ResultAnalysisNotebook

February 16, 2016

1 TP1 PROBA : NOTEBOOK DE TEST DES GENERATEURS ALEATOIRES

B3330
CHAPELLE Victoire
SOTIR Paul-emmanuel

Ce TP a pour objectif de nous introduire dans un premier temps à la génération de nombre aléeatoire et surtout aux outils statistiques nous permettant d'évaluer la qualité de cette génération.

Le rapport de ce TP est sous forme de notebook python3 permettant de simplifier la rédaction du rapport et de mieux lier l'éxecutable au rapport (il suffit de réexecuter le notebook pour visualiser les résultats pour une autre execution).

```
In [1]: import ResultAnalysis as ra
        from ggplot import *
        import numpy as np
        import pandas as pd
        import subprocess
        %matplotlib inline

        path = '..\\'
```

Le programme C du TP génère 1024 valeurs aléatoires pour chaque générateur aléatoires (AES, Rand(), Von Neumann et Mersenne-Twister) qui sont enregistrées dans des fichiers csv. Il effectue également le test de fréquence monobit et des runs puis enregistre les résultats (p-valeurs obtenues pour chaque générateurs) dans un fichier CSV.

Executons le programme :

```
In [2]: # Run C random value generators
        from io import StringIO
        p = subprocess.Popen(path + 'RandomGenerators\\simul.exe', stdin=subprocess.PIPE, stdout=subpro
        output, err = p.communicate()
        print(output.decode("utf-8"))
```

```
Temps d'execution du calcul de 3000 valeurs de la distribution f (inversion): 2498 us

Temps d'execution du calcul de 3000 valeurs de la distribution f (rejet): 42371 us
```

1.0.1 Simulation de distributions

Le programme affiche en sortie standard le temps d'execution de 3000 executions de deux fonctions simulant la distribution d'une même fonction f par deux méthodes différentes : par inversion et par rejet. Voici la fonction f pour x compris entre 0 et 1 :

$$f(x) = \frac{2}{\ln(2)^2}\frac{\ln(1+x)}{1+x}$$

On constate que l'inversion donne un résultat plus rapide mais elle est plus difficile à mettre en place pour une distribution quelconque puisqu'il faut connaitre la fonction inverse.
Voici les distributions de f obtenues pour 3000 valeurs issues des deux méthodes (rejet et inversion) :

```
In [3]: distrib_f = pd.read_csv(path + '_distributions_f.csv', quoting = 2)
        # Affichage de la P - valeur pour le test des runs(la ligne noire horizontale indique la limite
        ggplot(pd.melt(distrib_f), aes(x = 'value', color = 'variable')) + geom_density() \
            + ggtitle("Distributions simulées de f obtenues sur 3000 valeurs")
```

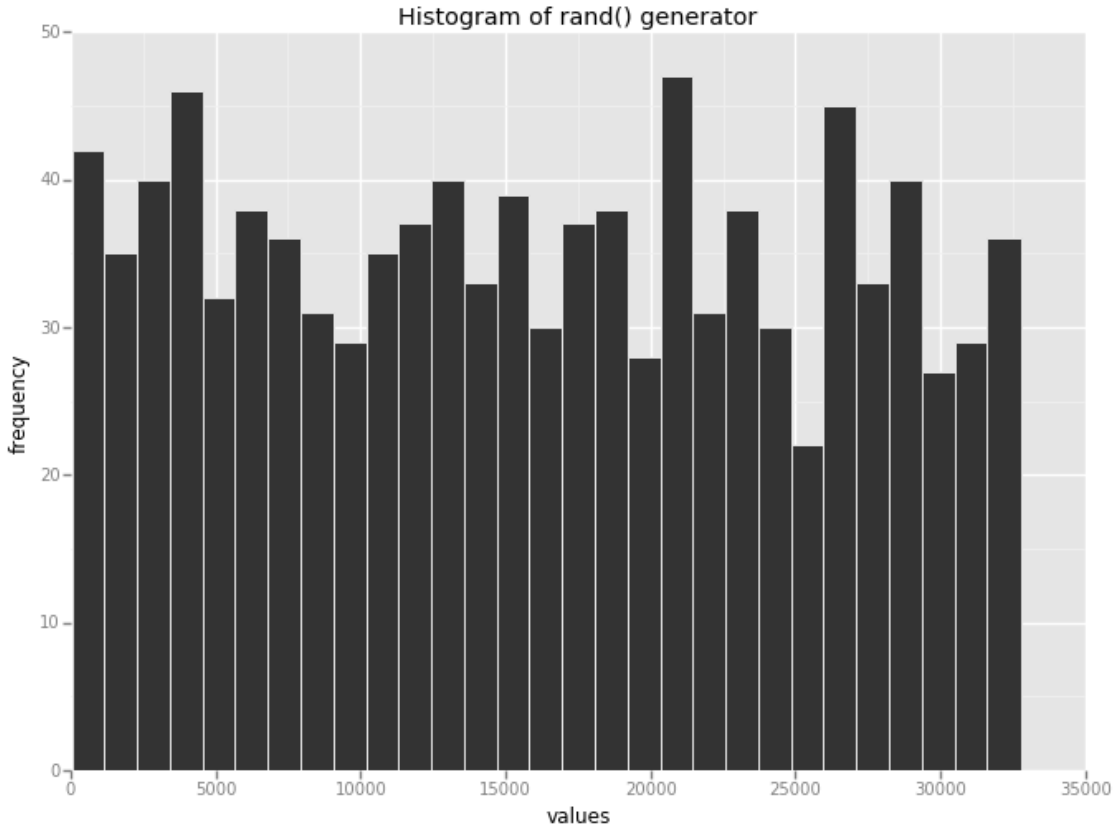

```
Out[3]: <ggplot: (14551065)>
```

D'autres distributions ont été implémentées dans le programme C (pas montrées ici). Ces distributions sont disponnibles dans le fichier 'lois_distributions.h' : Alea() réalise une loi uniforme sur [0;1], Exponentielle(lambda) réalise une distribution exponentielle, Gauss(sigma, m) réalise une loi de Gauss (loi normale) et f_inversion()/f_rejet() réalisent la loi de distribution f.

