

Reib-Prüfstand: TestBench 2.0

Dokumentation des Prüfstands zur Identifikation der Reibung in ROPA-KIN-DR-X mittels eines Momentensensors und elektrischen Antriebs.

Teil des Wiki Friction TestBench.

Paul Haacker Festo – Robotics System Design, Dept. BC-DS

> Ruiter Str. 82 D-73734 Esslingen, Germany

E-Mail: phck@festo.com

29. Juli 2022

Inhaltsverzeichnis

	Contents	1
1.	Aufgabenstellung und Anforderungen	1
2.	Auswahl der Komponenten 2.1. TestBench 2.1 2.2. TestBench 2.2	4 4 5
3.	Architektur dSpace-Steuerung	7
4.	Reibungs-Modelle	8
5 .	Identifikation der Modelle	11
6.	Validierung des Modells	14
7.	Modellbasierte Reibkompensation	15
Α.	Beispiel für Anhang	16

1. Aufgabenstellung und Anforderungen

Status Quo Es besteht bereits ein Prüfstand ("TestBench 1.0") zur Identifikation der Reibwerte der pneumatischen Antriebe. Dabei wird mithilfe des VEAE der Druck der Kammern und somit das pneumatische Moment $\tau_{\rm p}$ in einer Kaskade geregelt. In der äußeren Schleife des Regelkreises wird die Position geregelt (Trajectory Tracking Controller TTC), Details siehe [Trapp, 2022]. Somit können bisher die Drucksensoren und der Positionsencoder für Messungen genutzt werden. Wünschenswerte Messgrößen sind die Rotationsgeschwindigkeit \dot{q} und das Reibmoment $\tau_{\rm r}$. Eine statische Reibkennlinie ist der Zusammenhang von Reibmoment und Rotationsgeschwindigkeit $\tau_{\rm r}(\dot{q})$. Anhand der o.g. Messwerte kann dies ermittelt werden: Aus dem Zeitverlauf der Position q(t) wird numerisch die Geschwindigkeit $\dot{q}(t)$ und Beschleunigung $\ddot{q}(t)$ berechnet. Anhand der Bewegungsgleichung

$$J\ddot{q} = \tau_{\rm p} - \tau_{\rm r} \tag{1.1}$$

kann das Reibmoment bei bekanntem Trägheitsmoment J bestimmt werden. Eine Unsicherheit in dieser Vorgehensweise stellt dabei die Berechnung des antreibenden Moments aus den Drucksensordaten dar. In Abbildung 1.1 ist ein Ergebnis der TestBench 1.0 zu sehen.

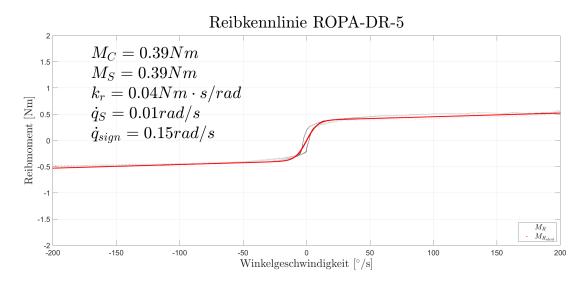


Abbildung 1.1.: Statische Reibkurve.

Aufgabenstellung Konzeptionierung und Aufbau eines neuen Prüfstands ("TestBench 2.0") zur Vermessung der Reibkennwerte der pneumatischen Antriebe, welcher einen

1. Aufgabenstellung und Anforderungen

Momentensensor sowie einen elektrischen Antrieb nutzt. Motivation hierbei ist folgendes:

- Validierung des bisherigen Prüfstandes.
- Vermeidung von Unsicherheiten (Umrechnung der Druckdifferenz zu antreibendem Moment) bei der Bestimmung des antreibenden Moments (durch direkte Messung von diesem).
- Vermessung der Reibung in der Produktion, bevor Positions-Encoder montiert wird.
- Höhere Genauigkeit zur Vermessung von dynamischen Reibmodellen wie dem Bürstenmodell.
- