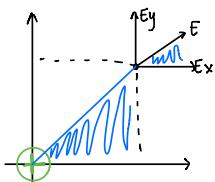


1. Electrostatique: champs E et D

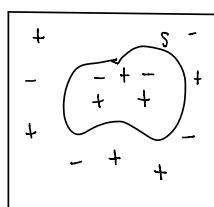
- Q1. une charge Q située à l'origine produit un champ électrique d'intensité E à un point situé dans le vide à $x=4$ et $y=3$. Quelles sont les deux composantes cartésiennes E_x et E_y ?

*pcq nous pouvons appliquer les triangles semblables



$$E_x = \frac{4E}{\sqrt{4^2+3^2}} \quad E_y = \frac{3E}{\sqrt{4^2+3^2}}$$

- Q2. Sur la figure ci-contre, chaque signe représente $+1C$ ou $-1C$. Quelle est la charge nette contenue dans la surface de Gauss S ?



les charges positives = +3
Les charges négatives = -2

$$3-2 = 1C$$

- Q3. Une région sphérique contient des charges électriques dont la densité varie d'une manière linéaire avec le rayon selon l'équ. Kr. Laquelle des quatre expressions suivantes indique la quantité de charge contenue dans une sphère de rayon r centrée à l'origine,

$$\begin{aligned} Q_i(r) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^r (kr)(r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi) \\ &= K \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{r^4}{4} \Big|_0^r \sin\theta d\theta d\phi \\ &= Kr^4 \pi \end{aligned}$$

Q.4 choisir les surfaces de Gauss

Deux fils infinis parallèles uniformément couverts de charges de signes opposés : surface cylindrique pour les seules charges positives et un autre cylindre pour les charges négatives

Distribution de charges dont la densité est proportionnelle à r : surface sphérique

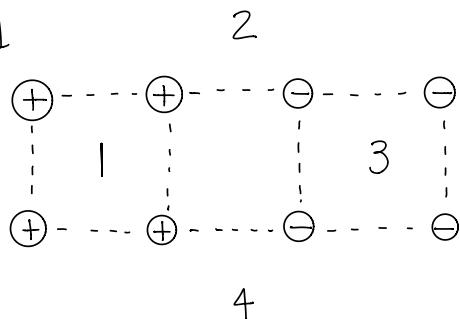
couche infinie de charges positives: boîte à pilules d'épaisseur constante

charges distribuées sur un anneau: aucune surface possible de rayon a

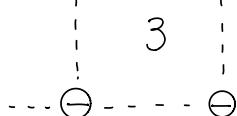
charge $+Q$ uniformément répartie sur le conducteur central d'un câble coaxial : Surface cylindrique et $-Q$ sur la face intérieur de la gaine

2. Potentiel et énergie

Q1



2



différence de potentiel max: $V_1 - V_3$

différence de potentiel min: $V_3 - V_1$

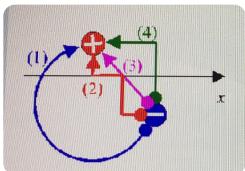
différence de potentiel nulle: $V_2 - V_4$

potentiel positif: V_1

potentiel neg: V_3

potentiel nul: V_2

Q2

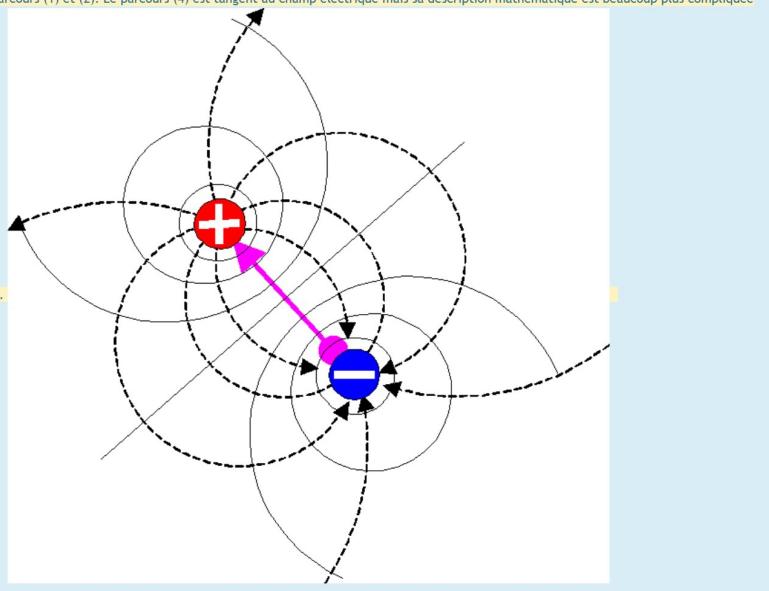


Choisir la courbe qui permet de calculer facilement la différence de potentiel entre les deux sphères.

Pour trouver la différence de potentiel entre deux points, il faut faire une intégrale de ligne du produit scalaire du champ électrique par l'élément de longueur entre les deux points. Tous les parcours illustrés peuvent effectivement être utilisés, sauf que le produit scalaire est plus facile à calculer lorsque l'élément de longueur est orienté dans la même direction que le champ électrique. Sinon, il faut calculer la projection du champ sur l'élément de longueur, ce qui est le cas pour les parcours (1) et (2). Le parcours (4) est tangent au champ électrique mais sa description mathématique est beaucoup plus compliquée

que celle du parcours (3) qui est une simple droite reliant les deux centres.

courbe 3



Q3 Choisir entre Gauss ($\oint D \cdot dS = Q$) ou potentiel $\vec{E} = -\nabla V$

Deux sphère : **Gauss**

Deux plans : **Gauss**

Deux cylindre : **Gauss**

Deux anneaux : **Potentiel** $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \int_Q \frac{dq}{r}$

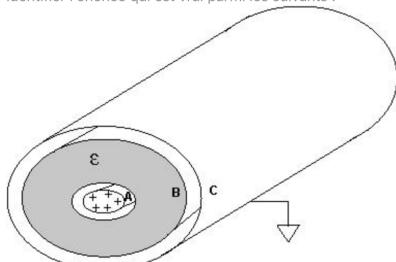
3. Matériaux diélectriques

Question 1

Correct
Note de 10 sur 10

Le câble coaxial suivant est constitué de matériau métallique (section A et C). Un diélectrique avec une permittivité uniforme est inséré à l'intérieur du câble (section B). Le câble est mis à la terre.

Identifier l'énoncé qui est vrai parmi les suivants :

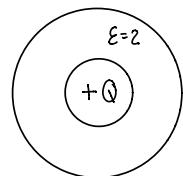


Veuillez choisir une réponse :

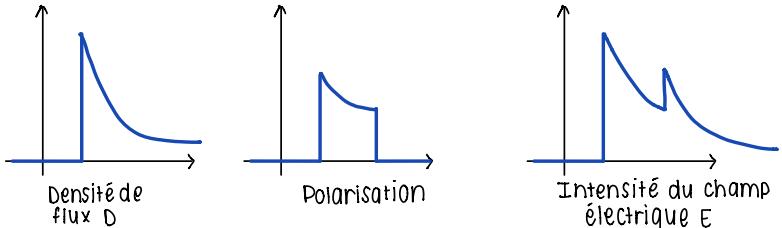
- a. Les sections A et C sont porteuses de charges liées et le diélectrique est porteur de charges libres
- b. La section A est porteuse de charges libres, le diélectrique est porteur de charges liées et la section C n'est pas chargée
- c. Les sections métalliques sont porteuses de charges libres et le diélectrique est porteur de charges liées.

Les charges liées se trouvent dans les diélectriques. Elles sont immobiles et s'alignent en fonction des charges extérieures. Dans ce cas-ci, le centre du câble est chargé positivement, les charges négatives s'orientent donc vers le centre tandis que les positives s'orientent vers la section C. Chaque couple de charges + et - reste toutefois lié ensemble. Les charges libres sont situées sur les sections A et C; les charges sont mobiles sur les surfaces conductrices.

Q2



Que représente les graphiques



Q3 Pour une paire de surface conductrices régulières, séparées par des régions de permittivités différentes. Identifiez les étapes pour le calcul de la capacité C entre ces deux surfaces :

calculer la Surface de Gauss (simple ou multiple)

↓
calcul de la densité de flux D

↓
calcul de E_i dans chaque région i

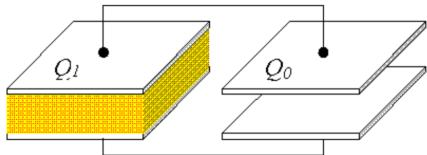
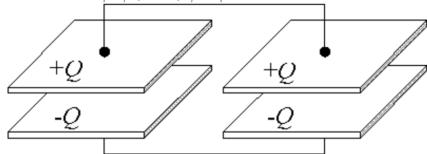
↓
calcul de V par intégration des E_i

↓
calcul de la capacité

Question 4

Correct
Note de 10 sur 10

Deux condensateurs plans identiques dont les plaques sont séparées par le vide, sont reliés en parallèle et portent chacun la même charge $+Q$. On introduit dans un des condensateurs un diélectrique de permittivité relative égale à 4. Quelles sont les charges portées par les condensateurs avec et sans diélectrique, Q_1 et Q_0 , respectivement?



Veuillez choisir une réponse :

a. $Q_1 = Q_0 = Q$

b. $Q_1 > Q_0$

Les plaques sont au même voltage V , ce qui fait que l'intensité du champ électrique est la même dans les deux condensateurs (soit: V/d). Comme la densité de flux (équale à la densité de charge) est égale au produit de la permittivité par l'intensité du champ électrique, il en résulte qu'il y aura plus de charges dans le condensateur ayant la plus grande permittivité (réponse 2). Par contre la charge totale restera la même (soit $2Q$) et la réponse 4 est fausse.

4. Matériaux conducteurs

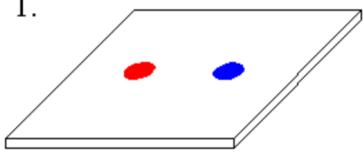
Question 1

Correct

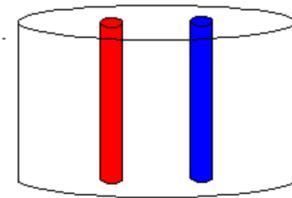
Note de 10 sur 10

Dans chacun des quatre volumes conducteurs suivants qui ont des conductivités électriques homogènes, on place une électrode positive agissant comme une source de courant (rouge) et une électrode négative agissant comme un puits de courant (bleu). Les rayons des électrodes sont petits par rapport aux dimensions des volumes conducteurs que l'on peut considérer comme s'étendant à l'infini. Pour chacun des volumes, identifier les surfaces d'intégration utilisées pour calculer la densité de courant.

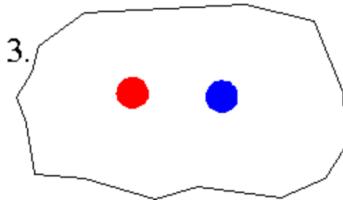
1.



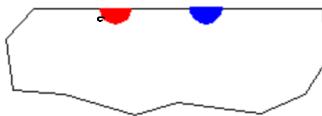
2.



3.



4.



électrodes disques sur une plaque mince

surface cylindrique pour source et ▾
surface cylindrique pour puits

électrodes cylindriques dans un cylindre de même hauteur

surface cylindrique pour source et ▾
surface cylindrique pour puits

électrodes sphériques dans milieu infini

surface sphérique pour source et ▾
surface sphérique pour puits

électrodes sphériques à la frontière d'un milieu semi-infini

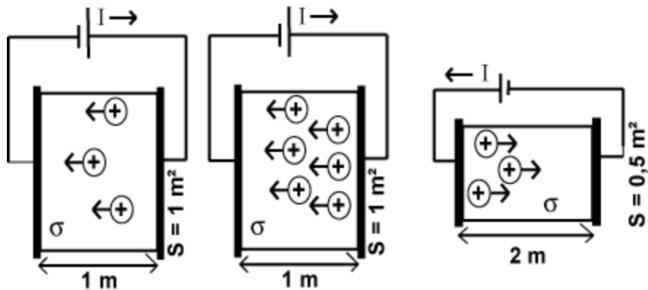
surface hémisphérique pour source et ▾
surface hémisphérique pour puits

La réponse correcte est : électrodes disques sur une plaque mince → surface cylindrique pour source et surface cylindrique pour puits, électrodes cylindriques dans un cylindre de même hauteur → surface cylindrique pour source et surface cylindrique pour puits, électrodes sphériques dans milieu infini → surface sphérique pour source et surface sphérique pour puits, électrodes sphériques à la frontière d'un milieu semi-infini → surface hémisphérique pour source et surface hémisphérique pour puits

Question 2

Correct
Note de 10 sur 10

Un courant I circule dans les trois circuits suivants. La concentration de porteurs de charges est proportionnelle au nombre de charges positives illustrées et leur mobilité est la même dans les trois milieux. Placer les circuits dans l'ordre croissant de résistance.



1

2

3

Veuillez choisir une réponse :

a. $3 < 1 < 2$

$$R \propto \frac{1}{S}$$

$$R \propto \frac{1}{Q}$$



b. $2 < 1 < 3$

La résistance est inversement proportionnelle aux dimensions de la surface que le courant traverse. Ainsi, plus la surface perpendiculaire à la circulation du courant est grande et plus ce dernier a de facilité à circuler. Le circuit 3 est donc plus résistant que le circuit 1 pour des concentrations et des mobilités identiques. Plus il y a de porteurs de charges et plus le milieu est conducteur. La résistance est inversement proportionnelle à la quantité de porteurs de charges. Le circuit 1 est donc plus résistant que le 2 pour des mobilités et des sections identiques. Finalement, pour des conductivités identiques, la résistance est proportionnelle avec la longueur du circuit que le courant traverse. Le circuit 3 présente une longueur plus importante que le 1 et est donc plus résistant.



En général la **capacité augmente** lorsque :

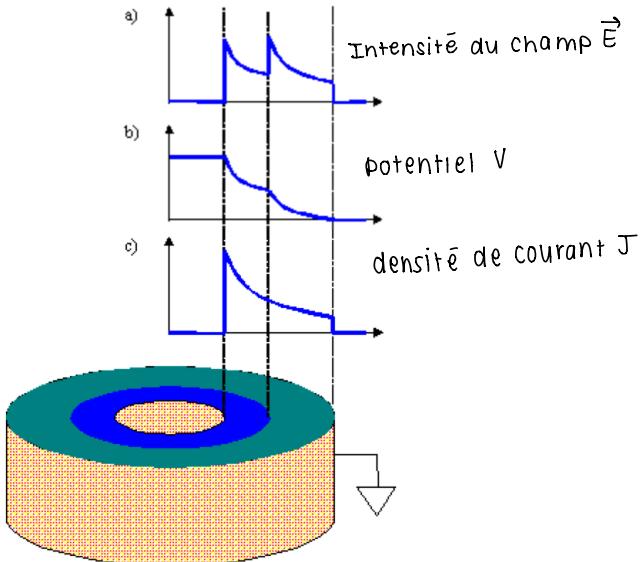
- La **surface** des armatures portant les charges **augmente** ;
- La **permittivité** du diélectrique **augmente** ;
- La **distance de séparation** entre les armatures **diminue**.

Question 3

Correct

Note de 10 sur 10

Le conducteur central d'un câble coaxial est isolé à l'aide de deux diélectriques avec pertes: une première couche d'épaisseur uniforme d'isolant est entouré d'une deuxième couche ayant une conductivité électrique deux fois plus faible que celle de la première couche. Le conducteur central possède un potentiel positif tandis que la gaine est mise à la terre. Identifier les courbes suivantes:

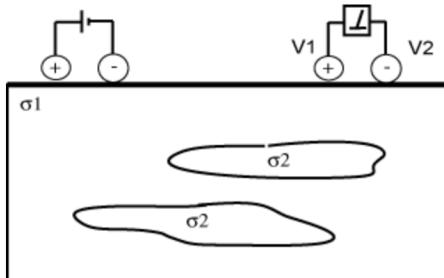


Question 4

Correct

Note de 10 sur 10

Dans la pratique de la géologie, la mesure de la conductivité du sol permet de détecter la présence de nappes phréatiques. Deux paires d'électrodes sont plantées dans le sol et disposées de la façon suivante. Une différence de potentiel est appliquée aux bornes de la première paire d'électrodes (celle de gauche). Déterminer qu'elle sera la valeur de la différence de potentiel V_{12} ($V_1 - V_2$) mesurée aux bornes des électrodes de droite.



Veuillez choisir une réponse :

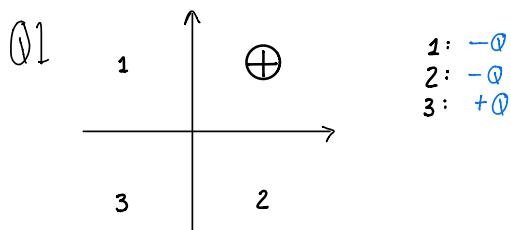
a. $V_{12}>0$

b. $V_{12}=0$

c. $V_{12}<0$

Voir l'applet sur le potentiel électrique dans le laboratoire virtuel du site.

5. Interfaces et cartographie

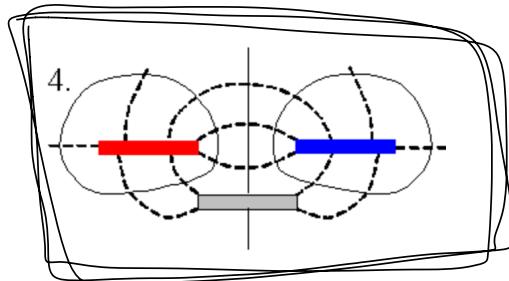
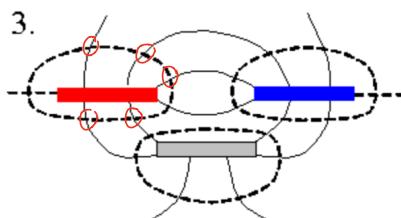
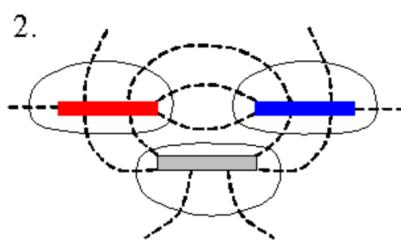
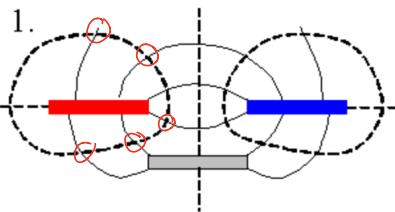


les charges d'images doivent canceller le potentiel aux endroits correspondant aux plans conducteurs. Avec l'arrangement précédent, tous ces points sont à égale distance de charges positive et négative et ils ont donc un potentiel nul.

Question 2

Correct
Note de 10 sur 10

Un coupleur est constitué de trois rubans conducteurs parallèles dont une section est illustrée ci-dessous. Le ruban de gauche (rouge) est à un potentiel $+V$, le ruban de droite (bleu) est à un potentiel $-V$ et le ruban du dessous (gris) est à un potentiel nul. Sur les esquisses, les lignes pointillées représentent des lignes de flux et les lignes en trait plein des lignes équipotentielles. Laquelle des quatre esquisses suivantes est-elle juste?



Veuillez choisir une réponse :

a. en haut à gauche?

b. en haut à droite?

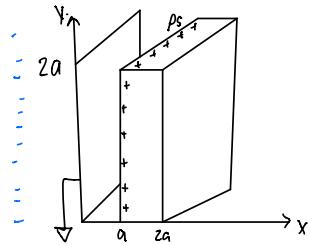
c. en bas à gauche?

d. en bas à droite?

Les esquisses #1 et #3 sont fausses parce que plusieurs lignes équipotentielles différentes touchent le même conducteur qui est par définition au même potentiel. Par ailleurs, les carreaux sont beaucoup plus déformées dans l'esquisse #2 que dans l'esquisse #4; de plus, l'esquisse #4 montre une équipotentielle verticale qui est à un potentiel nul dans le plan de symétrie et qui touche le ruban gris.



Q3



Trouver l'approche adéquate pour résoudre ce problème à l'aide de la théorie des images. Un bloc diélectrique de largeur a et de hauteur et profondeur égales à $2a$ est chargé positivement sur sa face de gauche avec une densité de charges surfaciques uniforme. Un mur conducteur est situé à gauche du diélectrique et il est mis à la terre à $x=0$.

Pour chaque charge positive, il y aura une charge négative placée à égale distance du plan conducteur ($x=-a$). Comme il y a une couche de charges positives sur le bloc, l'image miroir sera une couche de charge négatives (en $x=-a$).

Q4

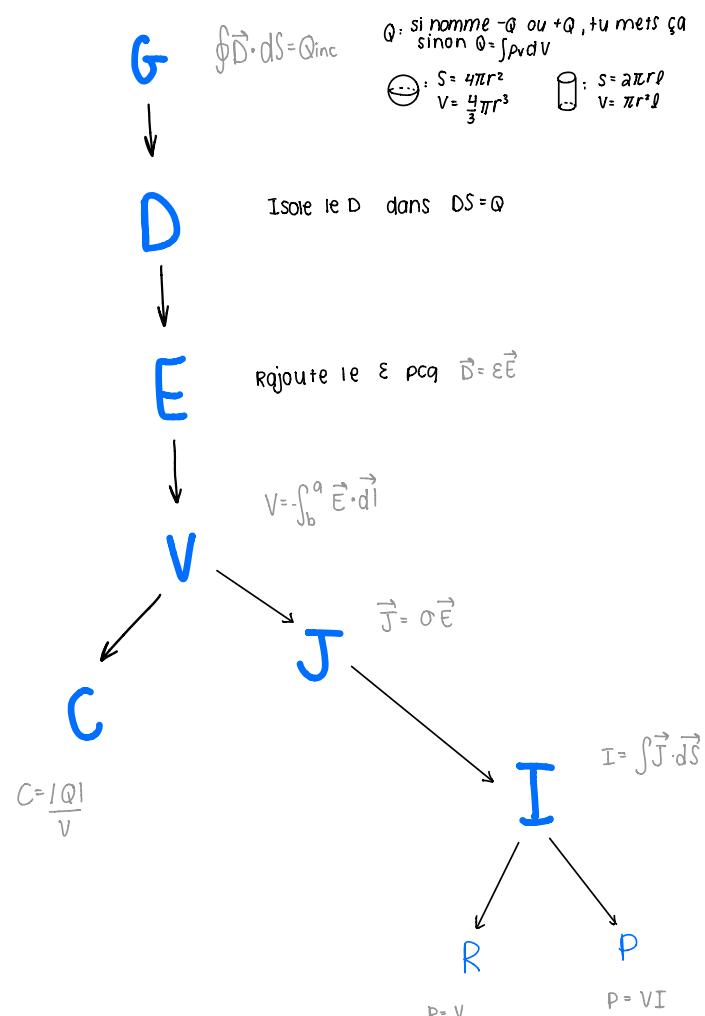


Quels sont les conditions de frontière?

$$\rho_S = \vec{D}_1 - \vec{D}_2$$

$$\vec{J}_1 = \vec{J}_2$$

In general



condensateur plan

$$D = \frac{Q}{S}$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon S}$$

$$V = - \int_0^d \frac{Q}{\epsilon S} dx$$

$$= \frac{Qd}{\epsilon S}$$

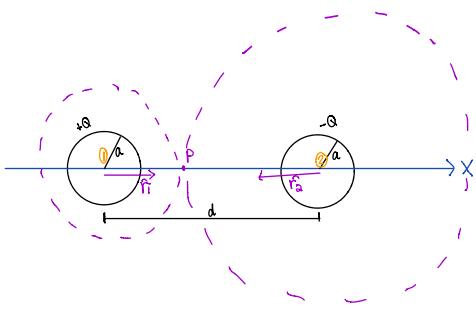
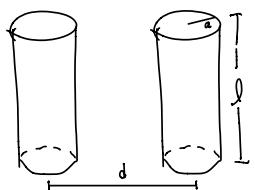
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Qd}{\epsilon S}} = \frac{\epsilon S}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

Potentiel d'une charge ponctuelle : $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

Forces de deux charges ponctuelles : $\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$

\vec{E} avec un point entre deux trucs :

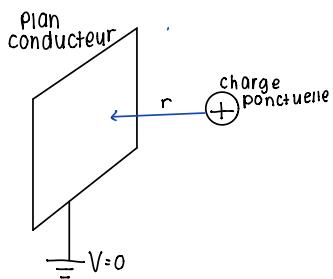


$$\vec{E}_1 = \frac{Q}{\epsilon_0 a^2 \rho_1 l} \hat{x} \quad \vec{E}_2 = \frac{Q}{a^2 \epsilon_0 (d-x) l} \hat{x}$$

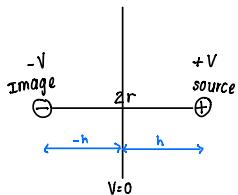
$$\vec{E}_{TOT} = \frac{Q}{a^2 \epsilon_0 l} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(d-x)^2} \right) \hat{x}$$

$$\vec{E}_{TOT} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(d-x)^2} \right) \hat{x}$$

théorie des images : quand il y a un plan, on place un objet virtuel



équivaut à



exemple de champ trouvé avec la théorie des images :

$$\vec{E} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2h-x)^2} \right) \hat{x}$$

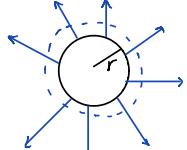
condensateur en série et en parallèle

| | | | $C_{eq.} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1}$

— | — $C_{eq} = C_1 + C_2$

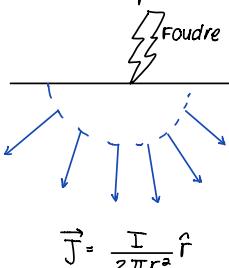
3 géométries pour trouver \vec{J}

1) sphérique



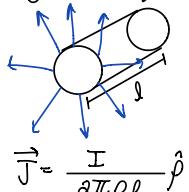
$$\vec{J} = \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r}$$

2) Hémisphère



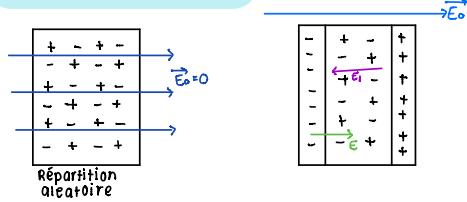
$$\vec{J} = \frac{I}{2\pi r^2} \hat{r}$$

3) cylindrique



$$\vec{J} = \frac{I}{2\pi r l} \hat{r}$$

① Polarisation



Le champ résultant dans le matériau:

$$\vec{E} = \epsilon_0 \cdot \vec{E}_1$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

réponse du matériau
vecteur de
POLARISATION

dans le vide $P=0$

$$P = \rho_s i \quad (\text{densité surfacique de charges induites})$$

② Permittivité relative pour les matériaux diélectriques linéaires

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

↑ susceptibilité du matériau

si on remplace 2 dans 1

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E} \\ &= \epsilon_0 (1+\chi) \vec{E} \\ &= \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \end{aligned}$$

↑ permittivité relative du matériau

Rappel des unités:

C — capacité	farad - F
\vec{D} — densité de flux électrique	coulomb/m ²
\vec{E} — intensité du champ électrique	V/m
I — courant	ampère A
\vec{J} — densité de courant	A/m ²
\vec{P} — polarisation électrique	C/m ²
\vec{p} — moment dipolaire électrique	C.m
P — puissance instantanée	W
Q — charge électrique	C
R — résistance	ohm Ω
V — potentiel électrique	volt V
W — travail	joule J
U — énergie	joule J
ϵ — permittivité	F/m
ϕ — flux électrique	C

ρ_v, ρ_s, ρ_i — densité de charge volum. / surf. lin. - C/m³, C/m², C/m
 σ — conductivité électrique — siemens/m, $\frac{1}{\Omega \cdot m}$
 \mathcal{C} — couple — N.m

$$\begin{aligned} \sin(x) &\xrightarrow{\text{derive}} \cos(x) \\ \cos(x) &\xrightarrow{\text{derive}} -\sin(x) \\ \tan(x) &\xrightarrow{\text{derive}} \sec^2(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \cos(x) dx &= \sin(x) \\ \int \sin(x) dx &= -\cos(x) \end{aligned}$$

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

$$\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

$$\csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}$$

$$\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$$