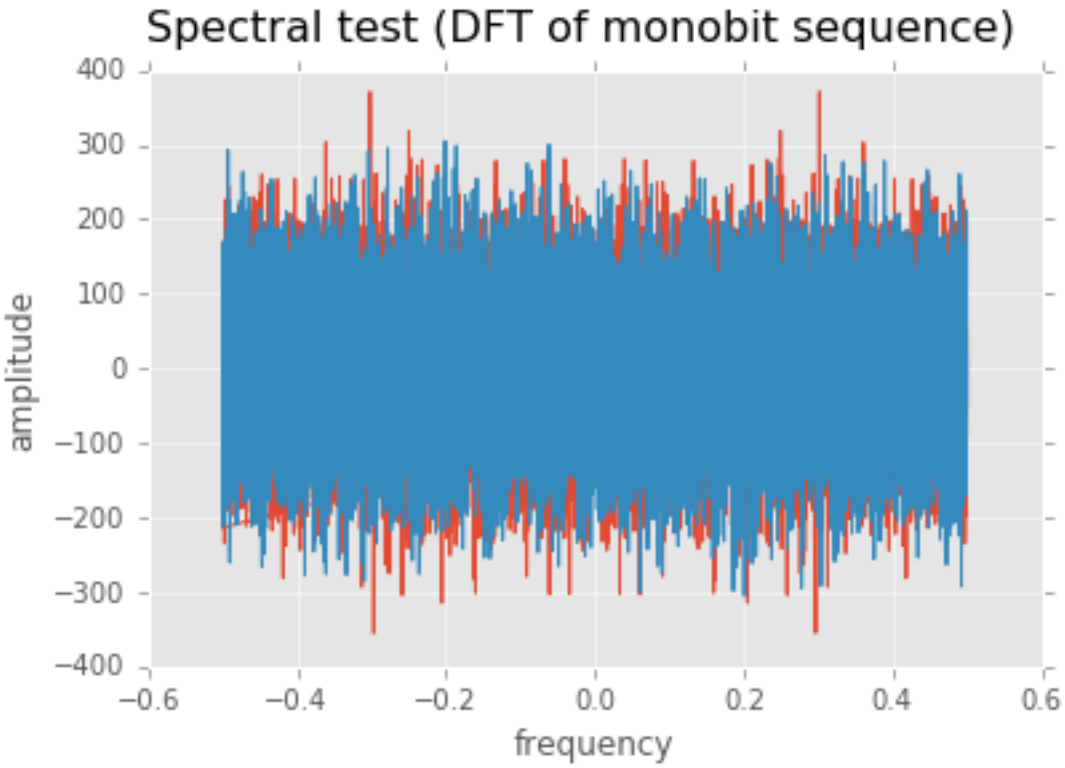
1.1 Visualisation des valeures générée par Rand()

Visualiser la distributions des valeures alétoires permet de rappidement juger d'un générateur de valeures aléatoires.
Nous visualison ici l'hitogramme des veleures aléatoires. Nous avons également réalisé un test spectrale (issu de NIST) qui est simplement la visualisation de la transformée de fourier de la séquence de bits aléatoires générée (réalisé en python dans le fichier ResultAnalysis.py). Ce spectre est censé être uniforme, tout comme l'histogramme.

In [4]:
```
# Plot Histogram of rand() generator
data_rand = pd.read_csv(path + '_rand.csv', quoting=2)
print(ggplot(aes(x='values'), data=data_rand) + geom_histogram(binwidth = ra.width(data_rand, 3
        + ggtitle("Histogram of rand() generator") + labs("values", "frequency"))
# Plot FFT of bit sequence from rand() generator
ra.plot_bit_sequence_fft(data_rand['values'], 15)
```

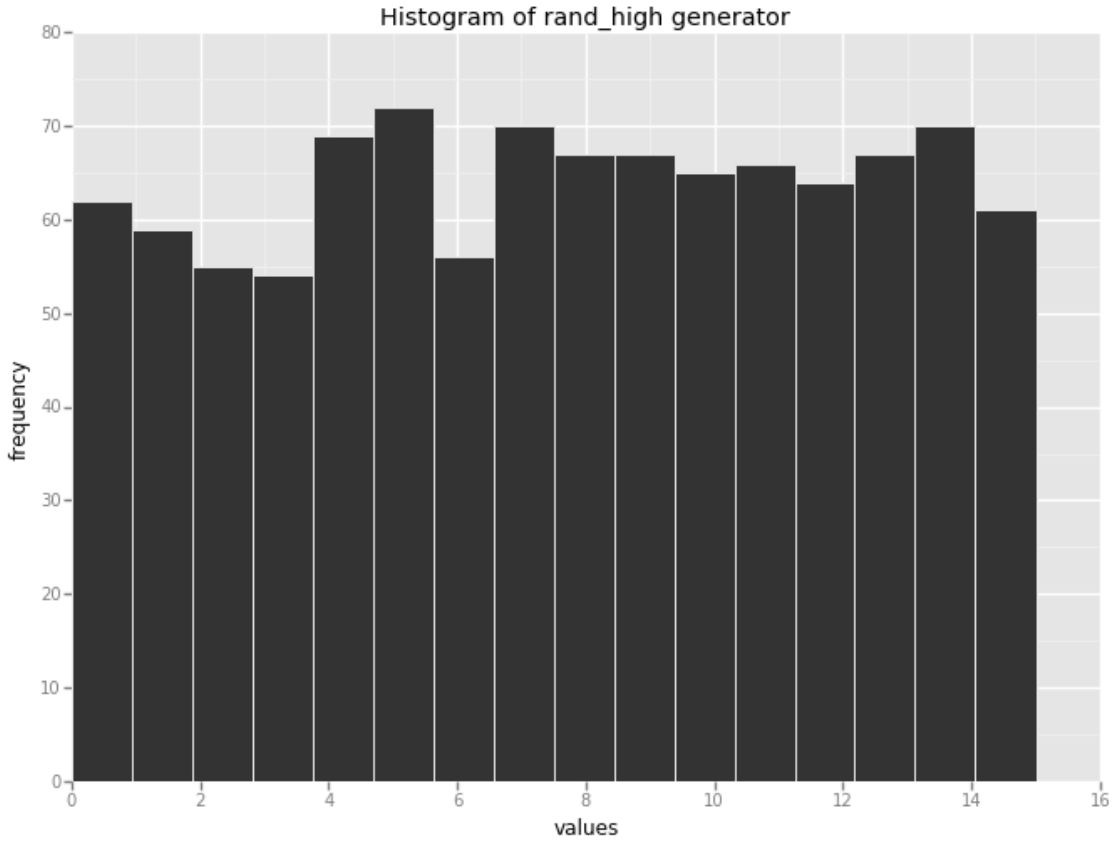



```
<ggplot: (14600913)>
```

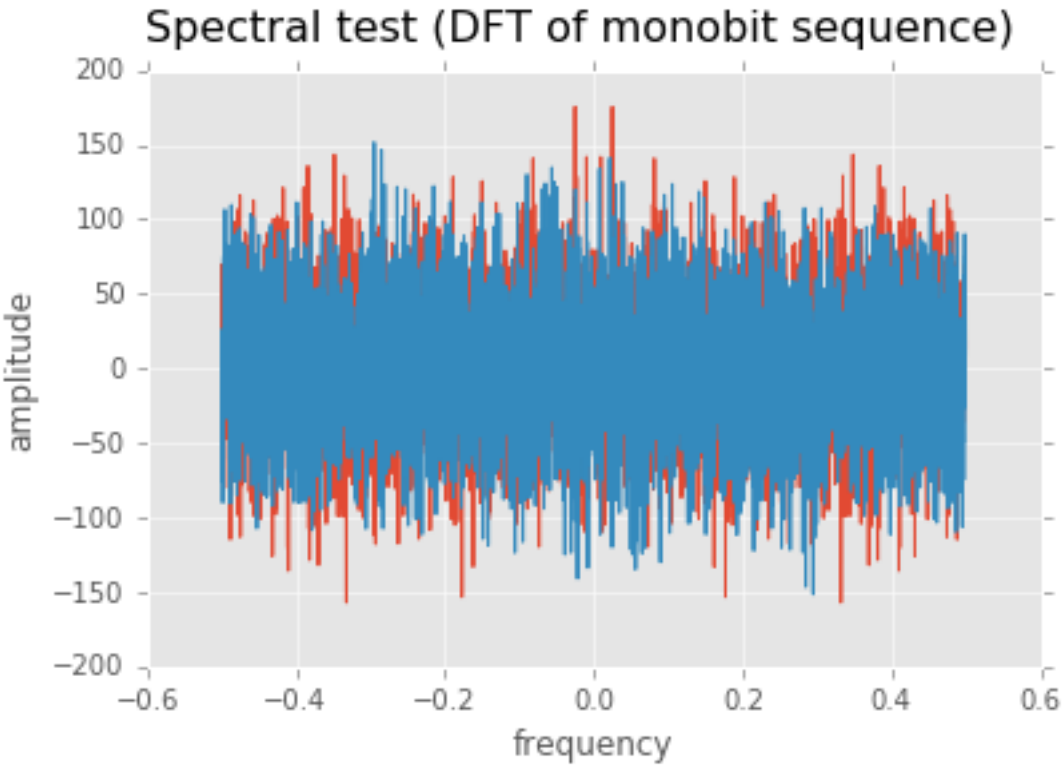


1.1.1 Visualisation des valeures générée pour les 4 bits de poids fort de rand()

In [5]:
```
# Plot Histogram of rand_high generator
data_rand_high = pd.read_csv(path + '_rand_high.csv', quoting=2)
print(ggplot(aes(x='values'), data=data_rand_high) + geom_histogram(binwidth = ra.width(data_ra
        + ggtitle("Histogram of rand_high generator") + labs("values", "frequency"))
# Plot FFT of bit sequence from rand_high generator
ra.plot_bit_sequence_fft(data_rand_high['values'], 4)
```

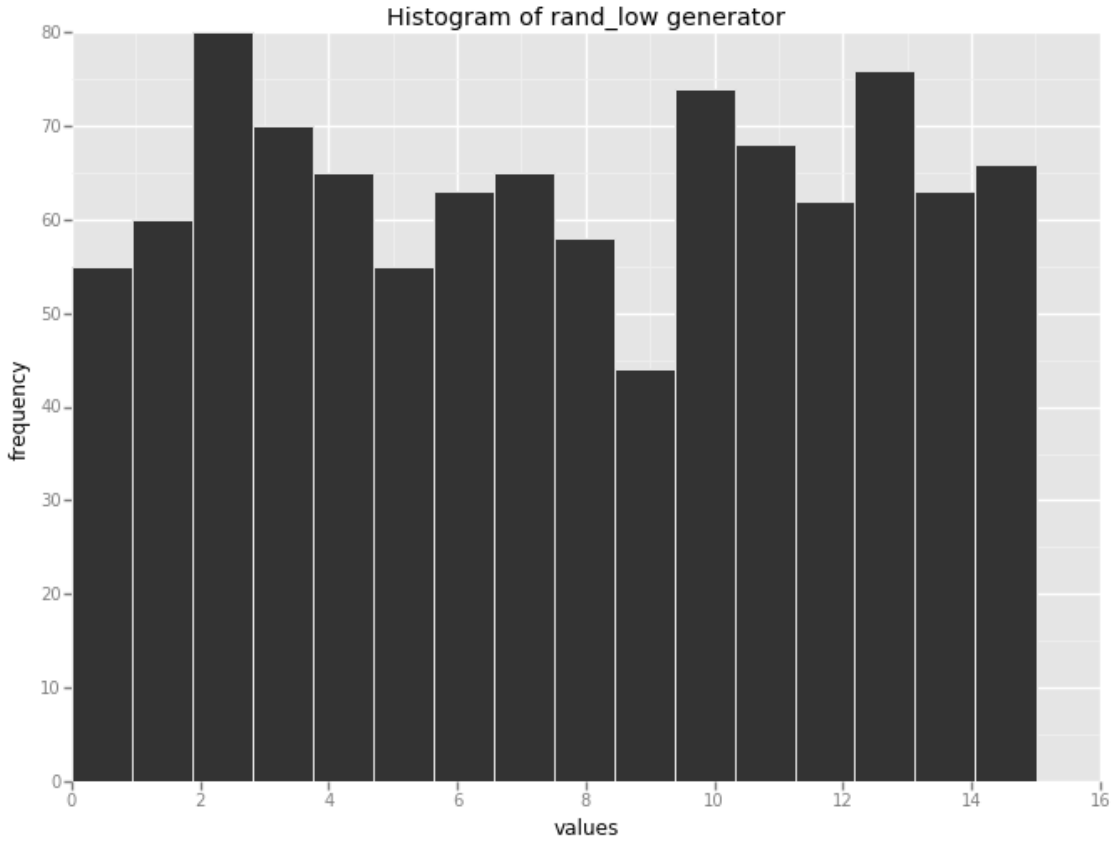



```
<ggplot: (14863779)>
```

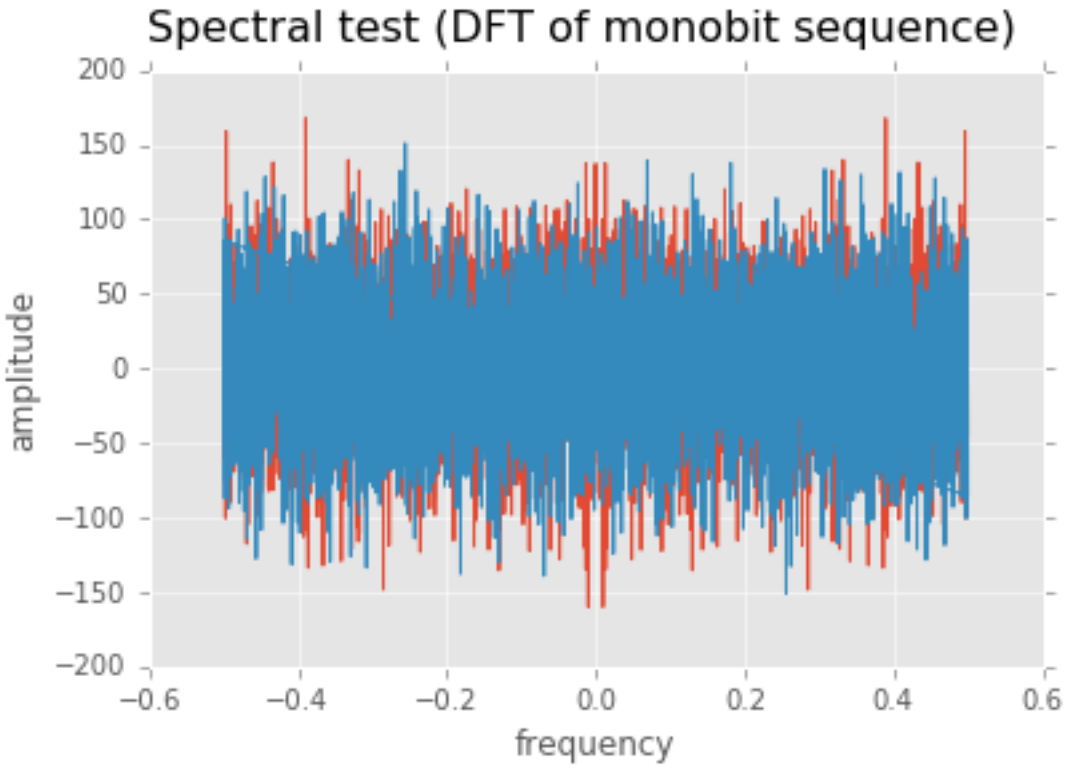


1.1.2 Visualisation des valeures générée pour les 4 bits de poids faible de rand()

```
In [6]: # Plot Histogram of rand_low generator
        data_rand_low = pd.read_csv(path + '_rand_low.csv', quoting=2)
        print(ggplot(aes(x='values'), data=data_rand_low) + geom_histogram(binwidth = ra.width(data_ran
              + ggtitle("Histogram of rand_low generator") + labs("values", "frequency"))
        # Plot FFT of bit sequence from rand_low generators
        ra.plot_bit_sequence_fft(data_rand_low['values'], 4)
```

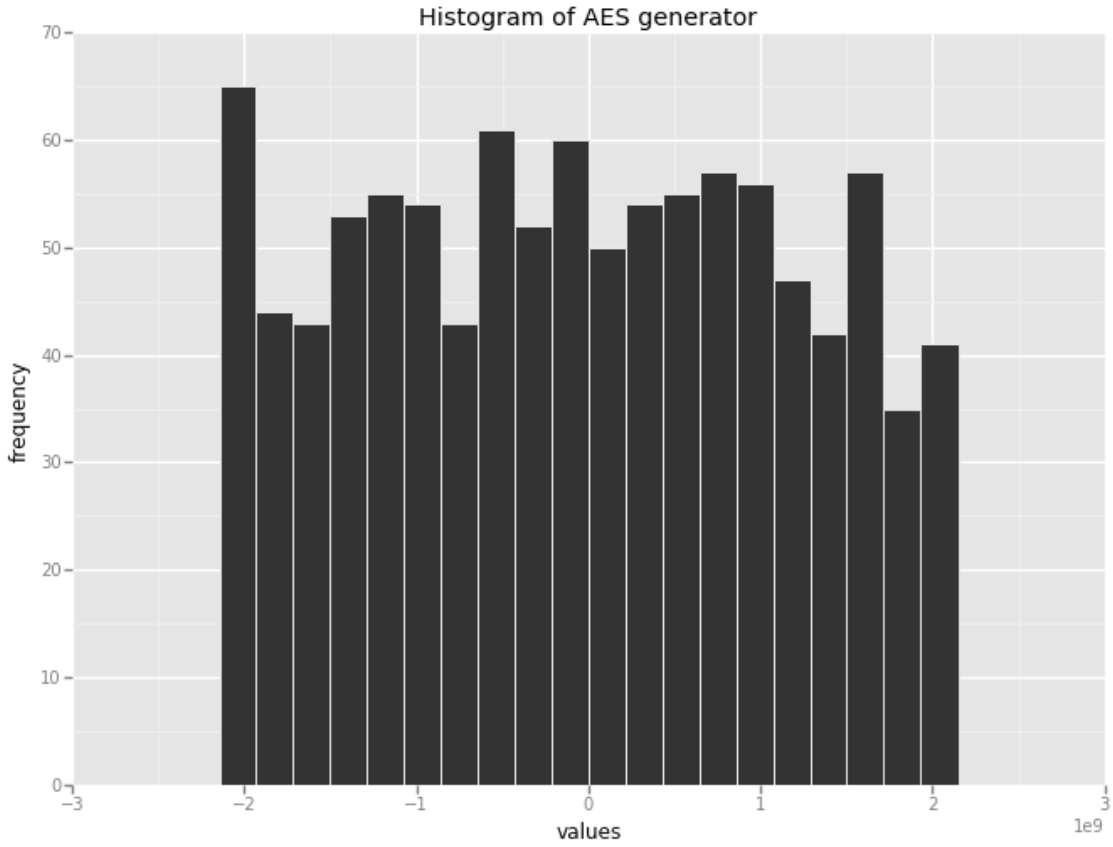



```
<ggplot: (15365809)>
```

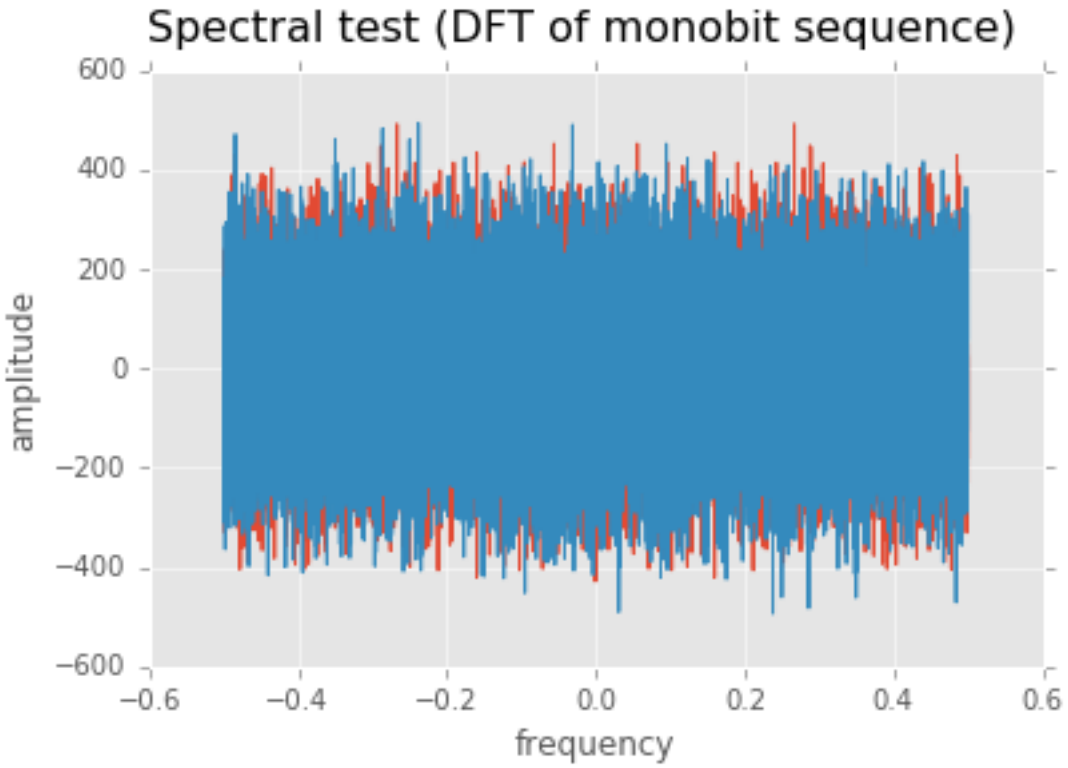


1.2 Visualisation des valeures générée par la méthode AES

```
In [7]: # Plot Histogram of AES generator
        data_aes = pd.read_csv(path + '_aes.csv', quoting=2)
        print(ggplot(aes(x='values'), data=data_aes) + geom_histogram(binwidth = ra.width(data_aes, 20))
              + ggtitle("Histogram of AES generator") + labs("values", "frequency"))
        # Plot FFT of bit sequence from AES generator
        ra.plot_bit_sequence_fft(data_aes['values'], 31)
```

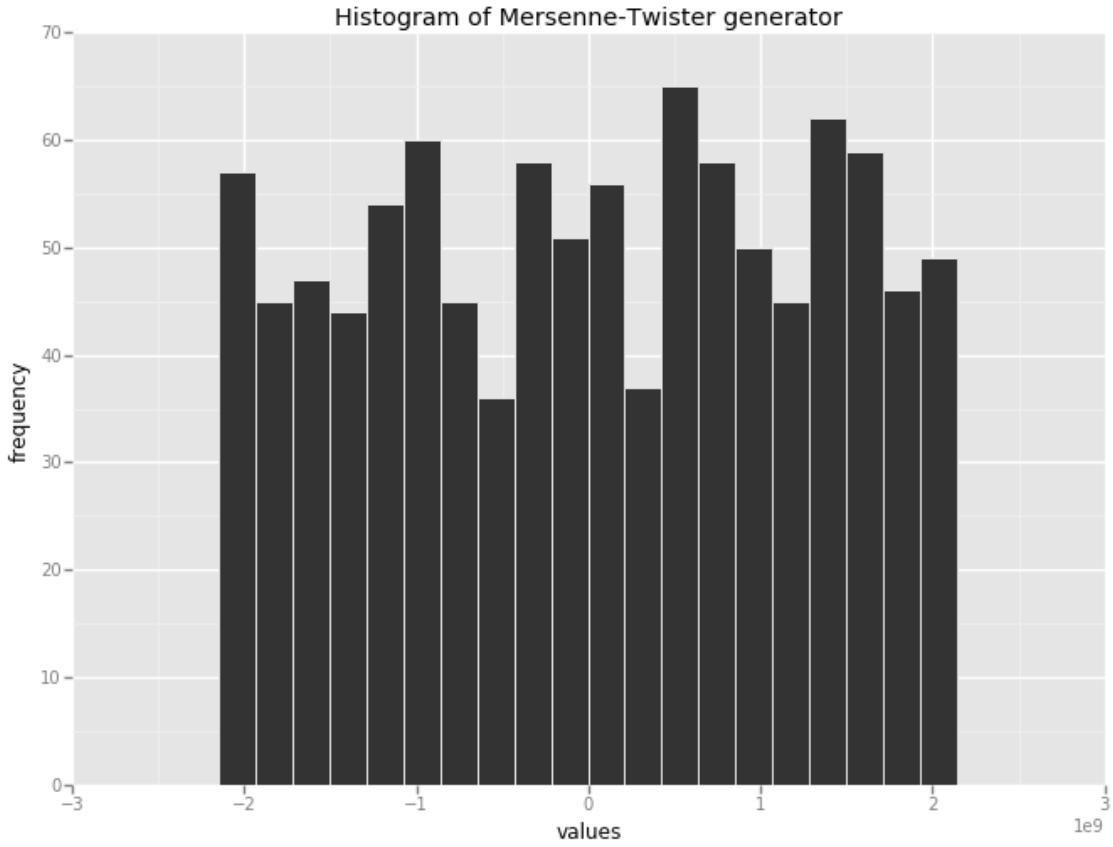



```
<ggplot: (15407829)>
```

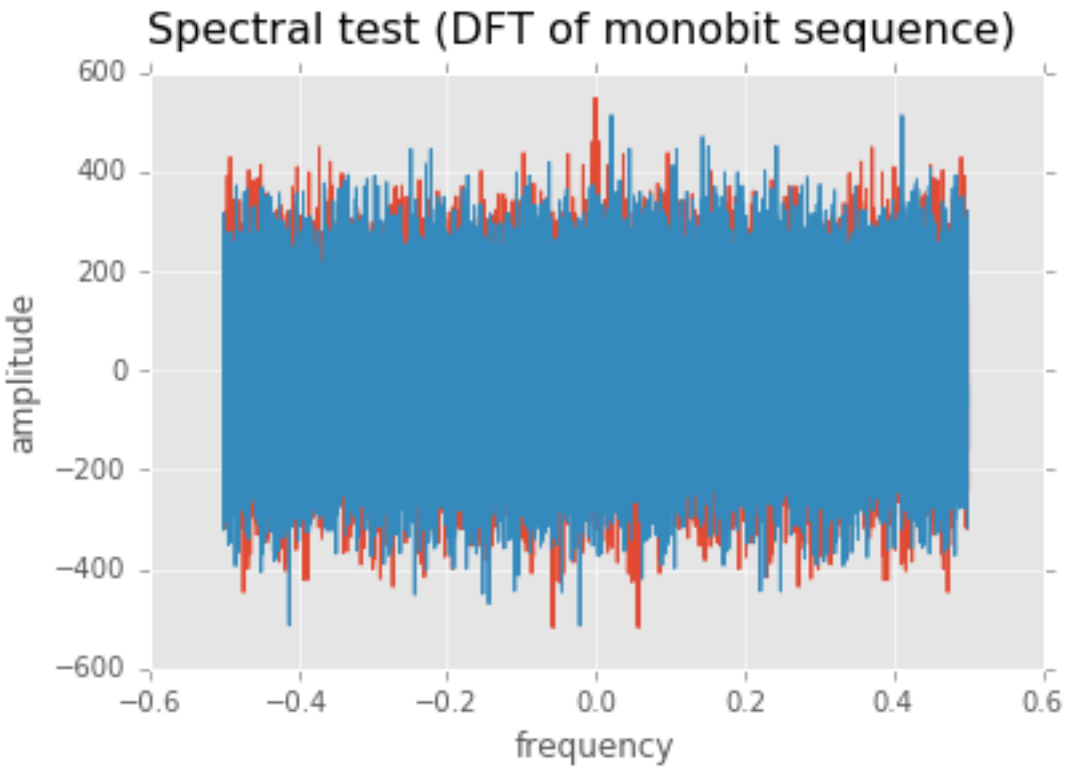


1.3 Visualisation des valeures générée par la méthode de Mersenne-Twister

```
In [8]: # Plot Histogram of Mersenne-Twister generator
        data_twister = pd.read_csv(path + '_twister.csv', quoting=2)
        print(ggplot(aes(x='values'), data=data_twister) + geom_histogram(binwidth = ra.width(data_twis
              + ggtitle("Histogram of Mersenne-Twister generator") + labs("values", "frequency"))
        # Plot FFT of bit sequence from Mersenne-Twister generator
        ra.plot_bit_sequence_fft(data_twister['values'], 31)
```

