ENSEIGNEMENT CATHOLIQUE
SECONDAIRE

Avenue E. Mounier 100 – 1200 BRUXELLES

Programme

Mathématiques – 4 périodes

2e et 3e degrés Technique de qualification

Humanités professionnelles et techniques

D/2014/7362/3/09

La FESeC remercie les membres du groupe à tâche qui ont travaillé à l'élaboration du présent programme.

Elle remercie également les nombreux enseignants qui l'ont enrichi de leur expérience et de leur regard constructif.

Elle remercie enfin les personnes qui en ont effectué une relecture attentive.

Ont participé à l'écriture de ce programme :

BAETEN Edith

COLSON Sandrine

HAUSMANN Sabine

LOSFELD Pierre-Emmanuel

MIEWIS Jules

NIMAL Philippe

PELLEGRIMS Patricia

PELTGEN Marie-Noëlle

Ce document respecte la nouvelle orthographe.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Ces dernières années ont vu l'émergence du concept d'acquis d'apprentissage qui met explicitement l'accent sur ce qui est attendu de l'élève. Le décret « Missions » définit les Acquis d'Apprentissage (AA) en termes de savoirs, aptitudes et compétences. Ils représentent ce que l'apprenant sait, comprend et est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage.

L'apparition de ce concept a nécessité l'actualisation des référentiels, qui s'appuient désormais sur des Unités d'Acquis d'Apprentissage (UAA), tant dans le cadre de la formation générale commune que dans celui des options de base groupées (OBG). Ces UAA constituent des ensembles cohérents d'acquis d'apprentissage qui peuvent être évalués ou validés au sein de situations d'intégration.

Dans sa volonté de refonder l'enseignement qualifiant, le Gouvernement a décidé de renforcer la formation générale commune indispensable aux élèves, non seulement pour développer leurs compétences professionnelles, mais aussi pour leur assurer une formation humaniste et citoyenne et leur donner un bagage suffisant pour continuer à se former et pouvoir s'adapter aux exigences de la société. Il était donc indispensable d'inscrire de nouveaux cours dans les grilles, de définir de nouveaux volumes horaires et donc de rédiger de nouveaux référentiels, centrés eux aussi sur des UAA.

Les programmes élaborés par la Fédération de l'Enseignement Secondaire Catholique sont conçus comme une aide aux enseignants pour la mise en œuvre des compétences terminales et savoirs communs. Ils visent une cohérence entre les différentes disciplines. Chaque fois que ce sera possible, les enseignants veilleront en outre à mettre l'accent sur l'intégration dans les apprentissages du développement durable, du numérique et de la dimension citoyenne.

Programmes – Référentiels

Lors de son engagement auprès d'un pouvoir organisateur, le professeur signe un contrat d'emploi et les règlements qui y sont liés. En lui confiant des attributions, le directeur l'engage dans une mission pédagogique et éducative dans le respect des projets de l'enseignement secondaire catholique.

Les programmes doivent être perçus comme l'explicitation de la composante pédagogique du contrat. Ils précisent les attitudes et savoirs à mobiliser dans les apprentissages en vue d'acquérir les compétences terminales et savoirs communs définis dans les référentiels. Ils décrivent également des orientations méthodologiques à destination des enseignants. Les programmes s'imposent donc, pour les professeurs de l'enseignement secondaire catholique, comme les documents de référence. C'est notamment sur ceux-ci que se base l'inspection pour évaluer le niveau des études.

Complémentairement, la FESeC produit des outils pédagogiques qui illustrent et proposent des pistes concrètes de mise en œuvre de certains aspects des programmes. Ces outils sont prioritairement destinés aux enseignants. Ils peuvent parfois contenir des documents facilement et directement utilisables avec les élèves. Ces outils sont à considérer comme des compléments non prescriptifs.

DES RÉFÉRENTIELS INTERRÉSEAUX

Dans le dispositif pédagogique, on compte différentes catégories de référentiels de compétences approuvés par le parlement de la Fédération Wallonie-Bruxelles.

Pour l'enseignement de qualification :

- *les **compétences minimales en mathématiques à l'issue de la section de qualification lorsque l'apprentissage des mathématiques figure au programme d'études**. Ces nouveaux référentiels pour la formation générale commune ont été écrits à partir de 2013 sous la forme d'UAA ;*
- *les profils de certification qui s'appuient sur les profils de formation du Service Francophone des Métiers et des Qualifications (SFMQ). Ceux-ci présentent les compétences, les aptitudes et les savoirs requis organisés en Unités d'Acquis d'Apprentissage et précisent le profil d'évaluation en vue de l'obtention d'un certificat de qualification pour chaque métier. Ils indiquent également le profil d'équipement. Ils remplacent progressivement les profils de formation de la Commission Communautaire des Professions et des Qualifications (CCPQ).*

Ces référentiels de compétences, ainsi que les profils de certification, peuvent être téléchargés sur le site : www.enseignement.be.

Programmes – Outils – Évaluation[1]

« Plus les évaluateurs seront professionnels de l'évaluation, … moins il sera nécessaire de dissocier formatif et certificatif. Le véritable conflit n'est pas entre formatif et certificatif, mais entre logique de formation et logique d'exclusion ou de sélection. »

Philippe Perrenoud, 1998

- Faut-il évaluer des compétences en permanence ?

L'évaluation à « valeur formative » permet à l'élève de se situer dans l'apprentissage, de mesurer le progrès accompli, de comprendre la nature des difficultés qu'il rencontre, mais aussi d'apprécier l'adéquation des stratégies mises en place par l'enseignant. Elle fait partie intégrante de l'apprentissage et oriente la remédiation à mettre en place au cours du parcours d'apprentissage dès que cela s'avère nécessaire.

Dans ce cadre, il est utile d'observer si les ressources (savoirs, savoir-faire, aptitudes, …) sont bien acquises. Cela peut se faire d'une manière informelle sans pour autant développer un lourd dispositif d'évaluation. Il peut aussi être pertinent d'utiliser des méthodes plus systématiques pour récolter des informations sur les acquis de l'élève, pour autant que ces informations soient effectivement traitées dans le but d'améliorer les apprentissages et non de servir un système de comptabilisation.

La diversité des activités menées lors des apprentissages (activités d'exploration, activités d'apprentissage systématique, activités de structuration, activités d'intégration, …), permettra d'installer les ressources et d'exercer les compétences visées.

L'erreur est inhérente à tout apprentissage. Elle ne peut donc pas être sanctionnée pendant le processus d'apprentissage.

Programmes de l'enseignement catholique

Conformément à la liberté des méthodes garantie dans le pacte scolaire, la FESeC élabore les programmes pour les établissements du réseau. Ces programmes fournissent des indications pour mettre en œuvre les référentiels interréseaux.

- *Un programme est un référentiel de situations d'apprentissage, de contenus d'apprentissage, obligatoires ou facultatifs, et d'orientations méthodologiques qu'un pouvoir organisateur définit afin d'atteindre les compétences fixées par le Gouvernement pour une année, un degré ou un cycle (article 5.15° du décret « Missions » 24 juillet 1997).*

- *La conformité des programmes est examinée par des commissions interréseaux qui remettent des avis au Ministre en charge de l'enseignement secondaire. Sur la base de ces avis, le programme est soumis à l'approbation du Gouvernement qui confirme qu'un programme, correctement mis en œuvre, permet d'acquérir les compétences et de maitriser les savoirs définis dans le référentiel de compétences ou dans le profil de certification auquel il fait référence.*

- *Les programmes de la FESeC sont écrits, sous la houlette du responsable de secteur, par des groupes à tâche composés de professeurs, de conseillers pédagogiques et d'experts.*

---

[1] Référence « Balises pour évaluer ».

Il convient d'organiser des évaluations à « valeur certificative » qui s'appuieront sur des tâches ou des situations d'intégration auxquelles l'élève aura été exercé. Elles visent à établir un bilan des acquis d'apprentissages, en lien avec les unités fixées par les référentiels. Il s'agit donc essentiellement d'évaluer des compétences, mais la maitrise des ressources est également à prendre en compte.

Ces bilans sont déterminants pour décider de la réussite dans une option ou une discipline. Les résultats de ceux-ci ne sont cependant pas exclusifs pour se forger une opinion sur les acquis réels des élèves.

- La progressivité dans le parcours de l'élève

Si les compétences définies dans les référentiels et reprises dans les programmes sont à maitriser, c'est au terme d'un parcours d'apprentissage qui s'étale le plus souvent sur un degré qu'elles doivent l'être. Cela implique que tout au long de l'année et du degré, des phases de remédiation plus formelles permettent à l'élève de combler ses lacunes. Cela suppose aussi que plus on s'approchera de la fin du parcours de l'enseignement secondaire, plus les situations d'intégration deviendront complexes.

- La remédiation

L'enseignant dispose d'informations essentielles sur les difficultés rencontrées par le groupe ou par un élève particulier à travers l'attention qu'il porte tout au long des apprentissages, de ses observations, des questions posées en classe, des exercices proposés ou des évaluations plus formelles à « valeur formative » qu'il met en place.

Il veillera donc à différencier la présentation de la matière, à réexpliquer autrement les notions pour répondre aux différents profils d'élèves et leur permettre de dépasser leurs difficultés. Des moments de remédiation plus structurels seront aussi proposés dans le cadre du cours, d'heures prévues à l'horaire ou parfois simplement d'exercices d'application à effectuer en autonomie, à domicile, sur papier ou via le Web.

Pour la formation générale commune, les documents de référence sont les suivants :

documents émanant de la Fédération Wallonie-Bruxelles ;

documents émanant de la Fédération de l'Enseignement Secondaire Catholique :

- *le présent **programme** qui, respectant fidèlement les UAA, compétences, aptitudes et savoirs repris dans les référentiels, n'ajoute aucun contenu nouveau, mais donne des indications méthodologiques ;*
- *des **outils** d'aide à la mise en œuvre du programme sont téléchargeables sur le site http://enseignement.catholique.be/segec/discipline.*

Manuels scolaires

Dans plusieurs secteurs, des manuels scolaires sont édités et mis à la disposition des enseignants. La fonction d'un manuel scolaire (et donc son contenu) est différente de celle d'un programme. Certains manuels proposent un large éventail de situations pour aborder une même thématique, d'autres développent des thèmes non définis dans le programme. Aussi est-il essentiel de rappeler qu'un manuel ne peut être considéré comme la référence d'un programme. Il ne peut le remplacer.

INTRODUCTION SPÉCIFIQUE

1. Mathématiques scientifiques et mathématiques scolaires

Les mathématiques sont « **scientifiques** » : elles constituent un regard et un langage sur le monde fondés sur un ensemble de présupposés, de connaissances et de compétences construits par une communauté scientifique qui se reconnait autour d'elles.

La discipline scientifique identifie des objets qui relèvent de son champ d'expertise : les objets géométriques, les grandeurs, les nombres, les lois statistiques, ... La discipline construit des outils conceptuels, méthodologiques ou techniques pour mener ses investigations et construire ses représentations du réel : un schéma, une équation, un concept, une définition, un modèle, une fonction, …

Les mathématiques sont « **scolaires** » : elles forment une approche du réel liée à un ensemble de connaissances et de compétences construites en fonction des mathématiques scientifiques, mais elles sont également structurées autour d'un enseignement et en fonction de ses finalités sociétales.

Les savoirs scolaires, tirant leur légitimité à la fois de leurs référents scientifiques et de leurs finalités sociétales, ne sont donc pas de purs décalques des savoirs savants ; ils impliquent une transposition didactique de savoirs savants en objets d'enseignement.

En fonction de leur épistémologie propre, les mathématiques se situent d'une manière spécifique entre objets et outils. Les concepts mathématiques, ainsi que les techniques et méthodes associées sont adaptables à de multiples contextes. Par exemple, les fonctions du premier degré modélisent aussi bien le cout d'un téléphone en économie domestique, que les mouvements rectilignes uniformes en physique. Les outils ne peuvent être réduits à des techniques que l'élève utiliserait sans en maitriser ni le sens et la portée, ni les conditions d'utilisation.

La production mathématique majeure consiste alors, face à un problème intra ou extra-mathématique donné, à choisir l'outil (ou les outils) approprié et à en faire un usage adéquat en vue d'une résolution. Que ce soit dans l'histoire des mathématiques ou dans l'apprentissage des élèves, les outils ont d'abord un ancrage dans des contextes variés qu'ils permettent d'abstraire, de fédérer et de traiter de manière efficace, car unifiée.

2. Dispositif décrétal

Pour garantir la cohérence et la progression des apprentissages et en faciliter la planification par les équipes d'enseignants, le programme est présenté selon un découpage en unités d'acquis d'apprentissage (UAA). L'approche par unités d'acquis d'apprentissage permet d'organiser des ensembles cohérents, finalisés et évaluables, en fonction des domaines et des objets propres au savoir scolaire. L'expression « acquis d'apprentissage » (AA) désigne ce qu'un élève sait, comprend et est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage.

Le référentiel de compétences minimales à l'issue de la section de qualification se rapportant au cours de mathématiques à 4 périodes/semaine énumère **par degré** un grand nombre d'UAA, certaines à portée générale, d'autres plus spécifiques aux besoins des différents secteurs. Au 3e degré, le référentiel spécifie :

- pour certains secteurs, les UAA imposées ;
- pour d'autres secteurs, **des** UAA imposées et des UAA optionnelles.

Le point 3 de cette introduction indique, **année par année**, quelles UAA composent le programme dans chaque secteur.

Par ailleurs, le gouvernement de la Fédération Wallonie-Bruxelles a édicté une liste des options de Base Groupées où **le cours à 4 périodes/semaine est obligatoire**. Cette liste pourrait évoluer en fonction des travaux du SFMQ et de l'ajustement du répertoire des options de base groupées. On se réfèrera dès lors au dossier de référence mis à jour chaque année par la FESeC.

Selon l'arrêté du Gouvernement du 22 mai 2014, il s'agit de

2e degré	3e degré
▪ Électromécanique ▪ Mécanique automobile ▪ Microtechnique ▪ Industrie du bois ▪ Construction ▪ Technique sciences	▪ Technicien/Technicienne en informatique ▪ Technicien/Technicienne en électronique ▪ Technicien/Technicienne en usinage ▪ Électricien automaticien/Électricienne automaticienne ▪ Mécanicien automaticien/Mécanicienne automaticienne ▪ Technicien/Technicienne en microtechnique ▪ Technicien/Technicienne du froid ▪ Mécanicien(ne) polyvalent(e) automobile ▪ Dessinateur(trice) en construction ▪ Technicien/Technicienne des industries du bois ▪ Technicien/Technicienne en construction et travaux publics ▪ Technicien/Technicienne en équipements thermiques ▪ Technicien/Technicienne chimiste.

3. Les UAA du programme

Les cinq UAA du 2^{e} degré de l'enseignement technique et artistique de qualification à quatre périodes/semaine sont réparties entre les deux années du degré.

En 3^{e} année :

Approche graphique d'une fonction
Le premier degré
Géométrie

En 4^{e} année :

Le deuxième degré
Statistique à une variable

Ces UAA sont communes pour tous les secteurs.

Les intitulés des UAA du programme du 3e degré de l'enseignement technique et artistique de qualification à quatre périodes/semaine sont :

UAA1	Modèles de croissance
UAA2	Statistique à deux variables
UAA3	Probabilité
UAA4	Lois de probabilité
UAA5	Comportement asymptotique
UAA6	Dérivée
UAA7	Trigonométrie
UAA8	Fonctions trigonométriques
UAA9	Intégrale
UAA10	Algèbre financière
UAA11	Systèmes d'équations linéaires
UAA12	Programmation linéaire
UAA13	Géométrie vectorielle
UAA14	Géométrie dans l'espace
UAA15	Nombres complexes

POUR LES OPTIONS FIGURANT DANS LA LISTE DES OBG OÙ LE COURS DE 4 PÉRIODES/SEMAINE EST OBLIGATOIRE, LE RÉFÉRENTIEL DÉTERMINE PAR SECTEUR LES UAA QUI DOIVENT FIGURER AU PROGRAMME.

Le programme de chaque secteur concerné comprend un ensemble d'UAA parmi les quinze citées, réparti entre les deux années du 3e degré.

Dans les différents secteurs, selon les options (*prévues par arrêté du Gouvernement de la Communauté française),* les UAA sont :

- **Industrie**

En 5e année

Modèles de croissance
Comportement asymptotique
Dérivée
Trigonométrie
Fonctions trigonométriques
Systèmes d'équations linéaires

En 6e année

Probabilité
Intégrale
Géométrie vectorielle
Géométrie dans l'espace
Nombres complexes (*)

(*) uniquement pour les sections : « Technicien en électronique » et « Électricien-automaticien ».

- **Construction**

En 5e année

Modèles de croissance
Comportement asymptotique
Dérivée
Trigonométrie

En 6e année

Probabilité
Intégrale
Géométrie vectorielle
Géométrie dans l'espace

- **Sciences appliquées**

En 5e année

Modèles de croissance
Comportement asymptotique
Dérivée
Trigonométrie
Fonctions trigonométriques

En 6e année

Probabilité
Intégrale
Géométrie vectorielle
Géométrie dans l'espace

POUR LES AUTRES OBG POUR LESQUELLES LE POUVOIR ORGANISATEUR SOUHAITE IMPOSER QUATRE PÉRIODES, LE COURS DOIT INTÉGRER LES UAA DU PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES ACTIVES[2] DANS LA FORMATION QUALIFIANTE ET D'AUTRES REPRISES DANS LA LISTE DES UAA DES MATHÉMATIQUES LIÉES AUX SPÉCIFICITÉS DES OPTIONS.

Les UAA proposées ci-dessous complètent les UAA du cours de mathématiques actives.

- **Agronomie**

En 5e année

Comportement asymptotique
Dérivée
Trigonométrie

En 6e année

Statistique à deux variables
Intégrale

- **Industrie**

En 5e année

Comportement asymptotique
Dérivée
Trigonométrie
Fonctions trigonométriques
Systèmes d'équations linéaires

En 6e année

Intégrale
Géométrie vectorielle
Géométrie dans l'espace
Nombres complexes

- **Hôtellerie–Alimentation**

En 5e année

Statistique à deux variables

En 6e année

Lois de probabilité
Algèbre financière

- **Habillement et textile**

En 5e année

Statistique à deux variables

En 6e année

Lois de probabilité
Algèbre financière

- **Arts appliqués**

En 5e année

Statistique à deux variables
Trigonométrie

En 6e année

Lois de probabilité
Géométrie dans l'espace
Algèbre financière

---

2 Programme Mathématiques – 3e degré TQ – 2 périodes D/2014/7362/3/08.

- **Économie**

En 5e année

Comportement asymptotique
Dérivée
Systèmes d’équations linéaires
Programmation linéaire

En 6e année

Statistique à deux variables
Lois de probabilité
Intégrale
Algèbre financière

- **Service aux personnes**

En 5e année

Statistique à deux variables

En 6e année

Lois de probabilité
Algèbre financière

- **Sciences appliquées**

En 5e année

Comportement asymptotique
Dérivée
Trigonométrie
Fonctions trigonométriques

En 6e année

Intégrale
Géométrie vectorielle
Géométrie dans l’espace

4. La structure des UAA du programme

Chaque UAA comprend les mêmes rubriques.

4.1. Les compétences

Chaque UAA vise la mise en place d'une ou plusieurs **compétences** mathématiques en construction tout au long du cursus de formation de l'élève. Pour s'inscrire dans une logique d'acquisition progressive et spiralaire de compétences, chaque unité liste les ressources mobilisées dans l'exercice des compétences visées et précise les processus mis en œuvre lors d'activités permettant de construire, d'entrainer ou d'évaluer les compétences concernées.

4.2. Les stratégies transversales

Les UAA peuvent également faire appel à des démarches ou procédures générales qui, par leur réinvestissement répété dans des contextes variés, prennent un caractère transversal, soit intradisciplinaire (démarche expérimentale, démarche historique, …), soit transdisciplinaire (techniques de communication écrite ou orale, utilisation d'outils informatiques, …) : par convention, elles sont ici dénommées « stratégies transversales ». En les précisant, on évite de les mobiliser comme si elles allaient de soi pour l'élève et ne nécessitaient pas des apprentissages spécifiques.

4.3. Le « D'où vient-on ? »

Une rubrique « **D'où vient-on ?** » montre la progression vécue par l'élève avant d'entamer les apprentissages de l'UAA et, en rapport avec ceux-ci, donne un fil conducteur et situe les matières à enseigner dans une certaine continuité.

4.4. Le « Où va-t-on ? »

En parallèle, la rubrique « **Où va-t-on ?** » donne des indications quant au sens et à la portée des ressources, ainsi qu'à la manière d'articuler le chapitre traité à d'autres.

4.5. Les ressources

Le listage de **ressources** permet d'identifier l'ensemble des savoirs et savoir-faire qui seront actualisés, découverts, mobilisés au cours de l'unité d'apprentissage et qui s'avèrent incontournables lors de la réalisation de tâches relevant des compétences visées.

4.6. Les directives et commentaires

En correspondance avec la colonne des ressources, quelques « **directives et commentaires** » proposent des indications pour organiser le travail en classe, précisent le niveau de rigueur qu'il faut atteindre et exposent quelques pistes méthodologiques.

Toutefois, le choix des contextes pour explorer une notion nouvelle, pour modéliser un phénomène, pour formuler ou conjecturer un résultat doit favoriser la mobilité de la pensée, la pluralité des méthodes et celles des solutions. Il ne peut être question ici de préciser l'unique bonne méthode pour l'unique bonne pédagogie.

4.7. Les processus

L'intentionnalité et l'opérationnalité données aux apprentissages selon la logique « compétences » n'impliquent pas d'éluder la nécessité didactique de mettre en place, progressivement, des savoirs et savoir-faire décontextualisés des situations d'apprentissage et des tâches d'entrainement, afin d'en assurer la maitrise conceptualisée (CONNAITRE) et surtout la mobilisation dans des situations standardisées (APPLIQUER) ou relativement autonomes (TRANSFÉRER).

L'identification de **processus** permet de distinguer des opérations de nature, voire de complexité différente, classées selon trois dimensions.

CONNAITRE = CONSTRUIRE ET EXPLICITER DES RESSOURCES

Dans chaque unité, la dimension « CONNAITRE » correspond à la nécessité d'outiller les élèves de connaissances suffisamment construites, structurées et détachées d'un contexte déterminé, susceptibles de pouvoir être mobilisées indifféremment d'une situation donnée à l'autre (lors de tâches d'application et/ou de transfert).

Les savoirs (en particulier les outils conceptuels : notions, concepts, modèles, théories) et les savoir-faire (en particulier les procédures, démarches, stratégies) doivent être identifiables, en tant que tels, par l'élève, à l'issue de son apprentissage, pour qu'il puisse les mobiliser en toute connaissance de cause quelle que soit la situation contextuelle de la tâche à résoudre.

Pour l'élève, construire et expliciter des ressources, c'est évoquer les connaissances qui s'y rapportent, montrer qu'il en saisit le sens et la portée. Il s'agit selon les cas, de :

- citer un énoncé et de l'illustrer par un exemple ou un dessin ;
- reconnaitre les circonstances d'utilisation d'une ressource ;
- énoncer la définition qui correspond à l'usage qui est fait d'une ressource dans un contexte donné ;
- analyser la structure globale d'un texte mathématique, et en particulier, y distinguer l'essentiel de l'accessoire ;
- maitriser le vocabulaire, les connecteurs logiques (si… alors, en effet, donc, et, ou, …) et le symbolisme nécessaires pour expliquer une propriété ;
- reproduire les étapes d'une argumentation, commenter une définition ;
- justifier certaines étapes d'un calcul, faire un schéma ;
- construire une chaine déductive et la justifier ;
- utiliser un contre-exemple pour invalider une proposition ;
- argumenter pour valider une proposition ;
- étendre une règle, un énoncé ou une propriété à un domaine plus large ;
- …

On le voit : explicitation n'est pas synonyme de restitution ! Cette dimension ne doit pas servir de prétexte pour capitaliser chez l'élève des savoirs de manière érudite ou de driller des procédures de manière automatique, mais pour développer chez lui un niveau « méta » : être capable à la fois d'expliciter ses connaissances ou ses ressources, et de justifier les conditions dans lesquelles celles-ci peuvent être mobilisées.

Il importe en effet de développer chez l'élève la conscience de ce que l'on peut faire de ses connaissances et compétences : « *je sais quand, pourquoi, comment utiliser tel savoir* (concept, modèle, théorie, …) *ou tel savoir-faire* (procédure, démarche, stratégie, …) ». Développer une telle capacité « méta » vise déjà un niveau de compétence relativement complexe.

APPLIQUER = MOBILISER DES ACQUIS IDENTIFIÉS

Il est opportun, dans le cadre de l'apprentissage comme de l'évaluation, de distinguer des tâches qui sont de l'ordre de l'application et des tâches qui sont de l'ordre du transfert.

À la lecture de l'énoncé d'une tâche d'application, l'élève identifie immédiatement la stratégie à mettre en œuvre. La tâche est en quelque sorte standardisée, voire routinière. La compétence de lecture de la consigne n'en reste pas moins déterminante. Au moment où l'élève apprend à appliquer une procédure, il opère des raisonnements et construit des enchainements qui ne sont pas d'emblée des automatismes. À son niveau, ces techniques sont parfois complexes. Il s'agit pour lui d'acquérir des « réflexes réfléchis ».

Le caractère standard d'une tâche proposée est identifiable par rapport aux paramètres qui délimitent la classe des problèmes ou des situations pour le traitement desquels les conceptualisations et les procédures adéquates sont facilement reconnues par l'élève.

Pour l'élève, mobiliser des acquis dans le traitement de situations entrainées, c'est par exemple :

- organiser un calcul, c'est-à-dire choisir les règles et les appliquer dans un certain ordre ;
- réaliser un graphique, un diagramme ou un tableau qui éclaire ou résume une situation ;
- résoudre une équation ;
- déterminer le domaine d'une fonction ;
- …

TRANSFÉRER = MOBILISER DES ACQUIS EN AUTONOMIE

Dans le transfert, la stratégie à mettre en œuvre ne se dégage pas immédiatement de la lecture de l'énoncé de la tâche. On attend un plus grand degré d'autonomie de la part de l'élève. Le transfert, comme l'application, est le résultat d'un apprentissage : l'élève doit avoir pris conscience que ce qu'il apprend est transférable à certaines conditions, doit pouvoir identifier la famille (ou classe) de tâches où tel transfert est possible, doit avoir appris à construire des homologies entre des tâches tout en relevant des différences qui nécessiteront des ajustements au moment du transfert.

Ce qui importe ici, c'est le travail de modélisation qui consiste à dégager dans un énoncé les aspects qui se prêtent à un traitement mathématique. Outre les énoncés que l'on classe spontanément dans cette rubrique, on y inclura les applications géométriques et les problèmes de construction nécessitant un enchainement de procédés techniques. Ces questions impliquent le passage d'un langage à un autre : entre énoncés, figures, relations d'égalité, …

L'apprentissage doit articuler les aspects suivants : dégager et codifier des méthodes de résolution à partir des problèmes traités en classe, exercer les élèves à résoudre seuls des problèmes du même type, classer les problèmes selon les méthodes de résolution appropriées.

Mobiliser ses acquis en autonomie n'est pas nécessairement difficile : il serait fâcheux que les élèves imaginent qu'il s'agit de tâches nécessairement pointues, réservées aux meilleurs ! Il y a des problèmes de tous niveaux, ceux que l'on pose lors de l'évaluation doivent refléter cette diversité.

Pour l'élève, mobiliser des acquis inclut nécessairement les étapes suivantes :

- comprendre l'énoncé de la tâche, c'est-à-dire repérer les buts à atteindre, traduire correctement une information, passer d'un langage à un autre (par exemple du langage courant au langage graphique ou algébrique et réciproquement) ;
- choisir et utiliser les outils adéquats (à ce niveau, une erreur de calcul ne doit pas peser de manière décisive) ;
- répondre à la situation (au problème) par une phrase correctement exprimée, analyser la cohérence entre ses calculs et sa réponse, et dans certains cas, argumenter les étapes de son travail, commenter ou justifier les limites de ses résultats.

Ces trois dimensions ne sont pas nécessairement présentes ou développées de la même façon dans toutes les UAA, et ce, en fonction des étapes progressives du cursus suivi par l'élève. En outre, leur ordre de succession n'est pas prédéterminé : elles peuvent se combiner et interagir de différentes façons. On peut souligner le fait que les connaissances se (re)construisent et se (re)configurent au fil des activités d'explicitation des ressources, d'application et de transfert.

5. Construire un parcours

Le cours de mathématiques ne se limite pas à transmettre des connaissances. Pour faire sens,

- il s'élabore au départ d'objets, de situations vécues et observées dans le réel ou de questions à propos de faits mathématiques ;
- il s'ancre dans le domaine des savoirs pratiques et quotidiens de l'élève et l'amène, en même temps, à se dépasser.

Les mathématiques apprises dans l'enseignement technique de qualification doivent être utiles pour gérer la vie quotidienne, accéder à un emploi, l'exercer et servir de base à des formations continuées.

Des activités liées à l'option choisie par l'élève permettent à celui-ci de découvrir, et donc de vivre, les mathématiques. La curiosité, la participation active et la responsabilisation de l'élève dans son apprentissage visent à **dispenser un enseignement pratique, utile et valorisant.**

Le programme n'est pas un plan de matières : l'ordre dans lequel il présente les UAA n'est pas un ordre chronologique. Chaque enseignant doit construire un parcours selon une cohérence propre.

S'il utilise un manuel, il lui faut en comparer le contenu avec les ressources du programme et à partir de là, faire des choix quant :

- à la façon d'articuler et de hiérarchiser entre elles les UAA ;
- au niveau visé dans chacun des champs conceptuels ;
- à la façon d'utiliser le manuel et éventuellement d'autres outils ;
- au découpage par périodes ;
- au rythme des évaluations.

Il va de soi que les cours doivent privilégier le sens et ne pas subir nécessairement les mêmes découpages que ceux qui figurent dans les listes des processus. Le sens des matières n'apparait pas toujours d'emblée, dès les premières questions traitées, mais parfois lorsque l'ensemble des contenus de l'UAA a été rencontré. Il va de soi que les élèves doivent être confrontés à des tâches qui mobilisent des ressources issues de plusieurs UAA. Le parcours défini par l'enseignant doit exhiber le rôle des nouveaux concepts dans la construction théorique et montrer leur utilité dans des tâches bien choisies.

Par ailleurs, il importe que le parcours construit par l'enseignant sur une année soit intégré dans une perspective plus large, en rapport avec les UAA des années précédentes et suivantes. Les rubriques « D'où vient-on ?» et « Où va-t-on ?» ont été rédigées dans ce sens. L'enseignant veillera à rendre ces liens entre UAA les plus explicites possible pour l'élève, particulièrement en ce qui concerne ses acquis précédents.

6. La rigueur, l'argumentation, l'expression, la communication

Le cours de mathématiques, comme les autres cours, développe la coopération, la prise de parole, l'écoute, la régularité dans le travail, … Mais de manière plus spécifique, le travail mathématique initie l'élève à une certaine façon d'argumenter, dans un cadre de pensée et avec un langage propre à cette discipline.

Ce type de compétence s'acquiert pendant les cours eux-mêmes, par exemple lorsque le professeur incite l'élève à dire ce qu'il fait, à énoncer les principes, les règles qu'il applique, à repérer pourquoi il utilise certaines ressources, … mais aussi lorsque l'élève structure ses notes, assimile, produit et rédige une argumentation, présente un travail sous une forme qui le valorise et le rend utilisable par les autres.

La communication intervient lors de différentes étapes d'une démarche mathématique, notamment dans :

- la reformulation orale ou écrite d'une situation ;
- la traduction du langage mathématique en un langage usuel et réciproquement ;
- la production d'un dessin, d'un graphique, d'un schéma, d'un tableau ;
- la discussion dans la confrontation de points de vue ;
- la présentation structurée des données, des arguments, des solutions ;
- la formulation d'une conjecture, d'une stratégie, d'une procédure, d'une argumentation, d'une démonstration, d'une généralisation, d'une synthèse, d'un résultat ;
- …

Dans toute communication, orale ou écrite, on vise à ce que l'élève évolue dans sa maitrise de la rigueur, tant pour le langage mathématique que pour la langue française : choix du terme exact, respect de la syntaxe mathématique, qualité de la présentation, orthographe correcte.

7. L'outil informatique

Ce programme s'inscrit dans l'idée que l'élève peut utiliser le calcul mental, le calcul écrit, la calculatrice ou un autre outil informatique en fonction de la situation.

Le recours à des logiciels adaptés peut faciliter la perception d'une situation géométrique, convaincre de la pertinence d'une formule découverte dans un problème ou encore améliorer la qualité d'une présentation de données. **Il importe donc que soit mis en place l'accès à ce type d'équipement dans l'école.**

Dans ce programme, le terme « outil informatique » est utilisé au sens large ; il peut désigner :

- des logiciels didactiques ;
- des logiciels de géométrie dynamique ;
- des logiciels tableurs ;
- des outils de construction ;
- des outils de visualisation ;
- des outils de simulation ;
- …

Une utilisation bien pensée de l'outil informatique permet :

- de limiter le temps consacré à des calculs très techniques ;
- d'illustrer rapidement et efficacement un savoir, un concept ;
- de favoriser la discussion et donc l'appropriation des notions ;
- de faciliter les démarches d’investigation ;
- de repousser les limites des situations proposées ;
- de se focaliser sur le raisonnement ;
- …

mais elle ne doit en aucun cas pousser à l’économie de la réflexion !

L’utilisation de ces outils intervient selon diverses modalités par :

- le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- les élèves, dans un cadre d’apprentissage, de recherche, de remédiation, … ;
- …

8. L’évaluation à valeur formative – Statut de l’erreur

L’évaluation à valeur formative fait partie intégrante de l’apprentissage qu’elle permet d’orienter et de réguler. Il est donc indispensable de la pratiquer et de la faire pratiquer par l’élève. Elle permet, en effet, de poser sur les différentes productions de l’élève un regard analytique et diagnostique, tant sur la disponibilité cognitive des ressources que sur les stratégies d’apprentissage et de réalisation des tâches, ainsi que sur la maitrise des processus impliqués dans les UAA. Elle constitue pour l’élève un entrainement. Elle doit contribuer à développer une meilleure estime de soi chez l’élève.

Ce type d’évaluation est basé sur le double principe du « droit à l’erreur » et de « l’erreur, source de progrès ». Cela signifie qu’à tout moment de l’activité en classe, les différentes productions des élèves seront analysées en vue :

- de mesurer leurs qualités en termes de conformité avec le résultat attendu ;
- d’observer les processus et les stratégies mis en œuvre pour parvenir aux productions attendues ;
- de s’interroger sur les causes d’une erreur commise ou d’une difficulté rencontrée ;
- de décoder les sources d’une erreur permettant d’engager un processus d’analyse et de rectification.

Sans préjuger d’un résultat final, ni pénaliser l’élève, l’évaluation à valeur formative doit permettre à l’élève et à ses parents de prendre conscience du niveau de maitrise par rapport à celui attendu pour réussir et, le cas échéant, d’être avertis d’éventuelles lacunes qui pourraient le pénaliser lors de l’évaluation à valeur certificative. Pour l’enseignant, elle sert aussi de guide à l’apprentissage. En effet, c’est à travers l’évaluation à valeur formative que se mettent en place, si nécessaire, un apprentissage individualisé et une remédiation ciblée sur les difficultés réelles de l’élève. C’est ainsi que l’erreur devient source de progrès et d’évolution.

9. L’évaluation à valeur certificative – Une certaine pondération, un échelonnement dans le temps

Chaque UAA du programme doit faire l’objet d’une évaluation à valeur certificative qui doit porter sur l’essentiel : le cadre de référence est celui de la rubrique « processus ». Cette liste cerne ce que l’élève doit savoir dire, faire, expliquer, exploiter.

Il faut donc développer tous les processus, mais chacun ne doit pas nécessairement faire l’objet d’une question d’évaluation : une évaluation reste un « sondage », elle ne doit pas être exhaustive. Évaluer un tout ne signifie pas tout évaluer !

En cohérence avec ce qui aura été proposé à l’élève durant la phase d’apprentissage, il faut aussi soumettre aux élèves des tâches qui mobilisent des ressources issues de plusieurs UAA afin de refléter le caractère spiralaire de l’apprentissage des mathématiques.

L’ensemble des évaluations à valeurs certificatives **d’une année**, organisée selon une temporalité unique ou segmentée, comprend de manière équilibrée :

- des tâches d’explicitation des connaissances qui permettent de vérifier leur maitrise sous une forme déclarative et décontextualisée de préférence dans le cadre d’une tâche d’application ou de transfert ;
- des tâches d’application qui permettent de vérifier la maitrise de « réflexes réfléchis », essentiellement procéduraux ;
- des tâches de transfert, selon une méthodologie apprise, qui comportent la dimension des connaissances conditionnelles : résoudre une situation contextualisée en identifiant, sélectionnant et ajustant les procédures.

À titre indicatif, il convient que les trois dimensions des processus soient prises en compte **chacune pour 25% au moins**, et ce **pour l’ensemble des UAA d’une année**. Ce dispositif permet une adaptation selon les types d'élèves et les matières. Il évite de donner un poids démesuré à des carences partielles.

Il faut éviter que les épreuves ne comportent que des questions pointues. Dans ce cas, l’évaluation se fait par défaut et ne permet pas de repérer où en est l’élève, ni de valoriser ce qu’il a acquis. Chaque évaluation doit comporter plusieurs questions dont les niveaux de difficulté diffèrent. Cette diversité s’entend sur l’ensemble **d’une année**.

Des exemples d’outils d’évaluation sont prévus ; c’est la Commission des Outils d’Évaluation qui les valide et les publie sur le site WWW.ENSEIGNEMENT.BE. Ces outils :

- visent à enrichir les pratiques de l’enseignant sans le contraindre ;
- concernent l’évaluation des compétences et des ressources nécessaires pour les atteindre ;
- évaluent les compétences en proposant la réalisation de tâches ;
- permettent de préciser le niveau attendu à tel moment du parcours scolaire de l’élève ;

- proposent une pondération entre les trois dimensions (CONNAITRE – APPLIQUER – TRANSFÉRER), adaptée selon les visées spécifiques de l'UAA, selon les étapes et les moments du cursus d'apprentissage, et, le cas échéant, selon le profil de formation suivi par l'élève.

C'est sur la base de ces outils que :

- le Service Général de l'Inspection est amené à évaluer le niveau de maitrise visé et atteint au sein des établissements scolaires audités ;
- les chambres de recours à l'encontre des décisions prononcées par les conseils de classe apprécient la conformité des épreuves proposées par les établissements scolaires.

10. Mathématique et culture

L'impact des mathématiques dans les arts, la peinture, la musique, la géographie, la technologie, les sciences, l'économie, les sciences humaines, l'environnement, … aide à mieux appréhender une société en évolution.

Les connaissances mathématiques, même très élémentaires, appartiennent à la culture : elles servent à exprimer la structure logique des choses et des phénomènes et sont par là un instrument du sens critique ; elles développent le gout des raisonnements qui allient la sobriété, l'intuition et la généralité, ou en termes plus brefs, des raisonnements élégants. L'enseignant doit donc porter une attention particulière à la portée culturelle des connaissances enseignées, c'est-à-dire la possibilité qu'on y trouve de développer le sens critique, le gout et le jugement.

Le terme culture[3] renvoie aussi aux conquêtes intellectuelles de nos ancêtres. Nous les avons reçues en héritage et nous en sommes redevables à nos descendants. Il ne faut pas laisser croire aux jeunes que les mathématiques sont un monument intemporel : il ne manque pas d'occasions de leur montrer que certaines des connaissances aujourd'hui les plus familières, ont été acquises au prix de longs tâtonnements.

C'est en replongeant certaines notions fondamentales dans leur contexte historique que l'on peut espérer apporter une réponse à une question posée par de nombreux élèves « À quoi cela peut-il bien servir ? ». Il y a un certain réconfort pour l'élève à resituer ses propres difficultés dans une continuité historique : d'autres avant lui ont dû faire face à des problèmes, surmonter des défis ; ils y sont arrivés. Par ailleurs, les seuils épistémologiques que doit franchir l'élève pour acquérir un concept sont souvent ceux-là mêmes qui ont fait obstacle dans le passé[4].

---

[3] Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, CREM, 1995.

[4] Pour une culture mathématique accessible à tous, CREM, 2004.

11. Mathématique et esprit critique

Être capable de raisonner, de justifier, de démontrer, d'argumenter est indispensable dans un monde en perpétuelle évolution. Dans une perspective d'apprentissage tout au long de la vie, il permet d'acquérir un esprit critique, une démarche scientifique et une faculté d'adaptation. L'élève sera régulièrement invité à les exercer lors d'activités telles que :

- comparer diverses méthodes de résolution ;
- tester les limites d'un modèle ;
- vérifier la pertinence des justifications ;
- prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat ;
- examiner la plausibilité d'une solution ;
- juger de la pertinence d'une information reçue ;
- envisager et croiser différents points de vue ;
- examiner les effets induits par la présentation de données ou de résultats ;
- …

12. Mathématique et citoyenneté

La compétence mathématique implique, à des degrés différents, la capacité et la volonté d'utiliser des modes mathématiques de pensée (réflexion logique et spatiale) et de représentation (formules, modèles, constructions, graphiques, diagrammes).

Au-delà de la connaissance des nombres, des mesures, des structures, des opérations fondamentales et des présentations mathématiques de base, l'élève devra développer une sensibilité aux problèmes auxquels les mathématiques peuvent apporter une solution.

Comme le souligne le cadre de référence européen[5], un citoyen « doit avoir la capacité d'appliquer les principes et processus mathématiques de base dans la vie quotidienne, à la maison et plus tard au travail, et de suivre et d'évaluer les différentes étapes d'une argumentation. Un citoyen doit être en mesure d'adopter un raisonnement mathématique, de comprendre une démonstration mathématique et de communiquer en langage mathématique, ainsi que d'employer des aides appropriées ».

---

[5] Compétences-clés pour l'éducation et la formation tout au long de la vie – Cadre de référence européen, Journal officiel de l'Union européenne, 30-12-2006.

D2 – 3e ANNÉE

Approche graphique d'une fonction

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

RECHERCHER DES INFORMATIONS SUR DES FONCTIONS À PARTIR DE LEUR REPRÉSENTATION GRAPHIQUE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Exploiter un graphique.
- Utiliser les opérateurs ensemblistes.
- Utiliser l'outil informatique.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1er degré, les élèves situent des couples dans un repère cartésien. Ils apprennent aussi à y représenter des ensembles de points correspondant à une formule de dénombrement ou à un tableau de données. Le lien entre les ordonnées et les abscisses est décrit en langage courant (représentation verbale), par un tableau de mesures (représentation numérique) ou par un ensemble de points (représentation graphique).

OÙ VA-T-ON ?

À partir de l'observation d'une courbe (d'un graphique), l'élève en dégage les éléments caractéristiques. La formule ou la loi de calcul qui traduit la dépendance entre les deux variables ne doit pas être connue, ni exploitée.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Graphique d'une fonction. Variable dépendante, variable indépendante. Intervalles de $\mathbb{R}$ (union, intersection, différence). Éléments caractéristiques d'une fonction exclusivement à partir de son graphique : - domaine et ensemble-image ; - image d'un réel ; - zéro(s) ; - signe ; - croissance-décroissance ; - maximum-minimum.	L'observation de graphiques traduisant des situations concrètes, entre autres issues des cours techniques, permet de répondre à des questions posées en langage courant. Exemples - Quel timbre coller sur une lettre de cent-vingt grammes ? - Quelle gamme de poids puis-je couvrir avec un timbre de deux euros ? - Durant quels moments, la température a-t-elle augmenté sur la journée ? - À quelle date a-t-il gelé ? - Après combien de kilomètres, mon réservoir est-il vide ? - Quel est le meilleur vendeur ? - … De là, on introduit progressivement le vocabulaire relatif aux éléments caractéristiques d'une fonction. Certaines de ces situations sont l'occasion de découvrir le sens du « pour tout » et du « il existe » sans pour cela s'attacher à un formalisme gratuit. L'écriture du domaine et de l'ensemble-image de la fonction nécessite le recours à la notion d'intervalle de $\mathbb{R}$. L'union, l'intersection et la différence ensemblistes permettent de préciser rigoureusement des écritures plus complexes de ces deux ensembles. La position des points de la courbe par rapport à l'axe horizontal permet l'écriture d'un tableau de signe de la fonction. La croissance et la décroissance, l'existence éventuelle de minimums et de maximums locaux sont observées sur le graphique et interprétées en termes algébriques. Lorsque deux ou plusieurs courbes sont représentées sur un même graphique, on précise leur(s) intersection(s) éventuelle(s) et leurs positions relatives.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Verbaliser la dépendance entre les variables, à partir d’un graphique contextualisé.
- Reconnaitre parmi un ensemble de courbes celles qui représentent une fonction.

APPLIQUER

À partir de graphiques de fonctions :

- rechercher le domaine, l’ensemble-image et les intersections avec les axes ;
- rechercher les points d'intersection des graphiques de deux fonctions ;
- déterminer les parties de $\mathbb{R}$ où une fonction est positive, négative ou nulle et construire le tableau de signes correspondant ;
- déterminer les parties de $\mathbb{R}$ où une fonction est croissante ou décroissante et construire le tableau de variation correspondant ;
- résoudre des équations et inéquations de type : $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$ (y compris lorsque g est une fonction constante).

TRANSFÉRER

- Répondre à une question dans un contexte qui nécessite la recherche d'éléments caractéristiques du graphique d'une fonction.
- Répondre à une question dans un contexte qui nécessite la comparaison des graphiques de fonctions.
- Esquisser le graphique d’une fonction qui répond à des conditions données.

Premier degré

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

LIRE, CONSTRUIRE, INTERPRÉTER, EXPLOITER UN TABLEAU DE NOMBRES, UN GRAPHIQUE, UNE FORMULE.

TRAITER UN PROBLÈME EN UTILISANT DES FONCTIONS DU PREMIER DEGRÉ.

RECONNAITRE UNE SITUATION QUI SE MODÉLISE PAR UNE FONCTION DU PREMIER DEGRÉ.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Identifier, choisir et utiliser des unités pertinentes.
- Résoudre des problèmes.
- Modéliser une situation.
- Utiliser l'outil informatique.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1er degré, les élèves construisent le graphique de relations exprimées en langage courant. En particulier, dans le cadre de l'observation et de la construction de tableaux de nombres, les élèves reconnaissent s'il s'agit ou non d'un tableau de proportionnalité. Ils résolvent des équations du premier degré dès la 1re année.

Dans la première approche graphique de fonction, l'élève installe durablement les concepts graphiques qui découlent de l'observation d'une courbe sans que la formule ou la loi de calcul qui traduit la dépendance entre les deux variables ne soit connue ou exploitée.

OÙ VA-T-ON ?

En 3^{e} année, les activités, les matières et les méthodes visent à ce que l'élève garde une maitrise de tout ce qui concerne la proportionnalité et apprenne aussi à se mouvoir entre les trois modes d'expression que sont le numérique (dans les tableaux), l'algébrique (dans les formules) et le graphique. Ce travail porte essentiellement sur des situations qui conduisent à des fonctions du premier degré.

On détermine algébriquement l'intersection des graphiques de fonctions du premier degré et/ou constantes. On relie les résultats algébriques à l'observation graphique.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Fonction constante $x \to p$. Fonction du premier degré $x \to mx + p\ (m \neq 0)$. Représentation graphique. Rôle des paramètres $m\ et\ p$. Caractéristiques : - zéro ; - signe ; - croissance/décroissance. Représentation graphique de la fonction $x \to \frac{a}{x}\ (a \neq 0)$. Équation et inéquation du premier degré à une inconnue. Intersection de deux fonctions du premier degré et/ou constantes.	Ce chapitre est abordé de préférence après celui consacré à l'approche graphique d'une fonction. Les fonctions du premier degré sont issues, entre autres, de situations rencontrées dans les cours techniques, par exemple : problèmes de mesures, de grandeurs, de conversions d'unités, ... Les problèmes qui mettent en œuvre des tableaux, des graphiques et des formules, ainsi que les diverses transformations de formules sont des contextes dans lesquels le calcul algébrique prend sens. On passe d'une de ces représentations aux autres tout en attirant l'attention sur les modes de croissance. On en tire une caractéristique de la fonction du premier degré : elle modélise un taux de croissance constant. Cette propriété des accroissements, illustrée ou déduite du tableau de nombres, donne la signification de m dans la fonction du premier degré et permet d'établir la formule qui relie deux variables à partir d'un tableau de nombres. La comparaison entre la représentation graphique de $x \to \frac{a}{x}\ (a \neq 0)$, de $x \to p$ et de $x \to mx + p$ permet de mettre en évidence les spécificités de ces deux types de fonctions (domaine, zéro, signe, croissance, taux de croissance, ...). Chaque inéquation du premier degré résolue algébriquement est interprétée graphiquement.
Nuage de points, ajustement linéaire.	Au départ d'un nuage de points qui s'y prête, on trace une droite qui approxime ce nuage, et on écrit son équation.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Reconnaitre différents types de fonctions à partir de tableaux de nombres de graphiques ou de formules issus de contextes variés.
- Identifier les paramètres m et p sur un graphique ou dans une formule.

APPLIQUER

- Construire un graphique à partir d'un tableau de nombres ou d'une formule.
- Construire un tableau de nombres à partir d'un graphique ou d'une formule.
- Calculer les paramètres m et p à partir d'un tableau de nombres.
- Établir la formule qui relie deux variables à partir d'un tableau de nombres.
- Associer des graphiques, des tableaux de nombres, des formules.
- Rechercher des caractéristiques d'une fonction du premier degré.
- Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue.
- Déterminer algébriquement et graphiquement l'intersection des graphiques de deux fonctions du premier degré et/ou constante.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème en utilisant un tableau de nombres, un graphique et/ou une formule.
- Résoudre un problème qui nécessite l'utilisation de fonctions, d'équations ou d'inéquations du premier degré.

Géométrie

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

UTILISER LES CARACTÉRISTIQUES D'UNE FIGURE PLANE OU D'UN SOLIDE DANS UNE SITUATION CONCRÈTE.

REPRÉSENTER DANS LE PLAN UN OBJET DE L'ESPACE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Identifier, choisir et utiliser les unités de mesure pertinentes.
- Associer un solide à sa représentation dans le plan et réciproquement (vues coordonnées, perspective cavalière, développement).

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1er degré, les élèves découvrent des propriétés qui permettent de construire des figures planes à partir de quelques éléments seulement.

Ils étudient les représentations en perspective cavalière et les développements de solides.

OÙ VA-T-ON ?

Les activités entretiennent les acquis élémentaires des années précédentes en géométrie.

Le théorème de Pythagore apporte un élément surprenant : le calcul d'une longueur doit passer par le calcul d'une aire. Sa réciproque permet de caractériser les triangles rectangles.

La notion de proportionnalité est utilisée pour caractériser une nouvelle famille de figures : les triangles rectangles semblables. La connaissance d'un angle aigu permet de déterminer les rapports entre deux côtés. C'est ainsi que seront abordées les définitions des nombres trigonométriques de l'angle aigu.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Figures planes : - triangle ; - quadrilatère ; - cercle ; - polygone régulier. Solides : - parallélépipède rectangle ; - cylindre ; - cône ; - sphère ; - prisme droit ; - pyramide.	Le travail sur les formules de périmètre, d'aire et de volume fournit une occasion de transformer des expressions littérales. Ces méthodes de transformation permettent de simplifier le travail de mémorisation de diverses expressions d'une même formule rencontrées dans les cours techniques. L'élève identifie et choisit les unités de mesure pertinentes. L'élève associe un solide à ses représentations planes : les développements, les vues coordonnées, les traces et la perspective cavalière. Il réalise des maquettes pour mieux visualiser les situations. Les observations servent de contexte pour parler des points, des droites, des plans, des angles, … L'apport de certains logiciels permet aux élèves de mieux comprendre les différentes représentations planes d'un objet. Les images mentales développées par ce travail sur les solides servent à lire, interpréter et plus tard construire des schémas et des plans.
Théorème de Pythagore et sa réciproque.	En calculant des longueurs au moyen du théorème de Pythagore, l'élève est confronté à l'existence de nouveaux nombres. Les manières de découvrir et de démontrer le théorème de Pythagore à l'aide de puzzles sont multiples. On montre, au moins sur des exemples numériques, que la réciproque du théorème de Pythagore permet de caractériser un triangle rectangle. Des configurations spatiales permettent aux élèves de transposer ce théorème dans des situations de la vie courante ou liées aux spécificités de leurs options.
Sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le triangle rectangle.	Dans le triangle rectangle, les sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu sont établis sous forme de rapports. Ceux-ci permettent de calculer une longueur ou un angle dans un triangle rectangle.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Reconnaitre et décrire des caractéristiques de figures planes en utilisant le vocabulaire propre à la géométrie.
- Reconnaitre et décrire des caractéristiques de solides en utilisant le vocabulaire propre à la géométrie.
- Connaitre le théorème de Pythagore et sa réciproque.
- Écrire les liens entre côtés et angles dans un triangle rectangle.
- Identifier les étapes de la construction d'une figure.

APPLIQUER

- Construire une figure ou représenter un solide par un usage raisonné d'instruments tels que règle, équerre, compas, rapporteur ou d'un logiciel.
- Calculer le périmètre et l'aire d'une figure plane.
- Calculer une aire et le volume d'un solide.
- Déterminer l'échelle d'un plan.
- Calculer une vraie grandeur à partir d'un schéma à l'échelle.
- Calculer une longueur ou l'amplitude d'un angle dans un triangle rectangle.
- Vérifier si un triangle est rectangle en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème de distance, de périmètre, d'aire ou de volume.
- Calculer une longueur dans un solide en utilisant le théorème de Pythagore.
- Exploiter des caractéristiques des familles de figures planes dans une situation contextualisée.
- Exploiter des caractéristiques de solides dans une situation contextualisée.
- Interpréter des données, des coordonnées ou des légendes d'un plan ou d'une carte.
- Choisir une échelle et réaliser un plan.

D2 – 4e ANNÉE

Deuxième degré

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

TRAITER UN PROBLÈME EN UTILISANT DES FONCTIONS DU DEUXIÈME DEGRÉ.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Identifier, choisir et utiliser des unités pertinentes.
- Résoudre des problèmes.
- Modéliser une situation.
- Utiliser l'outil informatique.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 3e année, l'accent est mis sur une approche graphique des fonctions.

La fonction du premier degré fait l'objet d'une étude approfondie.

OÙ VA-T-ON ?

On relie les trois écritures de la fonction du deuxième degré pour comprendre le rôle des paramètres. La modélisation et la résolution de problèmes sont simplifiées par un choix adéquat de l'une de ces écritures.

On insiste sur l'importance des liens entre les aspects algébrique et graphique.

RESSOURCES	**DIRECTIVES ET COMMENTAIRES**
Fonction du deuxième degré : $x \to ax^2 + bx + c$ $x \to a(x-\alpha)^2+\beta$ $x \to a(x - x_1)(x - x_2)$ Rôle des paramètres $(a, c, \alpha, \beta, x_1, x_2)$. Caractéristiques de la fonction du deuxième degré : - zéro ; - signe ; - croissance/décroissance ; - extrémum. Caractéristiques d'une parabole d'axe vertical : - sommet ; - axe de symétrie ; - concavité. Équations et inéquations du second degré.	L'étude du signe de la fonction du second degré, la résolution d'équations et d'inéquations du second degré sont faites à partir de graphiques. La cohérence d'ensemble, le sens critique (en particulier la vérification des calculs) et le recours à l'interprétation graphique doivent être exercés et valorisés. Ces aspects importent plus que le développement d'une technicité gratuite. Ce chapitre se prête à l'utilisation de logiciels graphiques, de tableurs ou de calculatrices graphiques, car ils permettent notamment d'observer et de conjecturer l'influence de la variation des différents paramètres.
Représentation graphique de la fonction $x \to \sqrt{x}$.	La comparaison des fonctions $x \to \sqrt{x}$ et $x \to x^2$ permet de mettre en évidence les liens entre leurs graphiques et leurs caractéristiques.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Lier les diverses écritures de la fonction du deuxième degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique.
- Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du deuxième degré.
- Expliquer le lien entre les fonctions $x \to x^2$ et $x \to \sqrt{x}$.

APPLIQUER

- Construire un graphique à partir d'un tableau de nombres ou d'une formule.
- Associer l'expression analytique d'une fonction du deuxième degré à son graphique et réciproquement.
- Rechercher des caractéristiques d'une fonction du deuxième degré.
- Rechercher des caractéristiques d'une parabole d'axe vertical.
- Résoudre une équation du deuxième degré.
- Établir le tableau de signe d'une fonction du second degré.
- Résoudre une inéquation du deuxième degré.

TRANSFÉRER

- Modéliser et résoudre des problèmes issus de situations diverses.

Statistique à une variable

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

LIRE ET CONSTRUIRE UN TABLEAU DE NOMBRES, UN GRAPHIQUE, UN DIAGRAMME RELATIF À UN ENSEMBLE DE DONNÉES STATISTIQUES.

CALCULER ET INTERPRÉTER DES VALEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN ENSEMBLE DE DONNÉES STATISTIQUES.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Organiser des informations.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les ressources installées.
- Développer l'esprit critique.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1er degré, les élèves réalisent des présentations de données. Outre leurs aspects graphiques, ces activités comportent des aspects numériques : des calculs de moyenne, d'étendue et de fréquences souvent exprimées sous forme de pourcentage.

OÙ VA-T-ON ?

Ces acquis sont mobilisés au 2e degré pour traiter des situations plus vastes, dont le caractère statistique est bien marqué. L'objectif est d'intégrer par ce biais de nouveaux outils d'analyse tels les valeurs centrales, les indices de dispersion et de nouvelles représentations graphiques.

On apprend à choisir les valeurs centrales pertinentes. On les interprète en fonction du contexte, on en relativise la portée en prenant en considération l'un ou l'autre indice de dispersion. Les tableaux et graphiques de fréquences cumulées sont utilisés non seulement pour déterminer l'intervalle et l'écart interquartiles, mais aussi pour interpréter concrètement les expressions « au moins, au plus, ... » concernant les ensembles de données étudiées.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Échantillon, population. Variables statistiques. Effectif, fréquence Effectif et fréquence cumulés. Série statistique répartie en classes.	Au départ d'enquêtes sur des questions d'intérêt collectif, d'actualité, d'économie, de sciences humaines, ou encore liées à l'orientation des élèves, on réalise des représentations graphiques qui permettent de comparer et d'interpréter les résultats collectés. Il est recommandé de traiter dans cet esprit des données récoltées auprès des élèves. On interprète des tableaux statistiques, des diagrammes et des graphiques directement issus des médias.
Valeurs centrales : - mode ; - moyenne ; - médiane.	La pertinence des différentes valeurs centrales est examinée en relation avec la situation traitée. Dans le cas d'un tableau groupé, on détermine la médiane et les quartiles graphiquement à partir du polygone des fréquences cumulées. On insiste sur la mise en pratique et l'interprétation, plutôt que sur la démarche théorique. Les formules ne seront pas écrites en utilisant le signe de sommation mathématique (Σ). On explique la symbolique du tableur ou de la calculatrice utilisée.
Valeurs extrêmes – Étendue. Quartile. Indices de dispersion : - écart-type ; - intervalle interquartile.	On opère des choix liés à la pertinence du type de représentation graphique, de l'échelle sur les axes et des valeurs centrales. On montre que les indices de dispersion complètent, voire parfois relativisent, les valeurs centrales.
Représentations graphiques : - polygone des effectifs ; - diagramme circulaire ; - diagramme en bâtonnets ; - histogramme ; - boite à moustaches.	Le recours à la calculatrice ou à des logiciels appropriés (en particulier les tableurs) doit être aussi systématique que possible de façon à ne pas consacrer un temps excessif à des calculs élémentaires fastidieux. Il est souhaitable que l'élève conjugue une aisance dans la manipulation de l'outil informatique pour les situations de la vie courante avec une bonne estimation des ordres de grandeur. La boite à moustaches (aussi appelée diagramme en boite, boite de Tukey ou box plot) est un moyen rapide de représenter le profil essentiel d'une série statistique quantitative à partir des quartiles. Elle s'avère très efficace pour comparer facilement deux séries statistiques.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Expliquer en situation le vocabulaire caractérisant un ensemble de données statistiques.
- Lire les informations fournies par une représentation graphique liée à un ensemble de données statistiques.
- Identifier les différents types de variables statistiques et décrire les informations graphiques et numériques qui peuvent y être associées.

APPLIQUER

- Calculer des valeurs caractéristiques d'un ensemble de données statistiques.
- Construire un tableau à partir de données brutes ou recensées.
- Construire des représentations graphiques liées à un ensemble de données statistiques.
- Extraire des informations d'une représentation graphique de données statistiques.

TRANSFÉRER

- Interpréter en contexte les valeurs caractéristiques d'un ensemble de données statistiques.
- Commenter des représentations graphiques liées à un ensemble de données statistiques.
- Commenter l'intérêt et les limites d'une étude statistique de vulgarisation.
- Traiter des données statistiques en utilisant l'outil informatique (tableur).

D3 – 5^e ET 6^e ANNÉES

UAA 1. Modèles de croissance

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

TRAITER UN PROBLÈME EN UTILISANT UN TABLEAU, UN GRAPHIQUE OU UNE FORMULE.

IDENTIFIER ET EXPLOITER UN MODÈLE DE CROISSANCE DANS UNE SITUATION CONCRÈTE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Décoder des mécanismes d'épargne et de crédit.
- Reconnaitre dans des phénomènes naturels différents types de croissance.
- Comprendre des échelles de mesure de phénomènes naturels (par exemple : magnitude (échelle de Richter), puissance sonore (décibels), concentration (ph), …).

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 2e degré, l'accent est mis sur le travail de modélisation d'une situation économique, sociale ou scientifique par un graphique, un tableau, une formule. L'élève rencontre les fonctions $x \to k$, $x \to mx + p$, $x \to ax^2 + bx + c$, $x \to \frac{a}{x}$ et $x \to \sqrt{x}$.

Le recours à la calculatrice et aux tableurs familiarise l'élève avec la manipulation et la représentation graphique d'un grand nombre de données.

OÙ VA-T-ON ?

Pour étudier les mécanismes d'épargne et de crédit, on utilise les modèles discrets de croissance que sont les suites arithmétiques et géométriques. Ce dernier modèle est ensuite étendu au modèle exponentiel.

L'expression « croissance exponentielle » est souvent utilisée de manière abusive par les médias. C'est pourquoi on examine les différences entre la croissance des fonctions puissances et celle des fonctions exponentielles.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Suite arithmétique et suite géométrique. Intérêt simple et intérêt composé.	Les suites arithmétiques et géométriques fournissent l'occasion : - d'aborder l'un ou l'autre problème tiré de l'histoire : paradoxe de ZÉNON, origine des gammes musicales, nombre d'or, … - de résoudre les premières équations exponentielles et d'introduire la notion de logarithme ; - d'approcher suivant un modèle discret la croissance exponentielle. Selon le contexte, on choisit la représentation $u(n)$ ou u_n pour décrire les termes successifs d'une suite. L'utilisation de u_0 se justifie, par exemple, en algèbre financière. La notation $u(0)$ permet alors de donner du sens à ce comptage particulier.
Famille des fonctions puissances $x \to x^p$ avec $p = \frac{1}{2}$ ou $p = \frac{1}{3}$ ou $p \in \mathbb{Z}$. Fonctions exponentielles. Fonctions logarithmes. Caractéristiques graphiques de ces fonctions.	On montre les liens graphiques au sein des différentes familles de fonctions. Par exemple, - les fonctions de type $f(x) = x^n$ pour des exposants de même parité (n dans $\mathbb{N}_0$) ; - les fonctions de type $f(x) = \frac{1}{x^n}$ pour des exposants de même parité (n dans $\mathbb{N}_0$) ; - les fonctions $f(x) = a^x$ pour différentes bases ; - les fonctions $f(x) = \log_a x$ pour différentes bases. L'élève compare et reconnait les différentes croissances des fonctions exponentielles, logarithmes et puissances.
Équations du type $a^x = b,\ x^p = b$.	On résout des équations simples nécessitant l'usage d'un logarithme. Les équations sont l'occasion de réactiver le vocabulaire et les notations introduites au 2e degré.
Échelles logarithmique et semi-logarithmique.	La construction et l'utilisation d'une échelle logarithmique ou semi-logarithmique permettent d'évoquer l'histoire des techniques de calcul et de montrer le rôle des logarithmes avant l'apparition des calculatrices.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Identifier, parmi un ensemble de suites données, celles qui sont arithmétiques et celles qui sont géométriques.
- Associer à une situation donnée le modèle de croissance correspondant.
- Expliquer en situation le vocabulaire lié au calcul d'intérêt.
- Comparer les croissances des fonctions exponentielles, logarithmes et puissances sur $\mathbb{R}_0^+$.

APPLIQUER

- Calculer un terme, la raison, la somme des termes d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique.
- Associer tableaux de nombres, graphiques, expressions analytiques d'une fonction issus de contextes variés.
- Résoudre une équation.
- Prévoir l'évolution d'un capital.
- Extraire des informations d'un graphique en coordonnées logarithmique ou semi-logarithmique.

TRANSFÉRER

- Établir la formule qui relie deux variables dans une situation simple.
- Choisir une échelle pertinente et représenter les données d'un problème.
- Répondre à des questions inhérentes à une situation en utilisant un graphique, un tableau de nombres ou une formule.
- Résoudre un problème qui nécessite la résolution d'une équation exponentielle.
- Résoudre un problème à l'aide d'une fonction logarithme ou exponentielle.

UAA 2. Statistique à deux variables

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

UTILISER UN AJUSTEMENT LINÉAIRE POUR EXPLOITER UNE SÉRIE STATISTIQUE À DEUX VARIABLES.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Développer l'esprit critique.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 3^e année, dans le cadre de l'étude de la fonction du premier degré, l'élève rencontre pour la première fois un outil de la statistique à deux variables : au départ d'un nuage de points qui s'y prête, il trace à vue une droite qui approxime ce nuage et il en écrit l'équation.

En 4^e année, l'élève calcule des valeurs centrales et les indices de dispersion.

OÙ VA-T-ON ?

Les méthodes d'ajustement linéaire et la notion de coefficient de corrélation permettent de caractériser le lien entre deux variables. L'objectif principal est d'initier les élèves aux modes de pensée qui régissent de tels ajustements.

Au-delà du calcul, l'élève développe son esprit critique. Il apprend à traiter, interpréter et communiquer de l'information.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Représentation d'une série statistique à deux variables. Ajustement linéaire : - méthode de Mayer ; - méthode des moindres carrés (sans démonstration) ; - coefficient de corrélation linéaire. Distinction entre causalité et corrélation.	Les calculs doivent toujours être guidés par le souci de répondre à une question, d'opérer des comparaisons à propos d'une situation aussi proche que possible de la réalité. La présentation des résultats, ainsi que leur pertinence sera examinée avec soin dans le cadre de la question traitée. Les calculatrices et/ou les logiciels appropriés évitent des calculs fastidieux. Pour obtenir une droite de Mayer, l'élève réalise une partition de la série statistique à deux variables en deux sous-séries, et il trace la droite passant par le point moyen de chaque sous-série. Les formules relatives aux paramètres a et b de la droite de régression $y = ax + b$ ne sont pas démontrées. Elles sont commentées à partir d'un exemple en montrant leur lien avec la minimalisation de la somme des carrés des écarts verticaux. La pertinence de l'ajustement linéaire est mesurée en calculant le coefficient de corrélation linéaire. On montre sur des exemples pertinents que deux évènements peuvent être corrélés sans pour autant avoir des rapports de cause à effet.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Expliquer l'intérêt d'un ajustement linéaire.
- Expliquer à l'aide d'un exemple la différence entre causalité et corrélation.

APPLIQUER

- Déterminer l'équation d'une droite de Mayer et la tracer.
- Représenter une série statistique à deux variables et tracer une droite d'ajustement.
- Extraire des informations d'un ajustement (interpolation, extrapolation).
- Déterminer l'équation d'une droite de régression et son coefficient de corrélation en utilisant l'outil informatique.

TRANSFÉRER

- Commenter la pertinence et les limites d'un ajustement linéaire.

UAA 3. Probabilité

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

EXPLOITER LE CALCUL DES PROBABILITÉS POUR ANALYSER UN PHÉNOMÈNE ALÉATOIRE DE LA VIE COURANTE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- S'aider d'un schéma pour éclairer une situation.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les ressources installées.
- Développer l'esprit critique.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1er degré, les élèves apprennent à représenter des ensembles de données par des diagrammes. Ils manipulent des rapports et calculent des pourcentages.

Au 2e degré, les élèves étudient les effectifs et les fréquences cumulées ou non. Ils calculent des valeurs centrales et des indices de dispersion dans le cadre des statistiques.

OÙ VA-T-ON ?

En réalisant un grand nombre d'expériences et en examinant les tableaux de résultats, la probabilité apparait d'elle-même comme une stabilisation de la fréquence.

Les réponses apportées par la probabilité aux questions sociales, économiques, techniques, ainsi qu'aux problèmes se rapportant aux jeux développent l'esprit critique et participent à l'éducation citoyenne.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Approche empirique de la probabilité à partir de fréquences statistiques.	Le recours à l'outil informatique complète les expérimentations pratiques pour travailler sur un plus grand nombre de données.
Catégorie d'épreuves, évènement. Évènements équiprobables. Probabilité d'un évènement. Probabilité conditionnelle. Outils d'appropriation et de calcul de probabilités (par exemple, arbre, diagramme de Venn, simulation, tableau, …).	Les diagrammes en arbre ou de Venn sont des méthodes de dénombrement qui permettent de résoudre la plupart des problèmes élémentaires. Le recours aux formules de combinatoire n'est pas requis.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Interpréter une probabilité en termes de résultats d'une statistique.

APPLIQUER

- Conjecturer une probabilité à partir d'une expérience aléatoire ou d'une simulation.
- Calculer une probabilité dans une situation d'équiprobabilité.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème à caractère probabiliste.

UAA 4. Lois de probabilité

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

RÉSOUDRE UN PROBLÈME EN UTILISANT LES LOIS DE PROBABILITÉ.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- S'aider d'un schéma pour éclairer une situation.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les ressources installées.
- Développer l'esprit critique.

D'OÙ VIENT-ON ?

En réalisant un grand nombre d'expériences et en examinant les tableaux de résultats, la probabilité est introduite comme une stabilisation de la fréquence.

L'élève calcule des probabilités dans des situations élémentaires (UAA 3).

OÙ VA-T-ON ?

Les réponses apportées par la probabilité aux questions sociales, économiques, techniques, ainsi qu'aux problèmes se rapportant aux jeux développent l'esprit critique et participent à l'éducation citoyenne.

RESSOURCES

Variable aléatoire suivant une loi uniforme.

- Espérance mathématique et écart-type.

Variable aléatoire suivant une loi binomiale.

- Épreuve et schéma de Bernoulli.
- Coefficients binomiaux.
- Probabilité de k succès dans un schéma de Bernoulli.
- Espérance mathématique et écart-type.

Variable aléatoire suivant une loi normale.

- Espérance mathématique et écart-type.
- Graphique de la distribution de probabilité.

Variable aléatoire suivant une loi de Poisson.

- Espérance mathématique et écart-type.
- Graphique de la distribution de probabilité.

Tables et/ou outil informatique.

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES

Des liens seront établis entre les exemples rencontrés en calcul des probabilités élémentaires (UAA 3), et les lois de probabilité à découvrir.
Les formules relatives à l'espérance mathématique et à l'écart-type ne sont démontrées que dans le cadre d'une loi uniforme. Pour les autres lois, les formules sont commentées à partir d'exemples concrets.
Les calculs doivent toujours être guidés par le souci de répondre à une question, d'opérer des comparaisons à propos d'une situation aussi proche que possible de la réalité. La présentation des résultats, ainsi que leur pertinence sera examinée avec soin dans le cadre de la question traitée.
Quelques expériences réalisées à l'aide d'un outil informatique permettent de simuler une variable aléatoire suivant l'une ou l'autre loi.
À partir d'un problème, on montre le lien entre la loi binomiale et les lois normale ou de Poisson.
Les calculatrices et/ou les logiciels appropriés évitent des calculs fastidieux.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Associer une loi de probabilité à un contexte donné et identifier ses paramètres.
- Interpréter graphiquement une probabilité dans le cadre de la loi normale.

APPLIQUER

- Calculer une probabilité dans un contexte qui requiert l'usage d'une loi de probabilité.
- Déterminer un ensemble de valeurs en utilisant la lecture inverse de la loi normale.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une loi de probabilité.

UAA 5. Comportement asymptotique

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

ARTICULER REPRÉSENTATION GRAPHIQUE ET COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE D'UNE FONCTION.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les ressources installées.

D'OÙ VIENT-ON ?

Lors de constructions graphiques de fonctions, les élèves acquièrent les notions de domaine de définition, d'image, de croissance et de décroissance.

Ils observent le comportement asymptotique de $x \to \frac{a}{x}$. Mais les représentations utilisées ne suffisent pas pour acquérir des certitudes sur ce qui se passe en dehors de la fenêtre graphique.

OÙ VA-T-ON ?

On formalise à partir de graphiques le comportement asymptotique de fonctions.

On introduit le calcul de limites pour déterminer les équations des asymptotes de fonctions rationnelles.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Limite à l'infini. Asymptote horizontale et asymptote oblique. Limite infinie en un réel. Asymptote verticale. Calculs de limites utiles à la recherche d'asymptote de fonctions rationnelles.	La notion de limite est introduite à partir du comportement asymptotique du graphique des fonctions. Avant de les calculer par les méthodes classiques, les limites des fonctions peuvent être conjecturées sur base d'expérimentations avec un outil informatique approprié. On fait la synthèse des règles de calcul de limites et des cas d'indétermination effectivement rencontrés dans les exercices courants : - limite infinie en un réel, limite à gauche et limite à droite en lien avec l'équation d'une asymptote verticale ; - limite finie en $+\infty$ et/ou $-\infty$ en lien avec l'équation d'une asymptote horizontale ; - limite infinie en $+\infty$ et/ou $-\infty$ en lien avec l'équation d'une asymptote oblique. La méthode utilisée pour rechercher l'équation d'une asymptote oblique de fonctions rationnelles n'est pas imposée.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Écrire l'équation d'une asymptote à partir de sa représentation graphique.
- Écrire la limite qui traduit un comportement asymptotique d'une fonction à partir de sa représentation graphique.

APPLIQUER

- Écrire, à partir de l'expression analytique d'une fonction, les limites qui apportent des informations sur son graphique.
- Calculer des limites et les traduire graphiquement.
- Traduire en termes de limites les comportements asymptotiques d'une fonction, à partir de son graphique.
- Rechercher les équations des asymptotes au graphique d'une fonction donnée.
- Approcher la valeur d'une fonction en un point à l'aide de son comportement asymptotique.

TRANSFÉRER

- Esquisser le graphique d'une fonction vérifiant certaines conditions sur les limites et les asymptotes.
- Apparier des graphiques et des informations sur les limites et les asymptotes d'une fonction.
- Établir l'expression analytique d'une fonction qui admet une ou plusieurs asymptotes données.

UAA 6. Dérivée

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

LIER LES CONCEPTS DE TANGENTE, DE TAUX D'ACCROISSEMENT, DE CROISSANCE À L'OUTIL « DÉRIVÉE ».

RÉSOUDRE UN PROBLÈME D'OPTIMISATION DANS DES CONTEXTES DIVERS.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Développer différentes stratégies d'optimisation.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les ressources installées.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1er degré, les élèves factorisent par mise en évidence et en utilisant des produits remarquables.

En 3e année, les élèves observent graphiquement la croissance, la décroissance et les extrémums d'une fonction.

Ils étudient la fonction du premier degré et le rôle de ses paramètres.

En 5e année, les élèves découvrent la notation d'exposants fractionnaires ($\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$).

Le calcul de limites leur permet de déterminer les équations des asymptotes.

OÙ VA-T-ON ?

Dans le cadre du calcul du nombre dérivé, la notion de limite est étendue aux limites réelles en un réel.

Les élèves répondent à des questions qui les conduisent à étudier algébriquement la croissance sur un intervalle et à calculer un extrémum.

En construisant une tangente, ils approchent localement le graphique d'une fonction au moyen d'une droite.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Taux d'accroissement. Nombre dérivé. Tangente en un point du graphique d'une fonction. Fonction dérivée.	On introduit la notion de dérivée à partir du calcul d'un taux d'accroissement instantané qui peut trouver sa justification : - dans une interprétation géométrique : la pente de la tangente ; - dans un problème de cinématique : la vitesse instantanée. L'indétermination « $\frac{0}{0}$ » est rencontrée pour la première fois dans l'application de la définition du nombre dérivé. La fonction dérivée est introduite à partir du concept de nombre dérivé.
Dérivée de $x \rightarrow k$, $x \rightarrow x^p$ $(p \in \mathbb{Z})$, $x \rightarrow \sqrt{x}$. Formules de dérivation (somme, produit, quotient, composée).	La formule de la dérivée de la fonction $x \rightarrow x^2$ est conjecturée et démontrée. Les formules donnant la dérivée de la somme, du produit, du quotient et de la composée de deux fonctions dérivables sont admises. Elles sont exploitées dans des exemples simples. Les formules de dérivation des fonctions $x \rightarrow \sin x$, $x \rightarrow \cos x$, $x \rightarrow \tan x$, $x \rightarrow a^x$ et $x \rightarrow \log_a x$ peuvent être énoncées et utilisées si elles se révèlent utiles dans des cours de l'option des élèves. Mais celles-ci ne peuvent pas faire l'objet d'évaluation certificative.
Liens entre la dérivée première et la croissance d'une fonction. Extrémum local.	Le type de croissance d'un phénomène, ainsi que l'existence d'extrémums peuvent être déduits du graphique ou du tableau de signes de la fonction dérivée première. On montre les liens entre le graphique d'une fonction et celui de sa fonction dérivée (en s'aidant éventuellement d'un outil informatique pour les représenter dans un même repère). L'étude de la dérivée seconde et de ses propriétés en lien avec la concavité n'est pas au programme.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Interpréter graphiquement la définition du nombre dérivé.
- Associer le comportement d'une fonction au signe de sa dérivée première.

APPLIQUER

- Calculer la dérivée d'une fonction.
- Tracer la tangente en un point du graphique d'une fonction.
- Rechercher les extrémums d'une fonction.

TRANSFÉRER

- Distinguer, entre deux graphiques donnés, celui de la fonction et celui de sa dérivée première.
- Apparier des graphiques de fonctions et ceux de leur dérivée première.
- Esquisser localement l'allure du graphique d'une fonction à partir d'informations sur sa dérivée première.
- Résoudre un problème relatif au comportement local d'une fonction.
- Résoudre un problème d'optimisation.

UAA 7. Trigonométrie

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

RÉSOUDRE UN PROBLÈME EN UTILISANT DES OUTILS TRIGONOMÉTRIQUES.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Vérifier la plausibilité d'un résultat.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés.
- Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans différentes cultures.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 3e année, la notion de proportionnalité a été utilisée pour caractériser une nouvelle famille de figures : les triangles rectangles semblables.

Les sinus, cosinus et tangente de l'angle aigu sont définis comme rapports de longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle.

OÙ VA-T-ON ?

La résolution de triangles quelconques fait apparaitre des nombres trigonométriques d'angles dont l'amplitude est comprise entre 0° et 180°. L'exploration du cercle trigonométrique permet une visualisation des nombres trigonométriques de ces angles.

La calculatrice est un outil indispensable.

RESSOURCES

Définition des sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le cercle trigonométrique.

Relations principales $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

Relation des sinus.

Théorème d'AL KASHI.

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES

Les définitions des nombres trigonométriques sont étendues à des angles dont l'amplitude est comprise entre 90° et 180° en les situant dans le cercle trigonométrique.

La relation des sinus (ou règle des sinus), le théorème d'AL KASHI (ou règle des cosinus) dans un triangle quelconque se construisent en considérant les triangles rectangles obtenus en traçant des hauteurs du triangle initial.

Dans le cadre de la détermination d'un triangle quelconque dont on connait deux côtés et l'angle opposé à l'un de ces côtés, trois cas sont possibles : pas de solution, une solution ou deux solutions distinctes.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Représenter sur le cercle trigonométrique le point correspondant à un angle donné, ainsi que ses nombres trigonométriques.
- Interpréter géométriquement les relations principales.

APPLIQUER

- Calculer l'amplitude d'un angle d'un triangle avec une calculatrice.
- Calculer la longueur d'un côté d'un triangle avec une calculatrice.

TRANSFÉRER

- Utiliser les relations trigonométriques dans une application concrète.
- Calculer une distance inaccessible dans le plan ou dans l'espace.

UAA 8. Fonctions trigonométriques

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

RELIER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE À CELLE DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN RÉEL.

MODÉLISER ET RÉSOUDRE UN PROBLÈME À L'AIDE DE FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés.
- Reconnaitre des phénomènes naturels périodiques.

D'OÙ VIENT-ON ?

L'UAA « trigonométrie » concerne la résolution de triangles : celle-ci fait apparaitre des nombres trigonométriques d'angles, dont l'amplitude est comprise entre 0° et 180°.

OÙ VA-T-ON ?

La définition du cercle trigonométrique et la mesure des angles orientés permettent de définir des fonctions trigonométriques. Celles-ci jouent un grand rôle dans l'étude des phénomènes naturels périodiques.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Nombre π. Angle, arc de cercle, secteur circulaire. Radian. Angle orienté.	Le nombre π peut être approché à partir d'un encadrement formé de périmètres de polygones réguliers inscrits et circonscrits à un cercle (méthode d'Archimède). La correspondance entre un angle et un arc est précisée lors de calculs de longueurs d'arcs et d'aires de secteurs. On utilise les fractions usuelles du nombre π lors des conversions degré-radian d'angles remarquables. Pour les autres cas, on utilise les touches de conversion de la calculatrice.
Fonctions trigonométriques de référence $x \to \sin x$, $x \to \cos x$, $x \to \tan x$. Transformée d'une fonction trigonométrique de référence en lien avec - une symétrie orthogonale ; - une translation ; - une affinité. Fonction trigonométrique $x \to a\sin(bx + c)$. Amplitude, période, déphasage.	En se limitant à des valeurs simples de a, b et c, on montre que les transformations $a\sin x$, $\sin bx$ et $\sin(x + c)$ engendrent des fonctions dont les graphiques conservent certaines propriétés de celui de la fonction $x \to \sin x$ initiale. Lorsque la fonction $x \to a\sin(bx + c)$ représente une oscillation harmonique, on associe le paramètre a à l'amplitude maximale, b à la pulsation et c à la phase initiale. La période p se déduit de la pulsation par la relation $p = \frac{2\pi}{b}$. La fréquence est l'inverse de la période. Le déphasage t se déduit de la pulsation et de la phase initiale par la relation $t = \frac{-c}{b}$.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Associer graphiquement les nombres trigonométriques d'un angle et les images d'un réel par une fonction trigonométrique.
- Représenter graphiquement les fonctions trigonométriques.
- Interpréter le rôle des paramètres a, b et c de la fonction $x \to a\sin(bx + c)$.

APPLIQUER

- Calculer une amplitude d'angle, une longueur d'arc de cercle et une aire de secteur circulaire.
- Trouver l'expression analytique d'une transformée simple d'une fonction trigonométrique de référence à partir de son graphique.
- Résoudre des équations du type $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$ en utilisant la calculatrice, le cercle trigonométrique et les fonctions trigonométriques.
- Résoudre graphiquement et/ou algébriquement une équation trigonométrique du type $a\sin(bx + c) = k$.
- Déterminer l'amplitude, la période, le déphasage et les extrémums d'une fonction trigonométrique.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème qui requiert l'utilisation d'une fonction trigonométrique.

UAA 9. Intégrale

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

RÉSOUDRE UN PROBLÈME À L'AIDE DU CALCUL INTÉGRAL.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés.
- Vérifier la plausibilité d'un résultat.
- Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 2e degré, le travail sur les formules de périmètre, d'aire et de volume fournit une occasion de transformer des expressions littérales. Les élèves identifient et choisissent les unités de mesure pertinentes.

En 5e année, la dérivation est introduite et certaines formules sont exercées.

OÙ VA-T-ON ?

L'encadrement d'une grandeur par une somme de produits élémentaires mène au concept d'intégrale définie qui permet le calcul d'aires et de volumes.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Encadrement d'une aire, d'un volume. Intégrale définie. Théorème fondamental. Primitives.	L'élève procède à des encadrements graphiques et numériques pour approximer des aires sous une courbe. Le recours à l'outil informatique permet de donner l'intuition de la convergence. On montre le lien entre les concepts d'intégrale définie et de primitive, interprétant ainsi le théorème fondamental, par exemple le lien entre la vitesse et l'espace parcouru.
Primitivation de fonctions du type $x \to f(ax + b)$. Primitivation par décomposition. Aire d'une surface plane. Volume d'un solide de révolution.	On se limite à des cas simples d'intégration. Les formules de primitives correspondent aux formules de dérivées vues en 5^{e} année. Dans le calcul du volume d'un solide de révolution, l'axe de rotation sera l'axe des abscisses.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Illustrer graphiquement et justifier la formule du calcul d'une aire.
- Illustrer graphiquement et justifier la formule du calcul d'un volume de révolution.
- Écrire les intégrales qui permettent de calculer l'aire d'une zone sélectionnée sur un graphique.

APPLIQUER

- Approximer une aire par une somme d'aires élémentaires à l'aide d'un outil informatique.
- Vérifier qu'une fonction donnée est la primitive d'une autre.
- Déterminer une primitive.
- Calculer une intégrale définie.
- Calculer une aire, un volume de solide de révolution.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème en utilisant le calcul intégral.

UAA 10. Algèbre financière

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

RÉSOUDRE UN PROBLÈME D'ALGÈBRE FINANCIÈRE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Mobiliser dans d'autres disciplines et dans le quotidien les concepts installés.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 5e année, les suites arithmétiques et géométriques permettent d'aborder l'un ou l'autre problème de calcul d'intérêts simples et composés.

OÙ VA-T-ON ?

On familiarise l'élève au problème du remboursement ou de la constitution d'un capital.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Valeur acquise et actualisation. Annuité, amortissement.	Des problèmes simples doivent conduire à établir les différentes procédures de calcul des annuités de remboursement et des annuités de placement. En construisant un tableau décrivant l'évolution d'un capital, on distingue la capitalisation de l'actualisation. Le tableau d'amortissement d'un crédit indique la répartition entre le capital, les intérêts et le capital restant dû après chaque échéance d'un prêt. L'usage de tableur permet une systématisation des calculs et une présentation adéquate. Le calcul des taux équivalents et en particulier du TAEG (taux annuel effectif global) est un outil incontournable pour comprendre le crédit à la consommation. Les élèves peuvent disposer d'un formulaire.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Illustrer en contexte les formules d'algèbre financière.

APPLIQUER

- Construire un tableau d'amortissement.
- Construire un tableau décrivant l'évolution d'un capital.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème nécessitant le calcul d'annuités.

UAA 11. Système d’équations linéaires

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

RÉSOUDRE UN PROBLÈME SE RAMENANT À UN SYSTÈME D’ÉQUATIONS LINÉAIRES.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l’outil informatique.
- Mobiliser dans d’autres disciplines les concepts installés.

D’OÙ VIENT-ON ?

En 3e année, l’élève recherche graphiquement l'intersection de courbes. Il détermine aussi algébriquement l’intersection des graphiques de deux fonctions du premier degré.

OÙ VA-T-ON ?

La méthode de GAUSS est introduite pour résoudre des systèmes de deux ou trois équations du premier degré. De tels systèmes interviennent souvent dans la résolution de problèmes techniques.

RESSOURCES

Système de 2 équations du premier degré à 2 inconnues.

Système de 3 équations du premier degré à 3 inconnues.

Méthode de GAUSS.

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES

La méthode de GAUSS (ou d'échelonnement ou du pivot) convient pour résoudre tous les systèmes. Elle « automatise » les méthodes de substitution ou de combinaison linéaire.

Il n'est pas requis d'aborder des discussions de paramètres dans les systèmes.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Reconnaitre un système impossible, un système indéterminé.

APPLIQUER

- Résoudre un système.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème se ramenant à la résolution d'un système.

UAA 12. Programmation linéaire

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

RÉSOUDRE UN PROBLÈME DE PROGRAMMATION LINÉAIRE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l'outil informatique.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 3e année, l'élève a recherché la solution d'inéquations du premier degré à une inconnue.

OÙ VA-T-ON ?

L'élève est confronté à des problèmes de gestion de stock ou de ressources. Il minimise ou maximise une fonction de deux variables lorsque celles-ci sont soumises à certaines contraintes.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Inéquation linéaire à deux inconnues. Système d'inéquations linéaires à deux inconnues.	L'inéquation linéaire à deux inconnues a une infinité de solutions : la résolution passe par une représentation graphique et la détermination d'un demi-plan. Un système d'inéquations linéaires à deux inconnues se résout en déterminant une portion de plan : dans certains cas, l'intersection des demi-plans détermine un polygone des contraintes. Résoudre un problème de programmation linéaire, c'est déplacer la fonction à optimiser sur le polygone des contraintes pour déterminer le (ou les) couple(s) solution(s) du problème.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Identifier dans un énoncé les données qui concernent les contraintes et celles qui concernent la fonction à optimiser.

APPLIQUER

- Résoudre graphiquement une inéquation linéaire à deux inconnues.
- Résoudre graphiquement un système d'inéquations linéaires à deux inconnues.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème économique d'optimisation.

UAA 13. Géométrie vectorielle

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

UTILISER L'OUTIL VECTORIEL DANS UNE APPLICATION PRATIQUE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 1re année, les élèves situent des couples dans un repère cartésien et y représentent des ensembles de points. La relation entre les ordonnées et les abscisses est décrite en langage courant, par un tableau ou par un graphique.

En 2e année, ils calculent les coordonnées d'un point-image par une translation ou une symétrie. Ils rencontrent une première approche des projections parallèles en partageant un segment en parties égales par un faisceau de droites parallèles.

Enfin, en 3e année, ils traduisent l'alignement de points au moyen d'une fonction du premier degré.

Par ailleurs, les élèves rencontrent les vecteurs dans le cadre de cours techniques ou scientifiques.

OÙ VA-T-ON ?

L'outil vectoriel est défini et exploité avec ses spécificités mathématiques et en lien avec ce qui est vu au cours de physique. La translation et la rotation sont étudiées suivant les besoins de l'OBG.

RESSOURCES

Vecteur
- Coordonnées (composantes) d'un vecteur.
- Norme d'un vecteur.

Opérations sur les vecteurs.
- Addition.
- Multiplication par un réel.

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES

Le vecteur est associé à un changement de position (translation), à un couple de nombres ou encore à un bipoint (segment orienté). On peut également évoquer le contexte physique pour introduire le point de vue mathématique. On doit, quoi qu'il en soit, souligner les liens entre le vecteur en physique et le vecteur en mathématiques.

L'addition de vecteurs (ou des couples de réels) est interprétée géométriquement. On en déduit les propriétés de l'addition de vecteurs.

Le produit d'un vecteur par un réel est interprété au moyen de faisceaux de droites parallèles. La norme d'un vecteur est reliée à la distance entre deux points et sa définition est interprétée analytiquement.

Les coordonnées polaires peuvent être énoncées et utilisées si elles se révèlent utiles dans des cours de l'option des élèves. Mais celles-ci ne peuvent pas faire l'objet d'évaluation certificative.

Il en va de même pour les rotations, mais seule la rotation de 90° est certifiable.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Reconnaitre, en situation, des vecteurs égaux, des vecteurs colinéaires.
- Expliquer un procédé de construction de la somme de deux vecteurs.

APPLIQUER

- Calculer les coordonnées de la somme de deux vecteurs dans un repère, du produit d'un vecteur par un réel.
- Construire la somme de deux vecteurs, le produit d'un vecteur par un réel.
- Déterminer les coordonnées de l'image d'un point par une translation.
- Déterminer les coordonnées de l'image d'un point par une rotation d'un quart de tour autour de l'origine.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème géométrique en utilisant l'outil vectoriel.

UAA 14. Géométrie dans l’espace

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

VISUALISER DANS L’ESPACE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser l’outil informatique.
- Associer un solide à sa représentation dans le plan et réciproquement (vues coordonnées, perspective cavalière, développement).
- Mobiliser dans d’autres disciplines les concepts installés.

D’OÙ VIENT-ON ?

L’élève associe un solide à ses représentations planes : les développements, les vues coordonnées, les traces et la représentation en perspective cavalière. Ces observations servent de contexte pour parler des points, des droites, des plans, des angles, … et apprendre à les déterminer.

OÙ VA-T-ON ?

L’élève illustre un énoncé ou éclaire une recherche en choisissant selon les circonstances : un schéma à main levée, une construction aux instruments ou une représentation par un logiciel. Une certaine maitrise de la vision de l'espace et une habileté en dessin sont acquises.

Il s'agit de consolider les acquis et de disposer d'un ensemble de définitions et de propriétés permettant de justifier les constructions de sections planes de solides.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Position relative de droites et de plans. - Incidence. - Parallélisme. - Orthogonalité. Section plane d'un solide. *Remarque : on se limitera au parallélépipède rectangle et au tétraèdre.*	L'incidence, le parallélisme et l'orthogonalité sont travaillés aussi bien sur des solides que sur leurs représentations planes. On précise certains éléments de géométrie de l'espace qui interviennent dans les cours de dessin industriel. On établit une synthèse des résultats acquis, d'une part, pour caractériser un plan et une droite (axiomes et définitions) et, d'autre part, pour préciser les positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan (définitions et critères). La réalisation de maquettes de solides sectionnés, ainsi que l'usage de certains logiciels permettant une visualisation dynamique, éclairent la représentation plane des objets de l'espace.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Identifier, sur un solide, les positions relatives d'arêtes, de faces.

APPLIQUER

- Représenter un solide à l'aide d'instruments ou d'un logiciel.
- Conjecturer la nature de la section d'un solide et justifier.

TRANSFÉRER

- Établir la coplanarité de points, de droites.
- Déterminer le plan de section d'un solide donné pour obtenir une figure plane imposée.

UAA 15. Nombres complexes

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

UTILISER L'OUTIL « NOMBRE COMPLEXE » DANS LE CADRE D'UN COURS D'ÉLECTRICITÉ.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés.
- Confronter les notations mathématiques aux notations de l'OBG.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1er degré, l'élève utilise les nombres naturels pour compter, les nombres entiers pour se repérer et les nombres rationnels pour mesurer.

Au 2^{e} degré, il découvre les nombres irrationnels en résolvant des problèmes de géométrie à l'aide du théorème de Pythagore.

OÙ VA-T-ON ?

Découvert au XVII^{e} siècle comme curiosité mathématique, le nombre complexe s'est avéré un outil incontournable pour expliquer certains phénomènes de l'électricité.

Il s'agit d'introduire les notions et les procédures utiles pour ce cours sans dépasser ce cadre.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
Formes algébrique et trigonométrique d'un nombre complexe. Point image d'un nombre complexe. Affixe d'un point du plan de Gauss.	En mathématique, les nombres complexes s'écrivent sous la forme algébrique en utilisant la lettre i , mais pour éviter toute confusion avec l'intensité électrique, l'utilisation de la lettre j est recommandée. La notation de la forme trigonométrique d'un nombre complexe est adaptée aux notations des cours d'électricité. Le module et l'argument principal du nombre complexe sont définis.
Somme de deux nombres complexes. Produit de deux nombres complexes. Inverse d'un nombre complexe.	Les problèmes abordés sont autant que possible issus des cours d'option des élèves. Les procédures de calcul ne doivent pas nécessairement être justifiées ; par contre, elles seront illustrées par des constructions géométriques.

PROCESSUS

CONNAITRE

- Illustrer graphiquement les formes algébrique et trigonométrique d'un nombre complexe.

APPLIQUER

- Convertir un nombre complexe d'une forme à l'autre.
- Effectuer un calcul en utilisant la forme la plus adéquate d'un nombre complexe.

TRANSFÉRER

- Utiliser la forme adéquate d'un nombre complexe pour résoudre un problème lié à l'OBG.

SITUATIONS D’APPRENTISSAGE

Situation 1. Variations de température sur une journée

Niveau

3e année.

Unité d’acquis d’apprentissage

Approche graphique d’une fonction.

Ressources

- Graphique d’une fonction.
- Variables dépendantes et indépendantes.
- Éléments caractéristiques d’une fonction exclusivement à partir de son graphique (domaine et ensemble-image, image d’un réel, signe, zéro(s), croissance-décroissance, maximum-minimum).

Commentaires

Cette activité permet :

- de répondre en langage courant à des questions portant sur une situation concrète, traduite par un graphique ;
- d’introduire le vocabulaire relatif aux éléments caractéristiques d’une fonction ;
- d’introduire l’écriture d’un intervalle de $\mathbb{R}$;
- de construire les tableaux de signes et de variations de la fonction.

Processus

- Verbaliser la dépendance entre deux variables, à partir d’un graphique contextualisé. (C)

(C) Connaitre – (A) Appliquer – (T) Transférer.

À partir de graphiques de fonctions

- Rechercher le domaine, l'ensemble-image et les intersections avec les axes. (A)
- Déterminer les parties de $\mathbb{R}$ où une fonction est positive, négative ou nulle et construire le tableau de signes correspondant. (A)
- Déterminer les parties de $\mathbb{R}$ où une fonction est croissante ou décroissante et construire le tableau de variation correspondant. (A)

Tâche

Les points du graphique ci-dessous indiquent les températures relevées dans une station météorologique du 12 janvier à 6 h du matin au 13 janvier à 6 h du matin. Ils sont reliés par des segments pour permettre l'estimation des températures intermédiaires. On suppose que la température évolue régulièrement entre deux relevés.

1. Quand la température est-elle égale à 0° ?
2. Quand la température est-elle positive ?
3. Quand la température est-elle négative ?
4. Les réponses aux trois questions précédentes peuvent être rassemblées dans un tableau de signes. Compléter le tableau 1.
5. Quand la température est-elle croissante ? Écrire les intervalles correspondants.
6. Quelle est la température maximale ?
7. Quelle est la température minimale ?
8. On peut schématiser le comportement de cette fonction par un tableau qu'on appelle tableau de variation. Compléter le tableau 2.

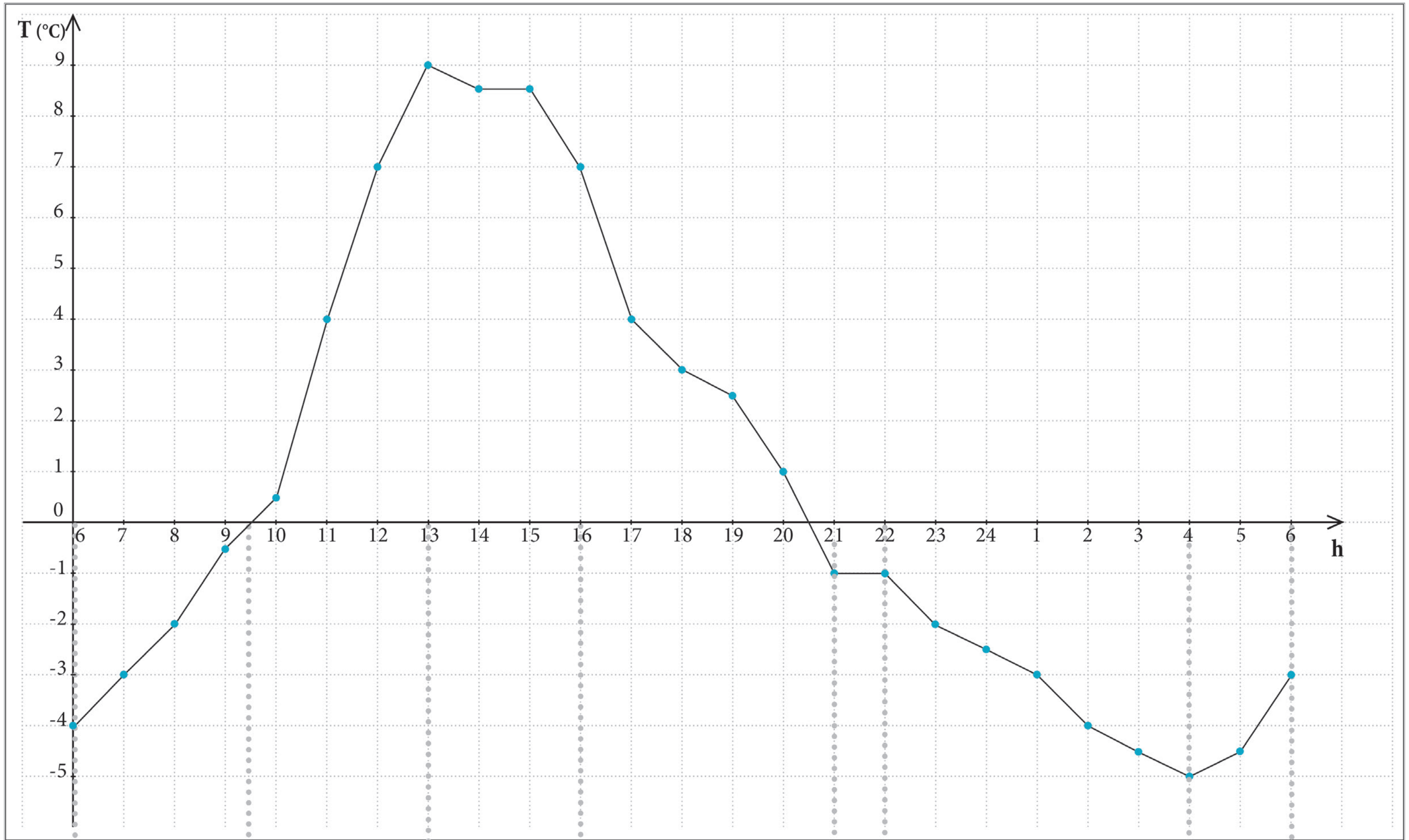


Tableau 1 (signes)

Heure	6 h	9 h 30	16 h	22 h	6 h
Température		0°	+		–

Tableau 2 (variations)

Heure	6 h	13 h	21 h	4 h	6 h
Température					

Conseils méthodologiques

1. Il est conseillé de fournir aux élèves un graphique suffisamment grand (format A4) pour faciliter la lecture.
2. Avant toute formalisation mathématique, il est important de laisser l'élève formuler les réponses en langage courant. C'est l'occasion de faire évoluer l'élève vers plus de rigueur dans le langage courant, l'amenant ensuite à la formulation correcte en langage mathématique.
3. Lors de la construction d'un tableau de signes, il faut conscientiser les élèves aux deux points importants suivants :
   - la première ligne du tableau représente l'axe des abscisses (c'est pour cette raison que nous avons volontairement dessiné le tableau 1 en correspondance avec cet axe) ;
   - il ne faut reprendre dans cette première ligne que les abscisses « stratégiques ».
4. Dans la construction du tableau de variations, l'enseignant utilise les diverses propositions des élèves pour mettre en place un langage commun et un code commun relatif aux variations des fonctions.

Prolongements possibles

1. Sur le graphique donné, on peut demander à l'élève de résoudre des équations et/ou inéquations de type : quand la température a-t-elle dépassé 4° ? Quand est-elle inférieure à $-3°$? Quand est-elle égale à $-4°$?

   Remarque : il est évident qu'une marge d'imprécision peut être discutée et négociée avec les élèves.

2. Proposer le même graphique (relevé de températures du 12 janvier à 6h du matin au 13 janvier à 6 h du matin) pour un pays du sud de l'Europe, et introduire ainsi la comparaison de fonctions.

Situation 2. Classification des fonctions du second degré

Niveau

4e année.

Unité d'acquis d'apprentissage

Le deuxième degré.

Ressources

- Fonction du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c$.
- Caractéristiques de la fonction du deuxième degré (zéro(s), signe, croissance/décroissance et extrémum).
- Caractéristiques d'une parabole d'axe vertical (sommet, axe de symétrie, concavité).

Commentaires

Cette tâche permet :

- d'esquisser la fonction du second degré point par point ;
- d'établir les caractéristiques de la fonction du second degré à partir de l'observation des fonctions esquissées par les élèves (zéro(s), croissance/décroissance, signe, extrémum) ;
- d'établir les caractéristiques d'une parabole d'axe vertical (sommet, axe de symétrie, concavité) ;
- d'établir un classement des fonctions du second degré selon des critères suggérés par les élèves en utilisant les caractéristiques préalablement établies.

Processus

- Construire un graphique à partir d'une formule. (A)
- Rechercher des caractéristiques d'une fonction du second degré. (A)
- Rechercher les caractéristiques d'une parabole d'axe vertical. (A)
- Interpréter graphiquement les solutions d'une équation. (A)

Tâche et conseils méthodologiques

1. Travail individuel : chaque élève représente graphiquement sur une feuille A4 (voir modèle d'une fiche en annexe 1) une ou deux fonction(s) reçue(s) parmi les 20 suivantes.

Ce travail peut aussi être réalisé par les élèves à l'aide d'une calculatrice graphique ou d'un logiciel.

1. $f(x) = x^2 + x - 6$
2. $f(x) = -2x^2 + 5x + 3$
3. $f(x) = x^2 + 3$
4. $f(x) = 2x^2 + x - 3$
5. $f(x) = -x^2 + 2x - 3$
6. $f(x) = x^2 + 2x + 1$
7. $f(x) = x^2 - x + 3$
8. $f(x) = -9x^2 + 6x - 1$
9. $f(x) = -x^2 - 2x - 3$
10. $f(x) = 4x^2 - 20x + 25$
11. $f(x) = -3x^2 - 11x + 4$
12. $f(x) = -x^2 + 4x - 4$
13. $f(x) = -2x^2 + 5x$
14. $f(x) = x^2$
15. $f(x) = -x^2$
16. $f(x) = 2x^2 + x$
17. $f(x) = 4x^2 - 1$
18. $f(x) = 2x^2$
19. $f(x) = \frac{1}{2}x^2$
20. $f(x) = x^2 - 2$

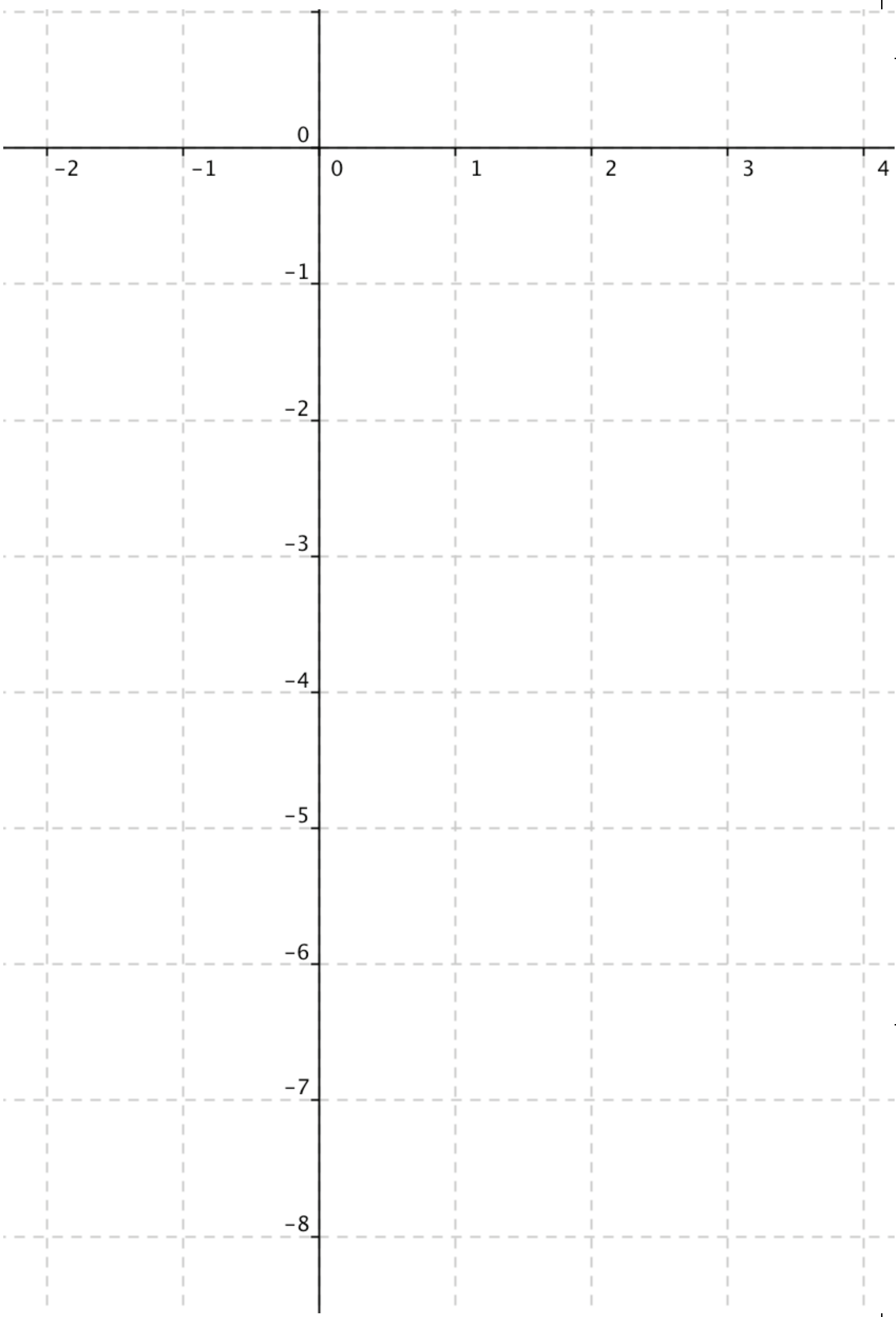
2. L'enseignant distribue le solutionnaire en version informatique à chaque élève, qui vérifie son graphique.
3. L'enseignant récolte toutes les productions et les affiche au tableau.
4. Par groupe de deux, les élèves listent les points communs entre les 20 graphiques.
5. À partir des propositions des groupes, l'enseignant rédige avec les élèves une synthèse sur les **caractéristiques** de la fonction du second degré et de son graphique.
6. Par groupe de deux, les élèves découpent le solutionnaire des 20 graphiques et les classent suivant des **critères** qu'ils se choisissent.
7. À partir des propositions des groupes, l'enseignant rédige avec les élèves une synthèse sur les 6 familles de fonctions du second degré (signe de a et nombre de racines).

Prolongement possible

Établir le tableau de signe d'une fonction du second degré.

Annexe 1

$$f(x) = -x^2 + 2x - 3$$

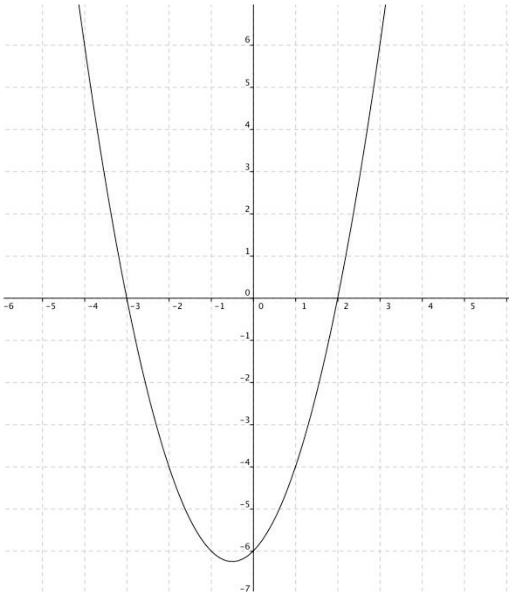


x	$f(x)$
-2	…
-1,5	…
-1	…
-0,5	…
0	…
0,5	…
1	…
1,5	…
2	…
2,5	…
3	…
3,5	…

Annexe 2

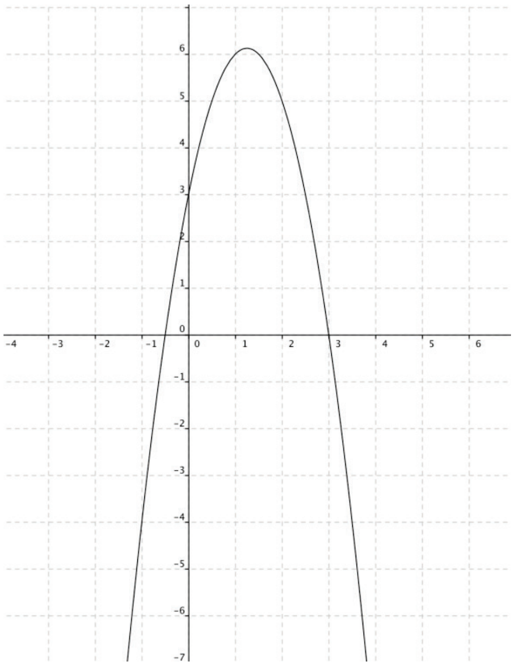
1.

$$f(x) = x^2 + x - 6$$



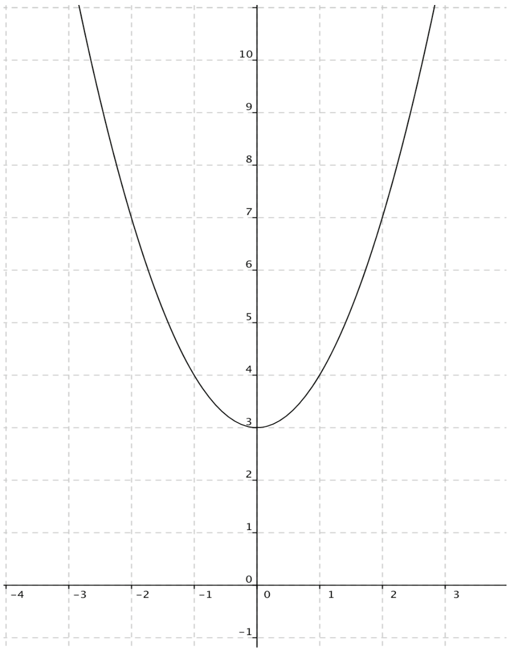
2.

$$f(x) = -2x^2 + 5x + 3$$



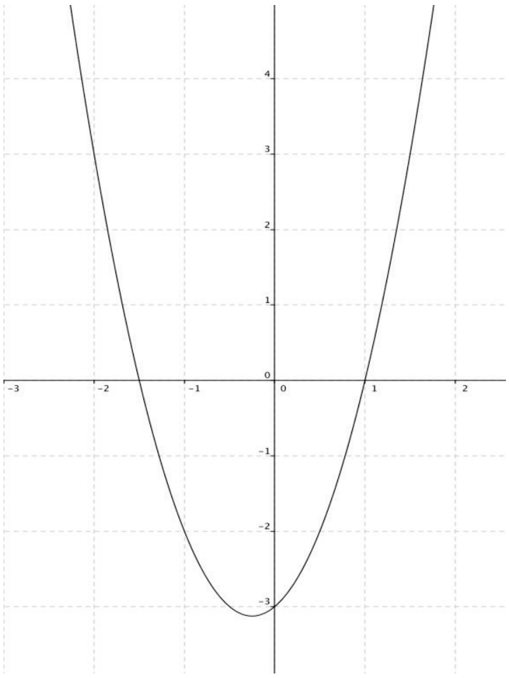
3.

$$f(x) = x^2 + 3$$



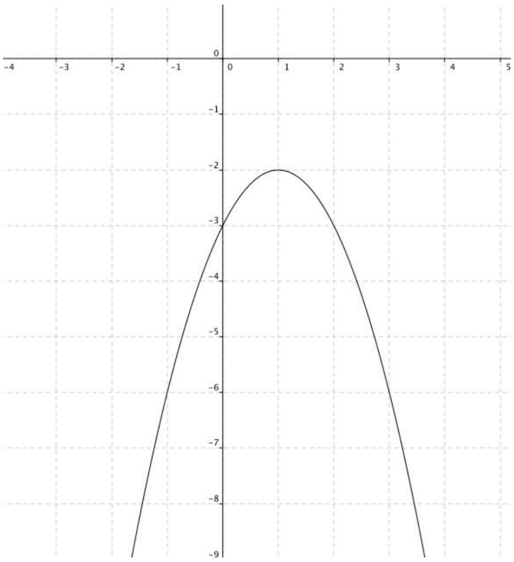
4.

$$f(x) = 2x^2 + x - 3$$



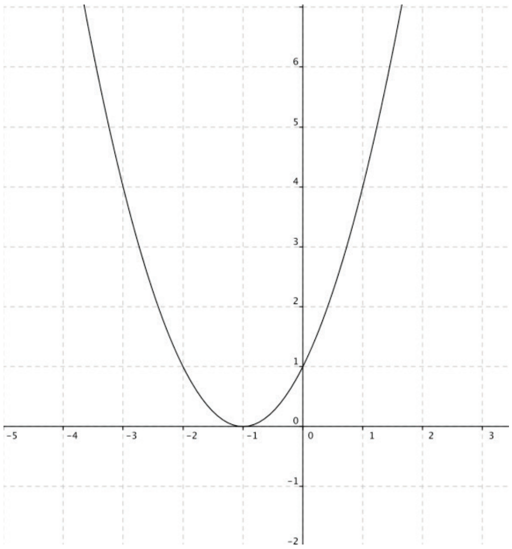
5.

$$f(x) = -x^2 + 2x - 3$$



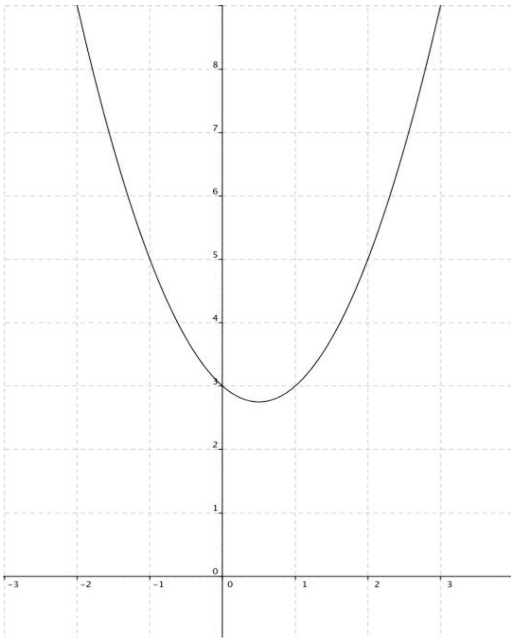
6.

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$



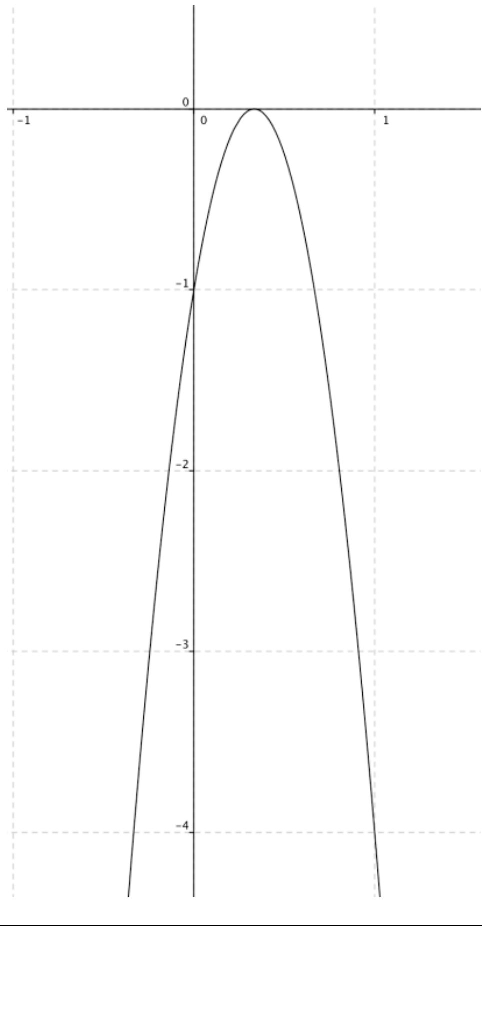
7.

$$f(x) = x^2 - x + 3$$



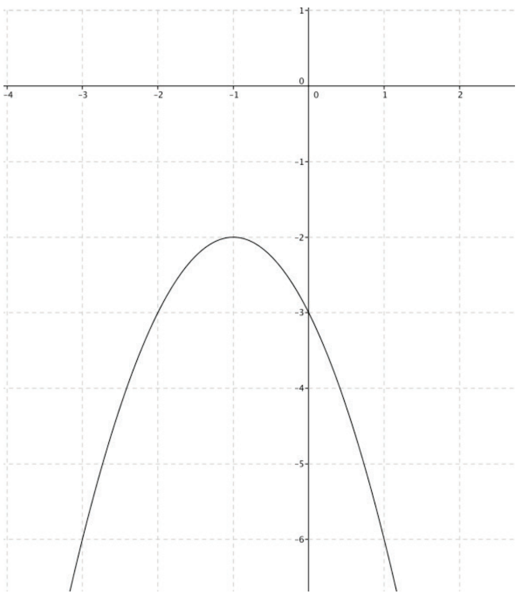
8.

$$f(x) = -9x^2 + 6x - 1$$



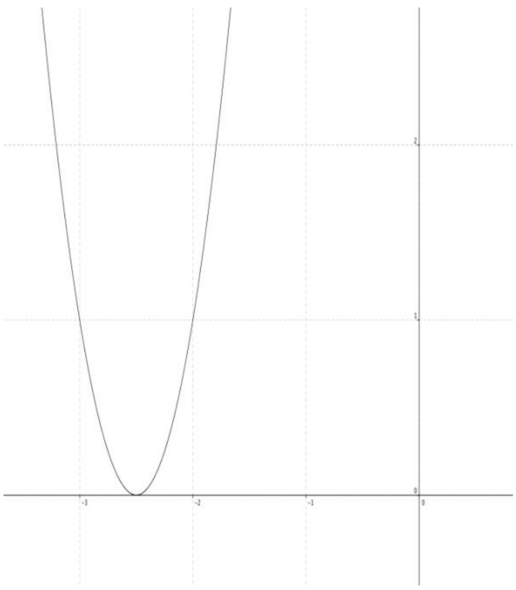
9.

$$f(x) = -x^2 - 2x - 3$$



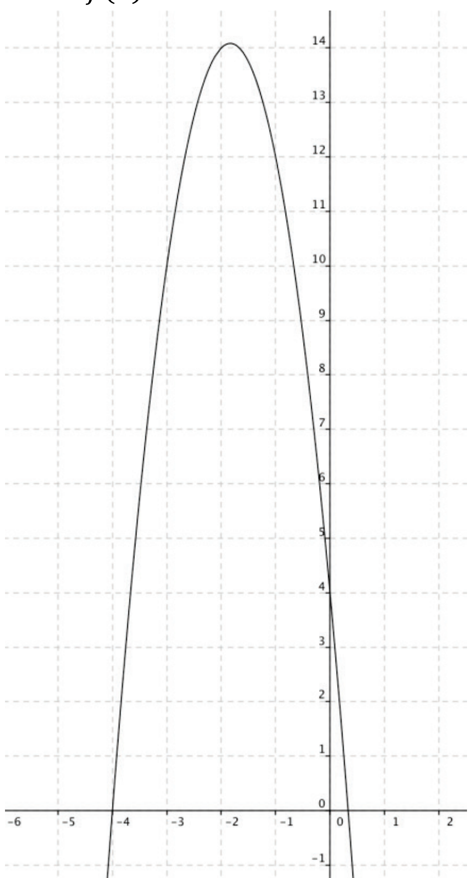
10.

$$f(x) = 4x^2 - 20x + 25$$



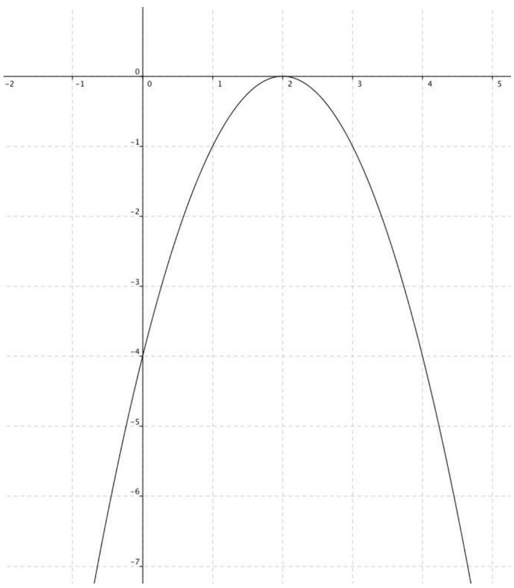
11.

$$f(x) = -3x^2 - 11x + 4$$



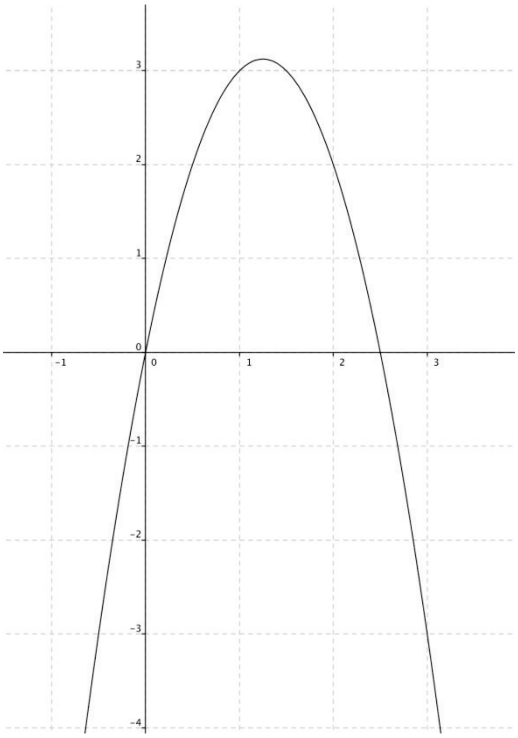
12.

$$f(x) = -x^2 + 4x - 4$$



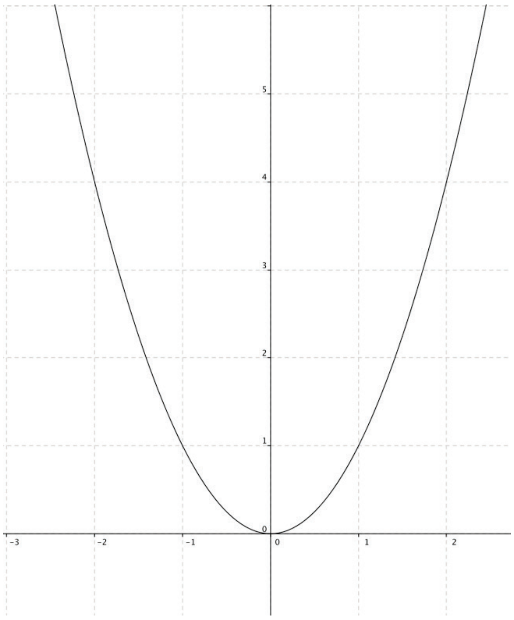
13.

$$f(x) = -2x^2 + 5x$$



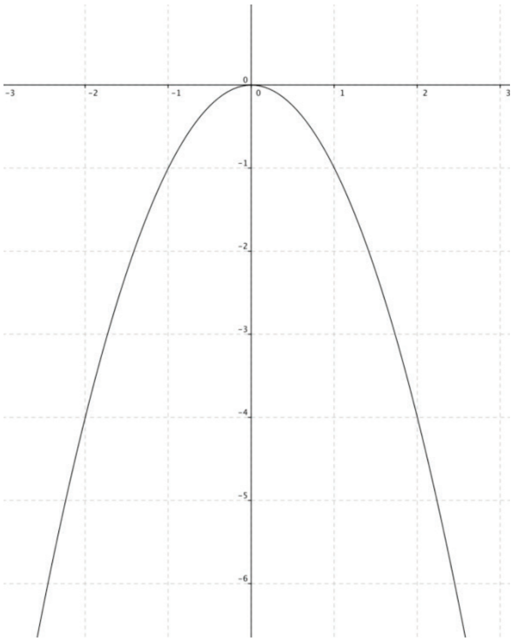
14.

$$f(x) = x^2$$



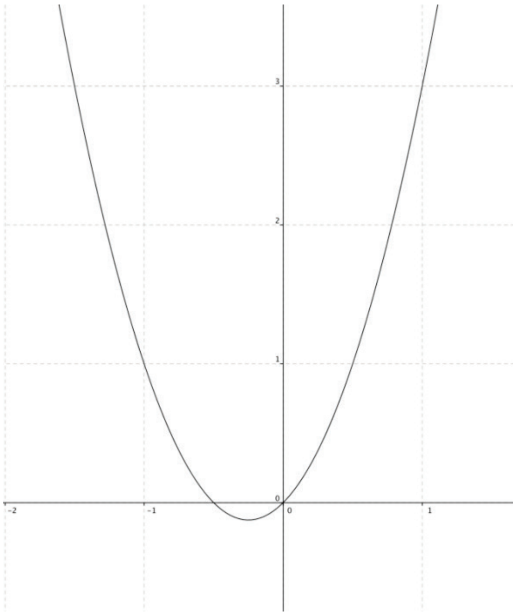
15.

$$f(x) = -x^2$$



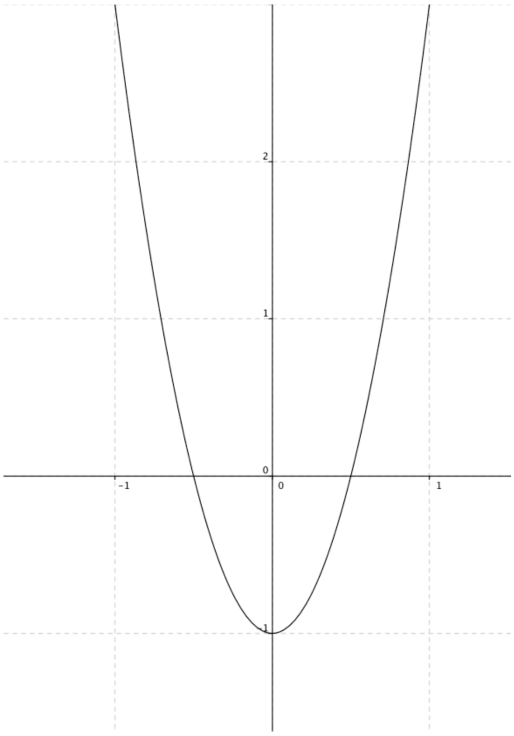
16.

$$f(x) = 2x^2 + x$$



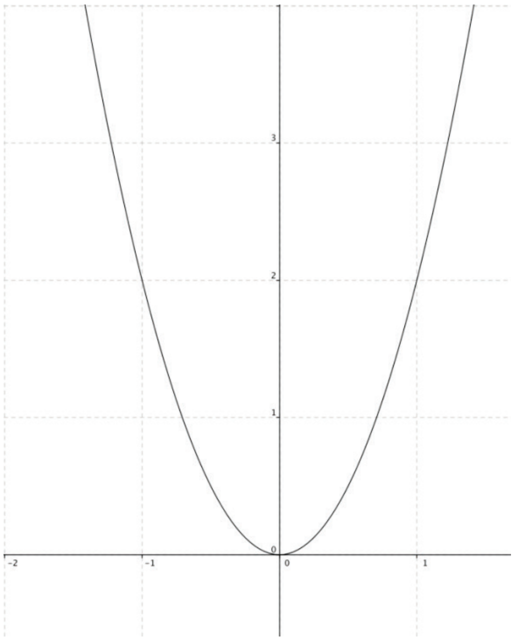
17.

$$f(x) = 4x^2 - 1$$



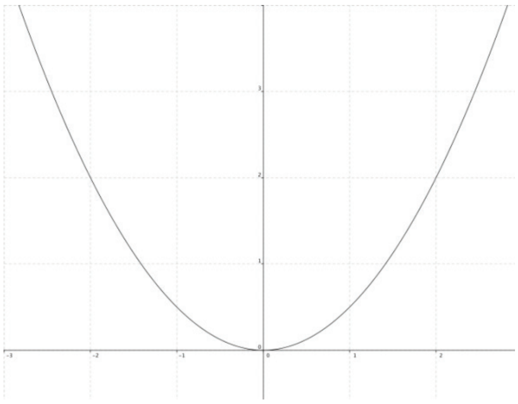
18.

$$f(x) = 2x^2$$



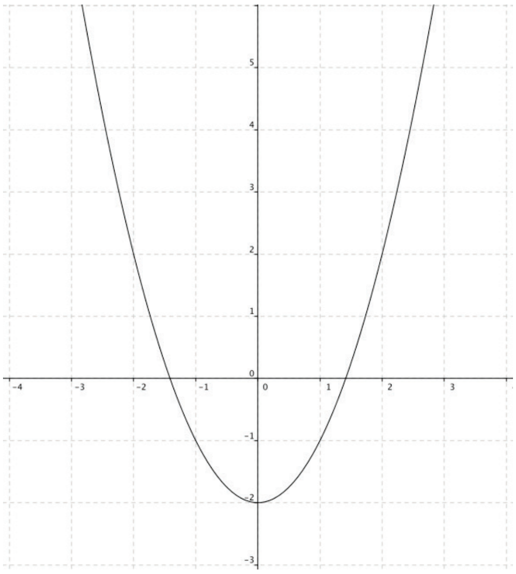
19.

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2$$



20.

$$f(x) = x^2 - 2$$



Situation 3. Modèles de croissance

Niveau

5e année.

Unité d'acquis d'apprentissage

Modèles de croissance.

Ressources

Échelle semi-logarithmique.

Commentaires

Cette activité permet :

- de faire prendre conscience à l'élève des conditions dans lesquelles l'usage d'un repère semi-logarithmique prend du sens ;
- d'amener l'élève à caractériser, en langage courant, ce que l'on appelle un phénomène de « croissance exponentielle » ;
- d'apprendre à lire et à interpréter correctement un graphique ;
- de construire un graphique en choisissant une échelle adéquate (prolongement).

Processus

- Extraire des informations d'un graphique en coordonnées semi-logarithmique. (A)
- Répondre à des questions inhérentes à une situation en utilisant un graphique. (T)
- Choisir une échelle pertinente et représenter les données d'un problème. (T)

Tâche

Après ouverture d'une bouteille de lait stérilisé que l'on place dans un réfrigérateur, on fait, toutes les six heures, des analyses successives de 100 g de celui-ci. Cela permet de mesurer la quantité d'un type de bactéries.

Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Heure	6	12	18	24	30	36
Nombre de bactéries	11	130	$1\,478$	$16\,834$	$191\,751$	$2\,184\,164$

a) Représenter graphiquement l'évolution du nombre de bactéries (y) en fonction des heures qui suivent l'ouverture de la bouteille (x).

Quel est le problème rencontré ? Expliquer.

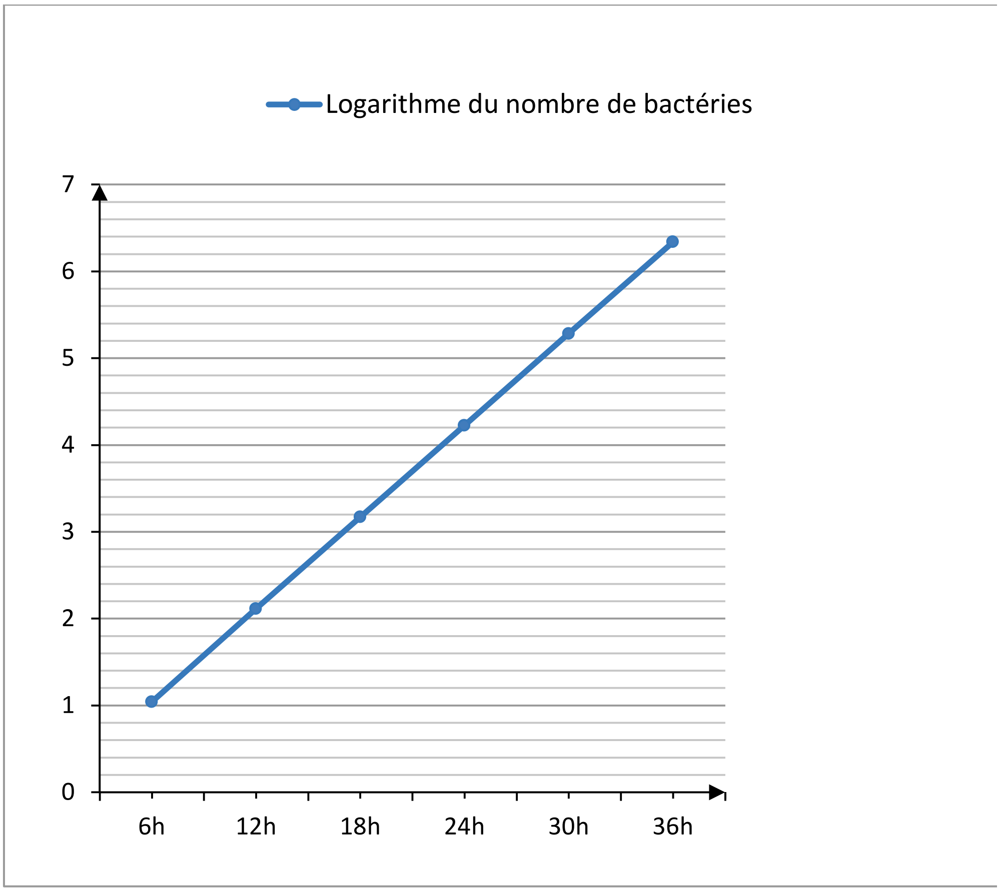
b) Afin de résoudre ce type de problème, nous utilisons, pour situer le nombre de bactéries sur l'axe des ordonnées, une échelle appelée « échelle logarithmique » :

à chaque valeur de x (désignant ici le nombre d'heures écoulées depuis l'ouverture de la bouteille), nous associons le **logarithme du nombre de bactéries**.

Le tableau de valeurs devient :

Heure	6	12	18	24	30	36
Log du nombre de bactéries	1	2,1	3,2	4,2	5,3	6,3

et voici le graphique correspondant :



b.1. Observer ce graphique et le commenter.

b.2. À quelle ordonnée correspond un nombre de bactéries égal à 1 000 000 ?

b.3. Après combien d'heures ce nombre de bactéries est-il atteint ? Indiquer la réponse sur le graphique.

Conseils méthodologiques

1. La première question de la tâche (question a.) doit amener l'élève à **verbaliser**, de lui-même, le problème **d'échelle** qu'il rencontre et qui l'empêche de répondre valablement à la consigne. Il comprendra de manière immédiate l'intérêt de l'échelle semi-logarithmique.

2. Cette première question doit également l'amener à prendre conscience des circonstances dans lesquelles le recours à cet outil peut être utile. Il s'éveillera à ce que l'on appelle communément (et parfois abusivement) « Phénomène de croissance exponentielle ». Sans qu'il n'utilise déjà ce vocabulaire à ce stade, il faudrait néanmoins l'amener à **verbaliser** le problème de **dispersion** entre les valeurs extrêmes, lié à une croissance **de plus en plus rapide**.

3. À partir des **commentaires** reçus des élèves à la question b.1, il serait intéressant de construire avec eux la **synthèse**.

4. Il est évident que l'utilisation de l'outil informatique permettra un gain de temps pour exploiter cette tâche.

Prolongement possible

Construire un graphique à partir d'un tableau de nombres en choisissant une échelle pertinente.

En **1859**, Thomas Austin, un britannique amateur de chasse installé au sud de l'Australie et nostalgique de son pays, importa de Grande-Bretagne **12 couples** de lapins. Or, en Australie, les lapins n'ont pas d'ennemi naturel, et l'on sait qu'ils s'adaptent et se multiplient facilement. Cinquante ans plus tard, **600 millions** de lapins avaient colonisé 60 % du territoire australien à la vitesse moyenne de 110 kilomètres par an : une des pires catastrophes de l'Australie ! Pour tenter de la juguler, on a introduit des prédateurs (des renards), une maladie (la myxomatose), on a construit des milliers de kilomètres de clôtures, etc.

Un biologiste et un mathématicien se sont alors réunis pour essayer d'établir la loi de croissance de la population de lapins. Sur base des hypothèses émises par le biologiste, le mathématicien a modélisé la loi, et les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Année	1869	1879	1889	1899	1909	1919
Nombre de lapins	724	21 873	660 344	19 935 359	601 834 771	18 168 977 317

Représenter graphiquement l'évolution du nombre de lapins présents en Australie entre les années 1869 et 1919.

Utiliser ensuite le graphique pour estimer le nombre de lapins présents en 1929.

GLOSSAIRE

Acquis d’apprentissage (AA)	*Énoncé de ce que l’élève sait, comprend et est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage. Les acquis d'apprentissage sont définis en termes de savoirs, aptitudes et compétences (décret Missions).* *Les acquis d’apprentissage sont définis en termes de compétences, de processus (ou tâches) et de ressources (savoirs, savoir-faire, aptitudes).*
Activité d’apprentissage	*Ensemble d’actions menées par le professeur et réalisées par les élèves. L’objectif est l’acquisition de ressources nouvelles (savoirs, savoir-faire, attitudes, ...).*
Certification d’une formation	*Décision collégiale prise par le conseil de classe ou par un jury. Cette décision est fondée sur l’ensemble des évaluations à valeur certificative (menées conformément au règlement général des études), mais également des informations recueillies par l’équipe éducative.*
Compétence	*Aptitude à mettre en œuvre un ensemble organisé de savoirs, de savoir-faire et d’attitudes permettant d’accomplir un certain nombre de tâches. (art. 5, 1° du décret « Missions »)*
Critère	*Un critère est une qualité attendue de la production, de la prestation de l’élève ou du processus utilisé pour y parvenir. Les critères sont précisés par des indicateurs. Ils seront identiques pour une même famille de situations.*
Évaluation à « valeur certificative »	*Évaluation d’un niveau de maitrise des compétences au sein d’une discipline (ou groupe de disciplines) sur laquelle sera construite soit la décision de l’obtention d’un certificat, soit la décision de passage de classe, d’accès à un nouveau degré ou à une nouvelle phase.*
Évaluation à « valeur formative »	*Évaluation effectuée en cours d'activité et visant à apprécier le progrès accompli par l'élève et à comprendre la nature des difficultés qu'il rencontre lors d'un apprentissage ; elle a pour but d'améliorer, de corriger ou de réajuster le cheminement de l'élève ; elle se fonde en partie sur l'auto-évaluation. (Décret Missions)*
Indicateur	*Élément observable et mesurable qui permet de vérifier si la qualité exprimée dans le critère est rencontrée* *Un indicateur est spécifique à une situation. Il est choisi en tenant compte du fait que l’évaluation pratiquée est située à un moment déterminé dans le parcours de la formation.*
Ressources	*Ensemble des savoirs, savoir-faire, attitudes, … qui seront installés dans diverses activités. Elles seront ensuite mobilisées dans une situation d’intégration.* *Ensemble de savoirs, savoir-faire, attitudes et stratégies qui seront actualisés, découverts, mobilisés au cours de l’unité d’apprentissage et qui s’avèrent incontournables lors de la réalisation de tâches relevant des compétences visées.*
Situation d’apprentissage	*Ensemble de dispositifs au cours desquels un élève va s’approprier de nouvelles ressources (savoirs, savoir-faire, attitudes, …).*