.

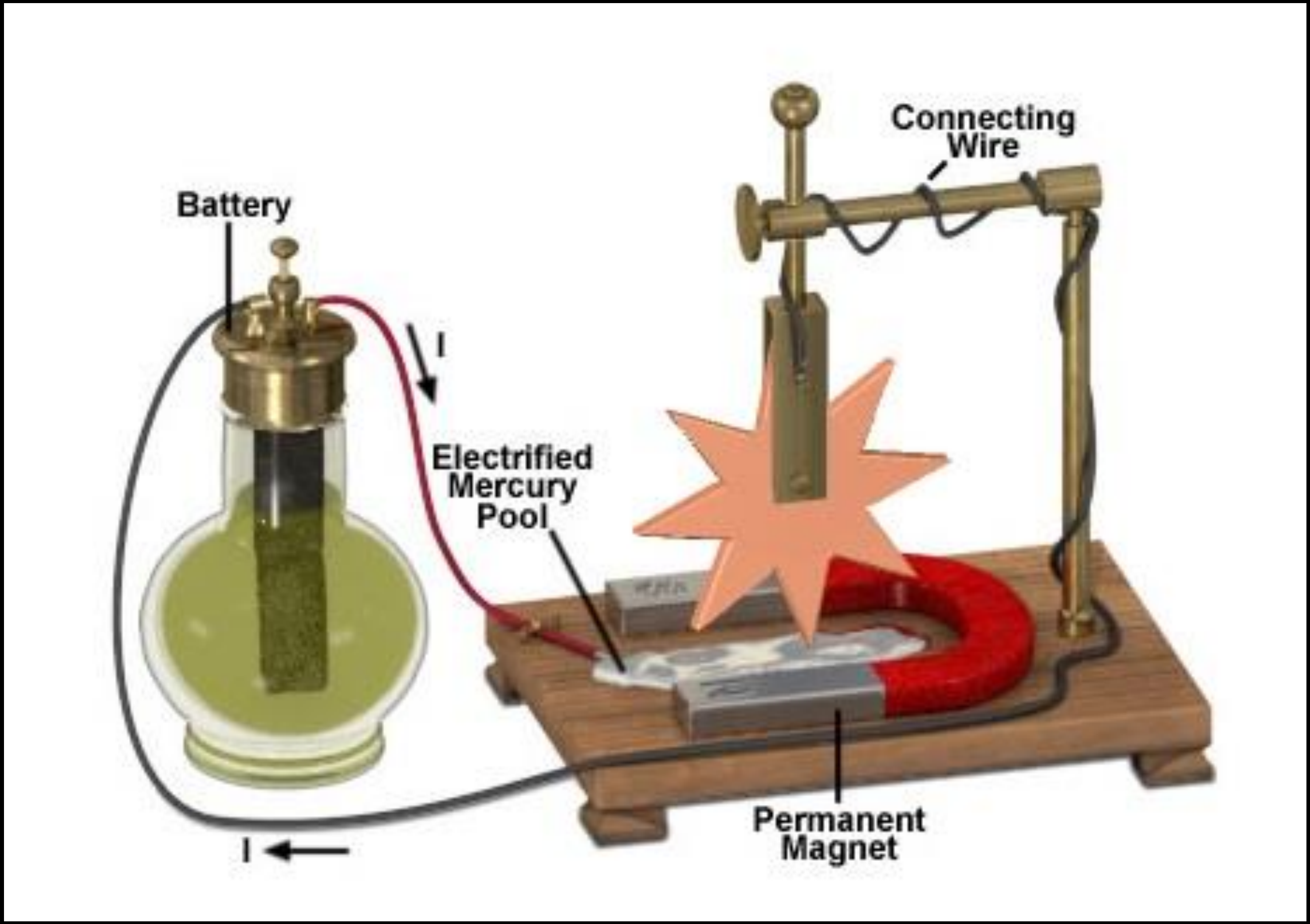
$$\vec{v} = \omega\rho\hat{\varphi} \qquad \vec{B} = -B\hat{z} \qquad d\vec{l} = d\rho\hat{\rho}$$

On intègre de l'extrémité droite (négative) vers l'extrémité gauche (positive) : on trouvera alors une f.é.m. positive.

$$\in = \int_d^0 \left(\omega\rho\hat{\varphi} \times -B\hat{z}\right) \cdot d\rho\hat{\rho} = \int_d^0 -B\omega\rho\hat{\rho} \cdot d\rho\hat{\rho} = -B\omega\int_d^0 \rho d\rho = \boxed{\frac{B\omega d^2}{2}}$$

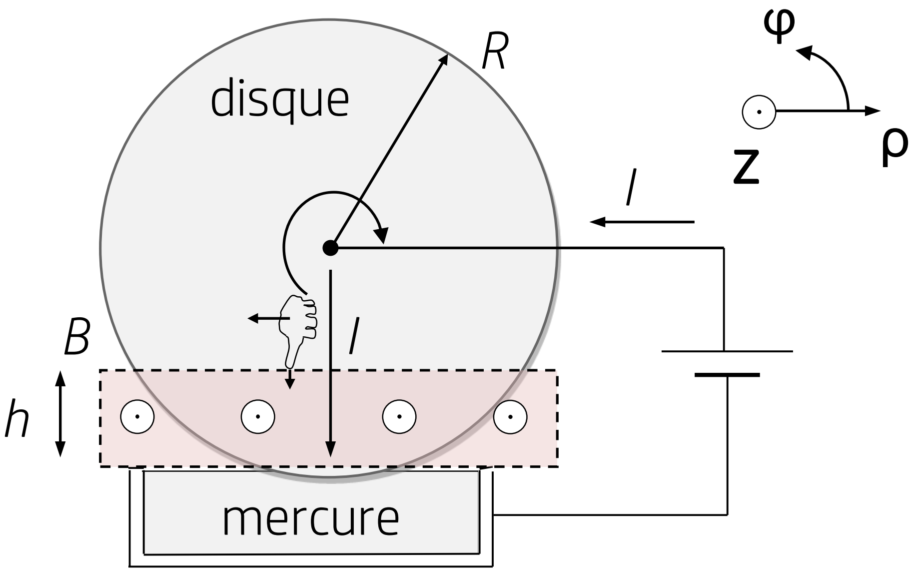
La f.é.m. est proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation.

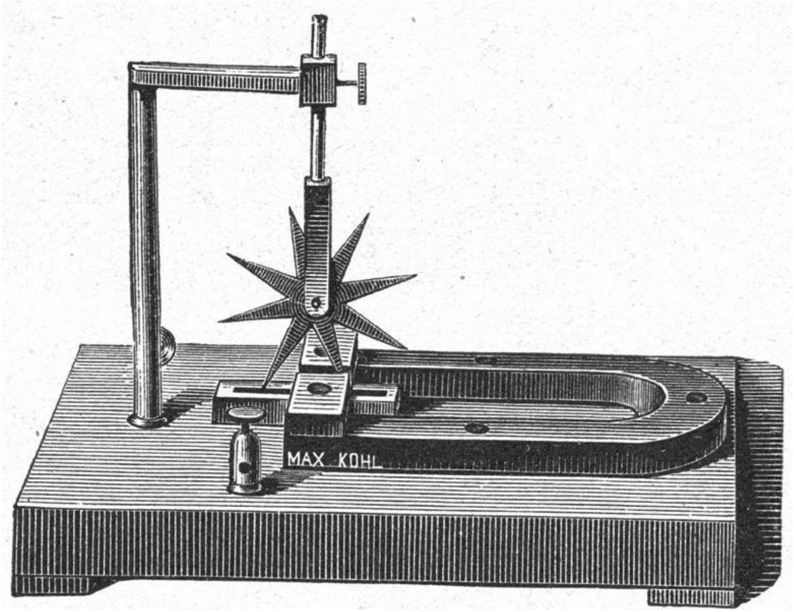
Application – Disque de Barlow



https://www.youtube.com/watch?v=D9xpoUdNaRw

Application – Disque de Barlow (moteur/générateur DC)





Moteur DC
Une batterie fait circuler un courant entre le centre du disque et le bain de mercure. Le bas du disque est soumis à un champ magnétique uniforme. La force magnétique sur le courant fait tourner le disque.

Générateur DC
On fait tourner le disque, ce qui génère une f.é.m. entre le centre et le bas du disque. Un courant peut alors circuler si le circuit est fermé avec une charge.

Exemple 8.7.1 – Disque de Barlow

Déterminer la f.é.m. entre le centre du disque et le bain de mercure si le disque tourne en sens horaire avec une vitesse angulaire ω.

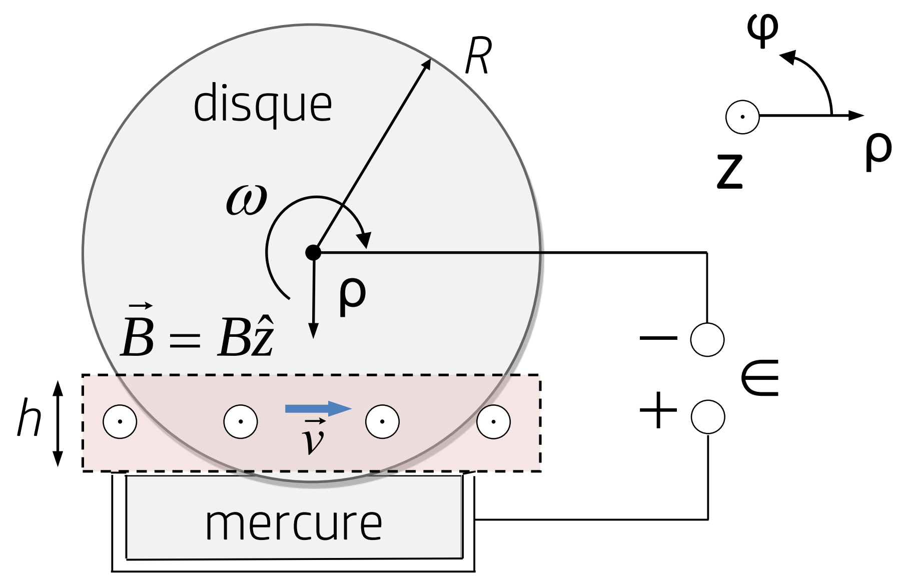
$$\in = \int \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}$$

On intègre sur le chemin vertical entre le centre du disque et le bain de mercure.

$$d\vec{l} = d\rho\hat{\rho}$$

Un élément de charge à une distance ρ sous le centre du disque a une vitesse :

$$\vec{v} = \omega\rho\hat{\varphi}$$



La f.é.m. vaut donc : $$\in = \int_{R-h}^{R} \left(\omega\rho\hat{\varphi} \times B\hat{z}\right) \cdot d\rho\hat{\rho} = \omega B \int_{R-h}^{R} \rho d\rho = \boxed{\frac{\omega B h(2R-h)}{2}}$$