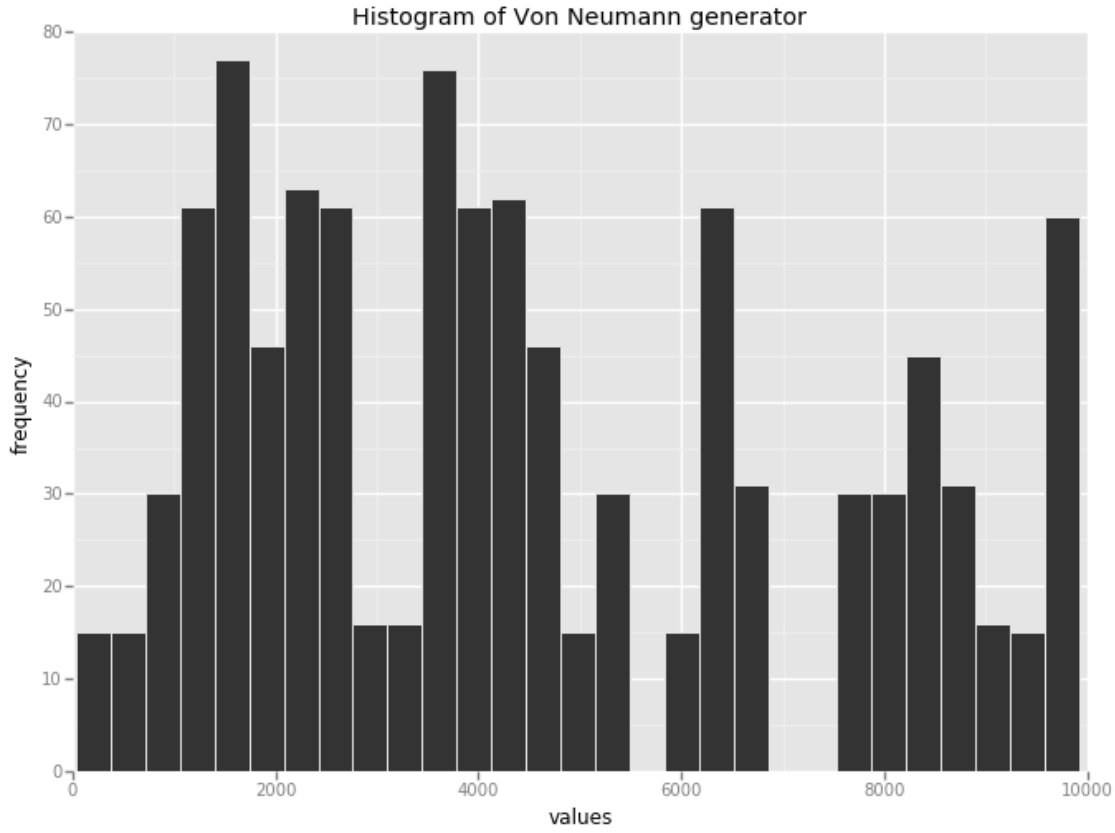



```
<ggplot: (15391409)>
```

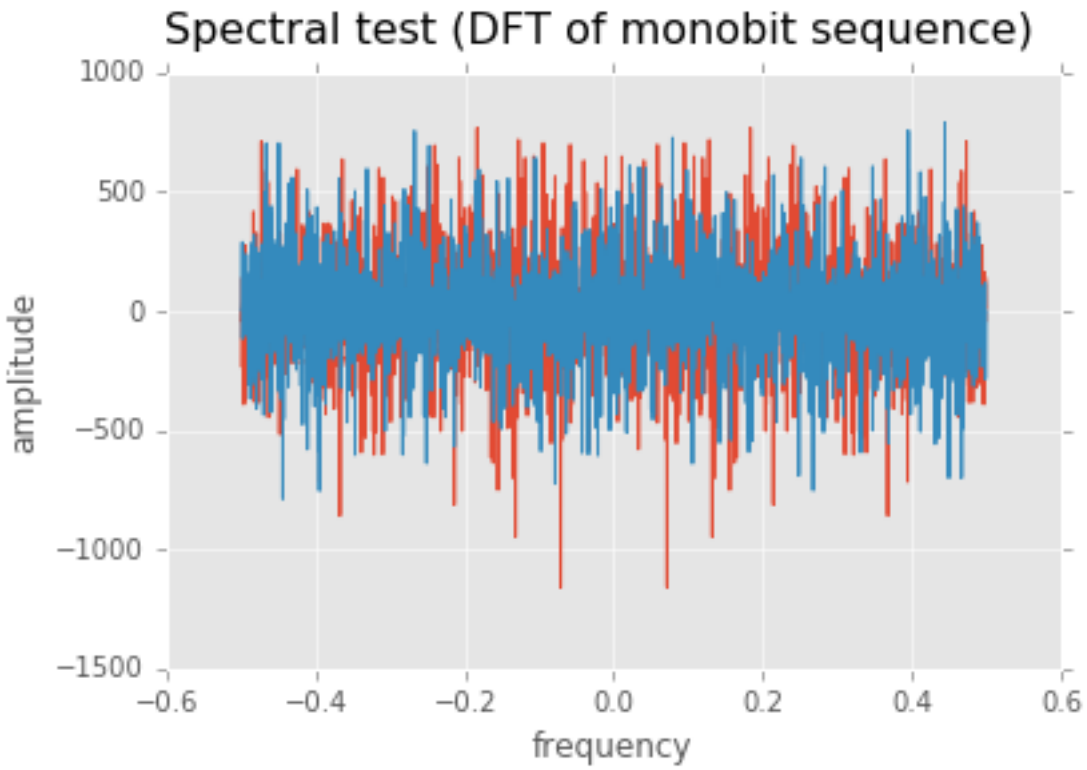


1.4 Visualisation des valeures générée par la méthode de Von Neumann

```
In [9]: # Plot Histogram of Von Neumann generator
        data_neumann = pd.read_csv(path + '_von_neumann.csv', quoting=2)
        print(ggplot(aes(x='values'), data=data_neumann) + geom_histogram(binwidth = ra.width(data_neuma
              + ggtitle("Histogram of Von Neumann generator") + labs("values", "frequency"))
        # Plot FFT of bit sequence from Von Neumann generator
        ra.plot_bit_sequence_fft(data_neumann['values'], 14)
```




```
<ggplot: (14577955)>
```



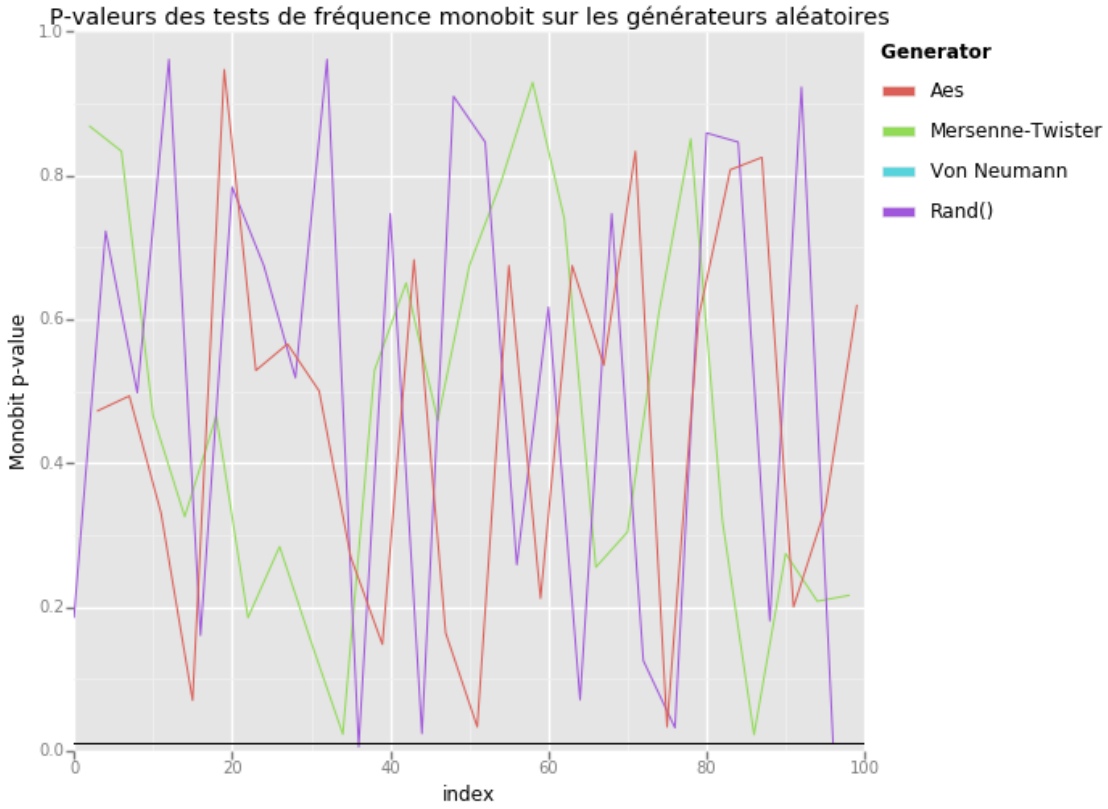
On constate que ce générateur de valeurs alétoires n'est pas trés efficace par rappport aux précédents. La transformée de fourier discrete de la séquence de bits générée est assez irrégulière et l'histogramme montre bien que la répartition des valeures aléatoire sur l'interval [0;10000] n'est pas uniforme.

1.5 Résultats des tests de runs et de fréquence monobit

Le programme C execute les tests de runs et de fréquence monobit pour chaque générateurs de valeurs aléatoires. Voici la visualisation des 25 p-valeurs (25 répétition de ces tests) issues de chaque tests :

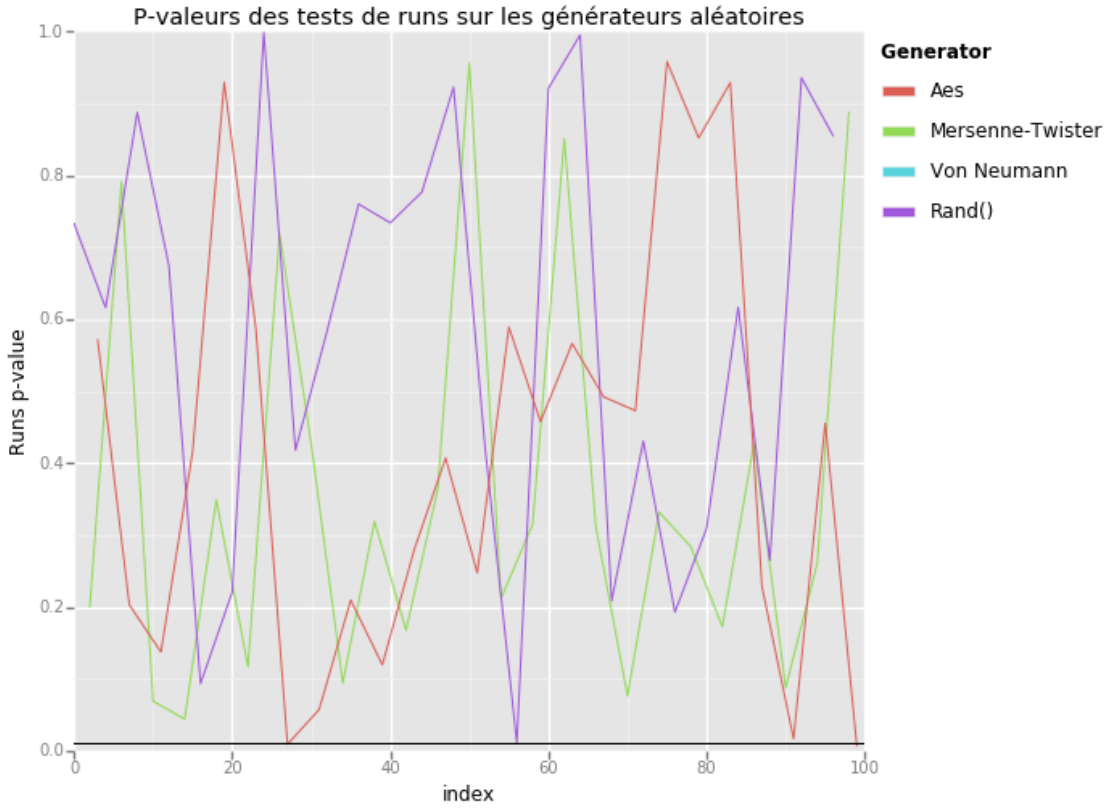
```
In [10]: # Lecture des résultats des tests sur les générateurs aléatoires
         tests_results = pd.read_csv(path + '_test_results.csv', quoting=2)
         tests_results['index'] = list(range(len(tests_results.index)))
         tests_results = tests_results.reset_index()
         tests_results.columns = ['generator', 'Monobit p-value', 'frequency', 'Runs p-value', 'index']

In [11]: # Affichage de la P-valeur pour le test des fréquence monobit (la ligne noire horizontale indi
         ggplot(tests_results, aes(x='index', y='Monobit p-value', color='generator')) + geom_line() \
             + geom_abline(intercept=0.01, slope= 0, color="black") \
             + ggtitle("P-valeurs des tests de fréquence monobit sur les générateurs aléatoires")
```



Out[11]: <ggplot: (15364729)>

In [12]:
```
# Affichage de la P-valeur pour le test des runs (la ligne noire horizontale indique la limite
ggplot(tests_results, aes(x='index', y='Runs p-value', color='generator')) + geom_line() \
    + geom_abline(intercept=0.01, slope= 0, color="black") \
    + ggtitle("P-valeurs des tests de runs sur les générateurs aléatoires")
```



Out[12]: <ggplot: (15822261)>

On constate que tout les générateurs alétoires sont au dessus de la barre des 0.01 mis à part Von Neumann (sa p-valeur est toujours à 0) pour les deux tests.

1.6 Files d'attente M/M/1

On s'interesse à l'évolution d'une file d'attente FIFO régie par des lois de probablitées exponentielles. L'unité de temps utilisée est la minute.
Tous d'abord on génère les arrivées et départs de la file d'attente sachant qu'une seule requette (arrivée) ne peut être traitée en même temps et que les temps de traitement les instants d'arrivée sont régies par deux lois exponentielles de paramètres $\lambda = \frac{12}{60}$ et $\mu = \frac{20}{60}$.

1.6.1 Nombre moyen de client dans le système et temps moyen de présence

On veux évaluer le nombre moyen de requettes/clients dans le système et le temps moyen d'attente d'une requette/client dans la file. Le programme C calcule ces valeurs à partir de l'évolution et de la file d'attente et affiche les résultats dans la sortie standard si une option/argument est donné au programme ('–list'). Executons le programme C avec cette option :

```
In [38]: # Execute le programme pour generer une réalisation d'une file mm1 (en autre)
         from io import StringIO
         p = subprocess.Popen(path + 'RandomGenerators\\simul.exe --list', \
                              stdin=subprocess.PIPE, stdout=subprocess.PIPE, stderr=subprocess.PIPE)
         output, err = p.communicate()
         print(output.decode("utf-8"))
```

```
Nombre moyen de clients dans la file : E(N) = 4.388296 clients

Temps moyen de présence d'un client dans la file : E(W) = 18.369611 min

D'ou, lambda * E(W) = 3.673922
```

On constate que $\lambda * E(W)$ est toujours relativement proche de de $E(N)$ ce qui tend à vérifier la formule de little (il faudrais cependant aller plus loin et calculer des p-valeurs pour mieux en juger).

1.6.2 Files d'attente générées et évolution de celles-ci

Voici les arrivées et départs générés définisant la file d'attente sur une durée de 3 heures :

```
In [39]: file_mm1 = pd.read_csv(path + '_file_mm1.csv', quoting=2)
         file_mm1
```

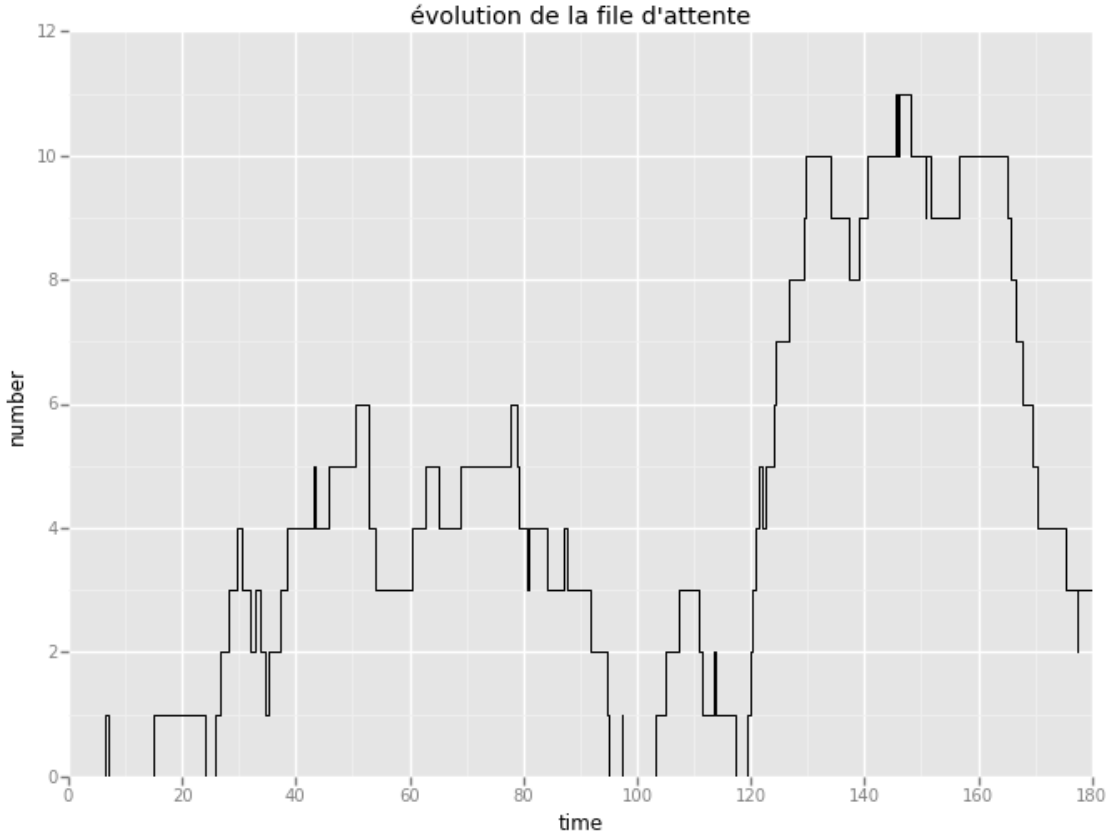
Out[39]:

	arrivee	depart
0	6.569204	7.058321
1	14.884682	24.133570
2	25.825341	30.467784
3	26.784067	32.120745
4	28.145136	33.682400
5	29.688515	34.524342
6	32.731360	43.384051
7	35.315343	52.691137
8	37.227514	52.841893
9	38.538978	53.858904
10	42.989671	64.992493
11	45.870181	79.039804
12	50.459325	79.242256
13	60.448295	80.745929
14	62.637298	84.284462
15	68.979352	87.730718
16	77.814739	91.774049
17	80.967447	94.869194
18	86.990742	95.172186
19	97.283798	97.398718
20	103.370712	110.943574
21	104.934561	111.385849
22	107.206214	113.717465
23	113.507582	117.246789
24	119.407138	121.995603
25	120.072473	133.909835
26	120.245319	137.150051
27	120.691991	145.735403
28	121.494608	145.988943
29	122.449425	148.150448
30	123.952388	150.647020
31	124.313070	151.612563
32	126.710325	165.170961
33	129.312674	165.624387
34	129.594525	166.462848
35	139.082333	167.705561
36	140.623906	169.454515
37	145.357123	170.331451

```
38  145.887020  175.481865
39  146.177012  177.397915
40  150.879455  179.131786
41  156.615195    0.000000
42  177.468258    0.000000
```

On en déduit l'évolution de cette file d'attente. Cette évolution est mise à jour pour chaque instants présents dans le tableau ci-dessus ce qui donne l'évolution du nombre de clients dans la file d'attente donnée ci-dessous :

```
In [40]: # Affichage de la P-valeur pour le test des runs (la ligne noire horizontale indique la limite
         evol = pd.read_csv(path + '_evolution.csv', quoting=2)
         evol.columns = ['time', 'number']
         ggplot(evol, aes(x='time', y='number')) + geom_step() + ggtitle("évolution de la file d'attente
```




```
Out[40]: <ggplot: (15735893)>
```

1.7 Files d'attente M/M/n

Le but est maintenant de modéliser une file d'attente où plusieurs (n) requettes/clients peuvent être traités/servis simultanément. On prendra ici n=2.
Pour implémenter une telle liste, il faut surtout modifier la génération des temps de départ puisque les temps d'arrivé sont indépendants du fait que les requettes puissent être traitées simultanément.
La fonction 'FileMMN(double lambda, double mu, double D, size_t n)' crée une file M/M/N en maintenant

un tableau de la fin de la dernière tache de chaque serveurs (voir code dans le fichier 'file_attente.c'). Le code devrais donc fonctionner pour n'importe quel n. Un deuxième option lors de l'appel du programme C permet de creer une file d'attente MMN (avec n=2) et avec les mêmes paramètres que pour MM1 (lambda, mu et D) :

In [41]:
```
# Execute le programme pour generer une réalisation d'une file mm2 (en autre)
from io import StringIO
p = subprocess.Popen(path + 'RandomGenerators\\simul.exe --list --mm2', \
                     stdin=subprocess.PIPE, stdout=subprocess.PIPE, stderr=subprocess.PIPE)
output, err = p.communicate()
print(output.decode("utf-8"))
```

Voici les valeurs de départ et d'arrivée obtenus :

In [42]:
```
file_mm2 = pd.read_csv(path + '_file_mm2.csv', quoting=2)
file_mm2
```

Out[42]:

	arrivee	depart
0	24.004569	25.861393
1	32.442060	59.750357
2	33.085853	38.190038
3	50.801344	51.492117
4	62.662787	71.727902
5	63.952281	72.425260
6	68.679503	74.316332
7	75.081887	78.624946
8	85.324106	98.133361
9	87.921948	105.781688
10	89.210454	99.269791
11	92.752285	102.858134
12	105.957225	117.945926
13	112.731173	118.225003
14	113.686028	117.435607
15	114.263952	117.284924
16	119.054071	144.693971
17	119.470368	122.881198
18	121.638522	123.516802
19	122.376356	131.635884
20	123.916563	142.242757
21	127.303641	137.146079
22	129.540029	139.459589
23	139.874944	142.797493
24	143.944802	149.597543
25	151.222675	156.112824
26	151.310249	153.369326
27	160.528630	162.190469
28	161.917876	163.299453
29	164.117361	168.842381
30	166.181707	170.043465
31	171.110325	173.428386
32	179.636504	0.000000
33	179.842331	0.000000

In [ ]: