Intra

26 octobre 2020

1846912

PHS 1102

$Q_4 = 0{,}2$

$Q_1 = 4/4$

Intra PHS-1102 Paul Clas - 1846912

1.1 $a < \rho < b$

$$Q = \int_V \rho_v dv = \int_0^{2\pi}\int_0^L\int_a^b k\rho^2 \rho \cdot d\rho \cdot dz\, d\theta$$

D'après cerbure, on en déduit

$$\frac{2\pi k L}{5}(b-a)^3$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^L \left[\frac{k\rho^4}{4}\right]_a^b dz\,d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^L \frac{kb^4 - ka^4}{4}\, dz\, d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^L \frac{k}{4}(b^4 - a^4)\, dz\, d\theta = \frac{k}{4}\int_0^{2\pi} L(b^4-a^4)\, d\theta$$

$$= k\frac{2\pi L(b^4-a^4)}{4} = \frac{k\pi L(b^4-a^4)}{2}$$

<u>1.2</u>

Réponse : ~~b~~ → b

<u>1.3</u>

① – D

② – A

③ – K

④ – L

⑤ – i

⑥ – M

<u>1.4</u> condensat → densité constante

condition frontière → réponse D

champs <u>tangentiel</u> → donc sigma σ même donc J constant

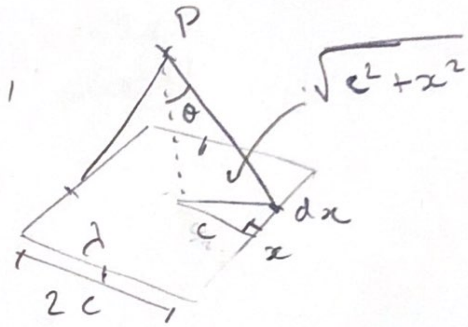
donc $J_1 = J_2$

Puisque deux diélectriques différents $D_1 \neq D_2$

Question 2

2.1 Puisque $r=0$ $\quad \vec{E}=0$

2.2 $$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho_l(r)}{\cancel{R}^2}\,\hat{n}\, dl'$$



$E_x = 0$

$E_y = 0$

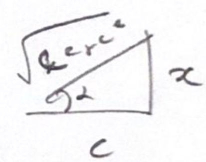
$E_z = E\cos\theta$

$dl' = dx'$

$R^2 = z^2 + c^2 + x^2$

$\cos\theta = \frac{z}{R}$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\rho_l \int \frac{dx'}{z^2 + 2c^2 + x'^2}\cos\theta$$



$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\rho_l \int_{-c}^{c} \frac{z}{(z^2+2c^2+x'^2)^{3/2}}\, dx'$$

$\tan\alpha = \frac{x}{z}$

$x = z\tan\alpha$

$dx = z\sec^2\alpha\, d\alpha$

$$= \frac{2\rho_l z}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^c \frac{dx}{\quad}$$

$\cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{c^2+x^2}}$

$$\left(\frac{\cos\alpha}{r}\right)^3 = \left(\frac{1}{\sqrt{z^2+x^2}}\right)^3$$

$R^2 = z^2 + c^2$

$\cancel{z}=0 \to \tan\alpha = 0 \quad \alpha = 0$

$\cancel{z} = c \to \alpha = \tan^{-1} c$

$$E_z = \frac{\rho l z}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\tan^{-1}(c)} \rho \sec^2\alpha \, d\alpha \cdot \frac{\cos^3\alpha}{(c^2+z^2)^3}$$

$$E_z = \frac{2\rho l z}{\pi\varepsilon_0 (c^2+z^2)^2} \sin\alpha$$

$$E_z = \frac{2\rho l z}{2\pi\varepsilon_0 (c^2+z^2)^2} \left. \frac{x}{\sqrt{c^2+z^2}} \right|_0^c$$

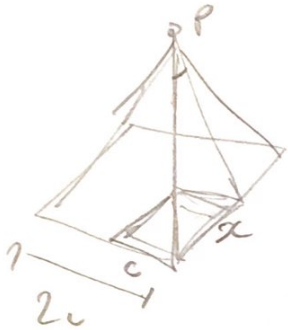
$$E_z = \frac{\rho l z}{2\pi \cdot (c^2+z^2)^2}\left(\frac{c}{\sqrt{c^2+z^2}} - 0\right)$$

$$E_z = \frac{\rho l z c}{4\pi\varepsilon_0 (c^2+z^2)^2\sqrt{c^2+z^2}}$$

$$E_z = \frac{2\rho l z c}{4\pi (z^2+c^2)\sqrt{c^2+z^2}} \hat{z}$$

→ Le champs électrique à distance r d'une ligne avec une charge distribuée également de taille 2l est.

$$E(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\rho l}{r\sqrt{R^2+L^2}} \hat{r}$$



distance de P à chaque coin est

$$r = \sqrt{z^2 + c^2}$$

On sait que $E_x = E_y = 0$ à cause de la symmétrie

$$E = 4\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\rho l}{r\sqrt{R^2+L^2}}\right] \sin\theta_r \hat{z}$$

$R^2 = (c^2 + z^2)^2$

$$= \frac{1}{\pi\varepsilon_0} \frac{2\rho l c}{(R\sqrt{R^2}\sqrt{Rc^2}\, c} \frac{z}{R} \hat{z}$$

$$= \frac{1}{\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\rho l c z}{(c^2+z^2)^2\sqrt{R^2+c^2}}$$

2.3

avec $z \gg c$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho_e c}{2\pi \varepsilon_0 z^2} \hat{z} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 z^2} \hat{z}$$

lorsque $z \gg c$ z domine sur c dans $z\sqrt{(z^2 + c^2)}$

$c^2 \to 0$

$z\sqrt{z^2}$

z^2

2.4

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 R^3} \vec{R}$$

Les deux expressions se ressemblent car il faut que la taille de l'objet soit beaucoup plus petite que la distance entre le point de charge. Quand on va très loin, la surface devient une charge ponctuelle quand $z \gg c$.

3.5/7

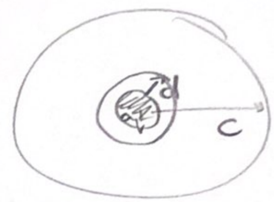
Question 3

longueur L

rayon a aluminium

rayon c conductrice

espace occupé par solut



$$C = \frac{Q}{V}$$

Pour un câble cylindrique

3.1
$$\left.\vec{E}_p = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 p l}\,\vec{p}\right\} \quad 1.5$$

avec $p = c - d$

X

$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}(c-d)\,\hat{c}$$

$$V_{a(d-a)} = V_a - V_{(d-a)} = V_0 = -\int_{d-a}^{a} \vec{E}\cdot d\vec{c}$$

d+a

$$V_0 = -\int_{d-a}^{a} \vec{E}\cdot d\vec{c} = -\int_{d-a}^{a} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}(c-a)\,\hat{c}\cdot\hat{c}\,dc$$

$$V_0 = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\int_{d-a}^{a}(c-d)\,dc$$

c est une constante.

$$V_0 = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\int_{d-a}^{a}(c-d)\,dc$$

$$V_0 = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\left(\left[\frac{c^2}{2}\right]_{d-a}^{a} - \left[dc\right]_{d-a}^{a}\right)$$

$$= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ \frac{a^2-(d-a)^2}{2} - \left((da) - d(d-a)\right)$$

$$= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ \frac{a^2-(d^2-2ad+a^2)}{2} - \left(da - (d^2-da)\right)$$

$$= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ \frac{\cancel{a^2}-d^2+2ad-\cancel{a^2}}{2} - \left(da-d^2+da\right)$$

$$= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{-d^2+2ad}{2} - 2da + d^2\right)$$

$$= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{-d^2+2ad-4da+2d^2}{2}\right)$$

$$V_0 = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{d^2-2da}{2}\right) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon l}\left(\frac{d^2+2da}{2}\right)$$

$$C = \frac{Q}{V_0} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{d^2+2da}{2}\right)} = \frac{4\pi\varepsilon_0 l}{d^2+2da}$$

3.2

Résistance $\rightarrow R = \frac{V}{I}$

$J = I/S \rightarrow$ Le courant circule radialement

Coordonnées cylindrique

$\hookrightarrow (d-a) < \rho < c$

$$J = \frac{I}{S}\hat{\rho} = \frac{I}{2\pi\rho L}\hat{\rho}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = \frac{I}{2\pi\sigma\rho L}\hat{\rho}$$

2

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\ell$$

$$= -\int_{d-a}^{c} \frac{I}{2\pi\sigma\rho L}\hat{\rho} \cdot (d\rho\hat{\rho} + \rho d\phi\hat{\phi} + dz\hat{z})$$

électrolyte est un conducteur !!!

$$V = \frac{I}{2\pi\sigma L}\int_{(d-a)}^{c} \frac{1}{\rho}\, d\rho = \frac{I}{2\pi\sigma L}\ln\left(\frac{c}{d-a}\right)$$

Avec $R = V/I$

$$R = \frac{\ln\left(\frac{c}{d-a}\right)}{2\pi\sigma L}$$

$R = \frac{V}{I} = \frac{\cancel{I}}{2\pi\sigma L}\left(\ln\left(\frac{c}{d-a}\right)\right)$

3. 3

Q4

1.0

$$V_R = \frac{a}{R} + b$$ 0,25

$$\Delta^2 V = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r}\right) = 0$$

2.0

Symétrie sphérique

$$\vec{D} = D_r \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{D_r}{\varepsilon}\hat{r}$$

$R \geq R$ $\quad Q = 2\pi A (R^2)$