



Curso de Investigación de Operaciones I

Práctica calificada N° 3

Planeamiento Agregado usando Programación Lineal

Integrantes:

Gutierrez Castro, Paul

Especialidad: Ingeniería Industrial

Profesor: Luis Peña

2015

Programación lineal de planes agregados

El plan de demanda agregada de la siguiente empresa está basado en un horizonte de 6 meses, lo que se busca con este problema es encontrar la cantidad necesaria de unidades producidas, trabajadores, horas empleadas (normales y extras), personal contratado, personal despedido, inventario al final de cada mes y por ultimo haya ruan función objetivo que minimice nuestros costos.

Month	Demand Forecast	No. of Working Days
Jan.	1,800	22
Febr.	1,500	19
March	1,100	21
April	900	21
May	1,100	22
June	1,600	20
	Total: 8,000 units	Total: 125 Days

Cost Item	Cost(\$)
Material	\$100 per unit
Inventory Holding	\$5 per unit per month
Marginal Stockout	\$10 per unit per month
Marginal Cost of Subcontracting	\$20 per unit
(Cost of buying less material costs)	
Hiring and Training	\$1000 per worker
Layoff	\$1500 per worker
Regular Labor cost per hour	\$15 per employee per hour
Overtime labor cost per hour	\$20 per employee per hour

Costo total de subcontratación = costo marginal sub. + costo del material

Current Inventory	400 units
Current Workforce	38 workers
Labor hours per unit	5 employee-hours/unit
Regular labor time per employee per day	8 hours
Inventory at the end of each month	25% of coresp. demand

Month	Beg. Inv.	Forc. Dem.	End. Inv.	Prod. Req.
Jan.	400	1,800	450	1,850
Febr.	450	1,500	375	1,425
March	375	1,100	275	1,000
April	275	900	225	850
May	225	1,100	275	1,150
June	275	1,600	400	1,725
Total:				8,000

Producción requerida = Demanda pronosticada + (Inv. Final – Inv. inicial) en el mes t .

Variables de decisión

P_t = Cantidad producida de unidades en el mes t .

Tr_t = Cantidad de trabajadores en el mes t .

HEx_t = Cantidad de horas extras en el mes t .

$TrCn_t$ = Cantidad de trabajadores contratados en el mes t .

$TrDs_t$ = Cantidad de trabajadores despedidos en el mes t .

Sub_t = Cantidad subcontratada de unidades en el mes t .

IF_t = Cantidad de inventario final en el mes t .

Rup_t = Cantidad de unidades no disponibles en el mes t .

DT_t = Dias trabajados en el mes t .

DA_t = Demanda agregada del mes t .

$t \in \{1,2,3,4,5,6\}$

Función objetivo

$$\text{MIN} = \text{cm} * P(t) + 15 * 8 * \text{DT}(t) * \text{Tr}(t) + \text{cs} * \text{HEX}(t) + \text{cc} * \text{TrCn}(t) + \text{cd} * \text{TrDs}(t) + \text{csub} * \text{Sub}(t) + \text{ci} * \text{IF}(t) + \text{cr} * \text{Rup}(t)$$

$$t \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

DA = demanda agregada;

DT = días trabajados por mes;

cm = costos de materiales;

cs = costo de sobretiempo por hora;

cc = costos de contratar y entrenar;

cd = costos de despidos y liquidaciones;

ci = costos de inventario;

cr = costos de ruptura de inventario;

csub = costo total de subcontratación;

I0 = inventario inicial;

Rup0 = ruptura de inventario inicial;

Tr0 = cantidad de trabajadores iniciales;

Restricciones

a) Restricción por demanda.

$$P(1) + I0 + \text{Sub}(1) + \text{Rup}(1) - \text{IF}(1) - \text{Rup0} = \text{DA}(1)$$

$$P(t) + \text{IF}(t-1) + \text{Sub}(t) + \text{Rup}(t) - \text{IF}(t) - \text{Rup}(t-1) = \text{DA}(t)$$

b) Restricción por cantidad de trabajadores.

$$\text{Tr}(1) - \text{Tr0} - \text{TrCn}(1) + \text{TrDs}(1) = 0$$

$$\text{Tr}(t) - \text{Tr}(t-1) - \text{TrCn}(t) + \text{TrDs}(t) = 0$$

c) Restricción por H-H al mes

$$5 * P(t) - 8 * \text{DT}(t) * \text{Tr}(t) - \text{HEX}(t) < 0$$

d) Restricción de inventario final al mes.

$$\text{IF}(t) > 0.25 * \text{DA}(t)$$

e) Restriction de rupture sexto mes.

$$\text{Rup}(6) = 0$$

f) No negatividad y enteros

$$P_t, \text{Tr}_t, \text{HEx}_t, \text{TrCn}_t, \text{TrDs}_t, \text{Sub}_t, \text{IF}_t, \text{Rup}_t, \text{DT}_t, \text{DA}_t \geq 0$$

$P_t, \text{Tr}_t, \text{HEx}_t, \text{TrCn}_t, \text{TrDs}_t, \text{Sub}_t, \text{IF}_t, \text{Rup}_t, \text{DT}_t, \text{DA}_t \rightarrow$ son enteros.

Programación en Lingo

SETS:

meses/1..6/:P,Tr,HEX,TrCn,TrDs,Sub,IF,Rup,DT,DA;

ENDSETS

min=@sum(meses(t):cm*P(t)+15*8*DT(t)*Tr(t)+cs*HEX(t)+cc*TrCn(t)+cd*TrDs(t)+csub*Sub(t)+ci*IF(t)+cr*Rup(t));

DATA:

DA=1800,1500,1100,900,1100,1600; !demanda agregada;

DT=22,19,21,21,22,20; !dias trabajados por mes;

cm=100; !costos de materiales;

cs=20; !costo de sobretiempo por hora;

cc=1000; !costos de contratar y entrenar;

cd=1500; !costos de despidos y liquidaciones;

ci=5; !costos de inventario;

cr=10; !costos de ruptura de inventario;

csub=120; !costo total de subcontratacion;

I0=400; !inventario inicial;

Rup0=0; !ruptura de inventario inicial;

Tr0=38; !cantidad de trabajadores iniciales;

ENDDATA

[rest_demanda_mes1]P(1)+I0+Sub(1)+Rup(1)-IF(1)-Rup0 = DA(1);

@for(meses(t)| t#GT#1:

[rest_demanda_mes]P(t)+IF(t-1)+Sub(t)+Rup(t)-IF(t)-Rup(t-1) = DA(t););

[Rest_cant_trabajadores_mes1]Tr(1)-Tr0-TrCn(1)+TrDs(1)=0;

@for(meses(t)| t#GT#1:

[Rest_cant_trabajadores_mes]Tr(t)-Tr(t-1)-TrCn(t)+TrDs(t) = 0;);

@for(meses(t):

[rest_HH_mes]5*P(t)-8*DT(t)*Tr(t)-HEX(t) < 0;);

@for(meses(t):

[rest_inv_final_mes]IF(t) > 0.25*DA(t););

[res_ruptura_mes6]Rup(6) = 0;

END

Resultado

Objective value: 1027000.
Total solver iterations: 24

Variable	Value	Reduced Cost
CM	100.0000	0.000000
CS	20.00000	0.000000
CC	1000.000	0.000000
CD	1500.000	0.000000
CSUB	120.0000	0.000000
CI	5.000000	0.000000
CR	10.00000	0.000000
IO	400.0000	0.000000
RUP0	0.000000	0.000000
TR0	38.00000	0.000000
P(1)	0.000000	0.000000
P(2)	0.000000	0.000000
P(3)	0.000000	0.000000
P(4)	0.000000	0.000000
P(5)	0.000000	0.000000
P(6)	0.000000	0.000000
TR(1)	0.000000	0.000000
TR(2)	0.000000	1108.000
TR(3)	0.000000	1848.000
TR(4)	0.000000	1848.000
TR(5)	0.000000	1936.000
TR(6)	0.000000	2760.000
HEX(1)	0.000000	16.00000
HEX(2)	0.000000	16.00000
HEX(3)	0.000000	16.00000
HEX(4)	0.000000	16.00000
HEX(5)	0.000000	16.00000
HEX(6)	0.000000	16.00000
TRCN(1)	0.000000	2500.000
TRCN(2)	0.000000	564.0000
TRCN(3)	0.000000	0.000000
TRCN(4)	0.000000	0.000000
TRCN(5)	0.000000	0.000000
TRCN(6)	0.000000	0.000000
TRDS(1)	38.00000	0.000000
TRDS(2)	0.000000	1936.000
TRDS(3)	0.000000	2500.000
TRDS(4)	0.000000	2500.000
TRDS(5)	0.000000	2500.000
TRDS(6)	0.000000	2500.000
SUB(1)	1850.000	0.000000
SUB(2)	1425.000	0.000000
SUB(3)	1000.000	0.000000
SUB(4)	850.0000	0.000000
SUB(5)	1150.000	0.000000
SUB(6)	1725.000	0.000000
IF(1)	450.0000	0.000000
IF(2)	375.0000	0.000000
IF(3)	275.0000	0.000000

IF(4)	225.0000	0.000000
IF(5)	275.0000	0.000000
IF(6)	400.0000	0.000000
RUP(1)	0.000000	10.00000
RUP(2)	0.000000	10.00000
RUP(3)	0.000000	10.00000
RUP(4)	0.000000	10.00000
RUP(5)	0.000000	10.00000
RUP(6)	0.000000	0.000000
DT(1)	22.00000	0.000000
DT(2)	19.00000	0.000000
DT(3)	21.00000	0.000000
DT(4)	21.00000	0.000000
DT(5)	22.00000	0.000000
DT(6)	20.00000	0.000000
DA(1)	1800.000	0.000000
DA(2)	1500.000	0.000000
DA(3)	1100.000	0.000000
DA(4)	900.0000	0.000000
DA(5)	1100.000	0.000000
DA(6)	1600.000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1027000.	-1.000000
REST_DEMANDA_MES1	0.000000	-120.0000
REST_DEMANDA_MES(2)	0.000000	-120.0000
REST_DEMANDA_MES(3)	0.000000	-120.0000
REST_DEMANDA_MES(4)	0.000000	-120.0000
REST_DEMANDA_MES(5)	0.000000	-120.0000
REST_DEMANDA_MES(6)	0.000000	-120.0000
REST_CANT_TRABAJADORES_MES1	0.000000	-1500.000
REST_CANT_TRABAJADORES_MES(2)	0.000000	436.0000
REST_CANT_TRABAJADORES_MES(3)	0.000000	1000.000
REST_CANT_TRABAJADORES_MES(4)	0.000000	1000.000
REST_CANT_TRABAJADORES_MES(5)	0.000000	1000.000
REST_CANT_TRABAJADORES_MES(6)	0.000000	1000.000
REST_HH_MES(1)	0.000000	4.000000
REST_HH_MES(2)	0.000000	4.000000
REST_HH_MES(3)	0.000000	4.000000
REST_HH_MES(4)	0.000000	4.000000
REST_HH_MES(5)	0.000000	4.000000
REST_HH_MES(6)	0.000000	4.000000
REST_INV_FINAL_MES(1)	0.000000	-5.000000
REST_INV_FINAL_MES(2)	0.000000	-5.000000
REST_INV_FINAL_MES(3)	0.000000	-5.000000
REST_INV_FINAL_MES(4)	0.000000	-5.000000
REST_INV_FINAL_MES(5)	0.000000	-5.000000
REST_INV_FINAL_MES(6)	0.000000	-125.0000
RES_RUPTURA_MES6	0.000000	110.0000

Precio
sombra

La solución óptima nos indica que debemos de despedir a todos los trabajadores y optar por la subcontratación del producto en todos los meses, en base a esto nuestra función objetivo nos daría un costo de 1027000 dólares.

Objective Coefficient Ranges			
Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
P(1)	100.0000	16.02273	31.47727
P(2)	100.0000	20.00000	36.44737
P(3)	100.0000	20.00000	55.00000
P(4)	100.0000	20.00000	55.00000
P(5)	100.0000	20.00000	55.00000
P(6)	100.0000	20.00000	80.00000
TR(1)	2640.000	564.0000	1108.000
TR(2)	2280.000	INFINITY	1108.000
TR(3)	2520.000	INFINITY	1848.000
TR(4)	2520.000	INFINITY	1848.000
TR(5)	2640.000	INFINITY	1936.000
TR(6)	2400.000	INFINITY	2760.000
HEX(1)	20.00000	INFINITY	16.00000
HEX(2)	20.00000	INFINITY	16.00000
HEX(3)	20.00000	INFINITY	16.00000
HEX(4)	20.00000	INFINITY	16.00000
HEX(5)	20.00000	INFINITY	16.00000
HEX(6)	20.00000	INFINITY	16.00000
TRCN(1)	1000.000	INFINITY	2500.000
TRCN(2)	1000.000	INFINITY	564.0000
TRCN(3)	1000.000	1108.000	1848.000
TRCN(4)	1000.000	1848.000	1848.000
TRCN(5)	1000.000	1848.000	1936.000
TRCN(6)	1000.000	1936.000	2500.000
TRDS(1)	1500.000	1108.000	564.0000
TRDS(2)	1500.000	INFINITY	1936.000
TRDS(3)	1500.000	INFINITY	2500.000
TRDS(4)	1500.000	INFINITY	2500.000
TRDS(5)	1500.000	INFINITY	2500.000
TRDS(6)	1500.000	INFINITY	2500.000
SUB(1)	120.0000	10.00000	5.000000
SUB(2)	120.0000	5.000000	5.000000
SUB(3)	120.0000	5.000000	5.000000
SUB(4)	120.0000	5.000000	5.000000
SUB(5)	120.0000	5.000000	5.000000
SUB(6)	120.0000	5.000000	10.00000
IF(1)	5.000000	INFINITY	5.000000
IF(2)	5.000000	INFINITY	5.000000
IF(3)	5.000000	INFINITY	5.000000
IF(4)	5.000000	INFINITY	5.000000
IF(5)	5.000000	INFINITY	5.000000
IF(6)	5.000000	INFINITY	125.0000
RUP(1)	10.00000	INFINITY	10.00000
RUP(2)	10.00000	INFINITY	10.00000
RUP(3)	10.00000	INFINITY	10.00000
RUP(4)	10.00000	INFINITY	10.00000
RUP(5)	10.00000	INFINITY	10.00000

Rango de
optimalidad

Righthand Side Ranges				
Row	Current	Allowable	Allowable	
RHS	Increase	Decrease		
REST_DEMANDA_MES1	1400.000	INFINITY	1850.000	
REST_DEMANDA_MES (2)	1500.000	INFINITY	1425.000	
REST_DEMANDA_MES (3)	1100.000	INFINITY	1000.000	
REST_DEMANDA_MES (4)	900.0000	INFINITY	850.0000	
REST_DEMANDA_MES (5)	1100.000	INFINITY	1150.000	
REST_DEMANDA_MES (6)	1600.000	INFINITY	1725.000	
REST_CANT_TRABAJADORES_	38.00000	INFINITY	38.00000	
REST_CANT_TRABAJADORES_	0.0	0.0	38.00000	
REST_CANT_TRABAJADORES_	0.0	0.0	INFINITY	
REST_CANT_TRABAJADORES_	0.0	0.0	INFINITY	
REST_CANT_TRABAJADORES_	0.0	0.0	INFINITY	
REST_CANT_TRABAJADORES_	0.0	0.0	INFINITY	
REST_HH_MES (1)	0.0	9250.000	0.0	
REST_HH_MES (2)	0.0	7125.000	0.0	
REST_HH_MES (3)	0.0	5000.000	0.0	
REST_HH_MES (4)	0.0	4250.000	0.0	
REST_HH_MES (5)	0.0	5750.000	0.0	
REST_HH_MES (6)	0.0	8625.000	0.0	
REST_INV_FINAL_MES (1)	450.0000	1425.000	450.0000	
REST_INV_FINAL_MES (2)	375.0000	1000.000	375.0000	
REST_INV_FINAL_MES (3)	275.0000	850.0000	275.0000	
REST_INV_FINAL_MES (4)	225.0000	1150.000	225.0000	
REST_INV_FINAL_MES (5)	275.0000	1725.000	275.0000	
REST_INV_FINAL_MES (6)	400.0000	INFINITY	400.0000	

Rango
óptimo

Bibliografía

http://www2.isye.gatech.edu/~spyros/courses/IE3102/course_materials.html
(secciones 18,19 y 20)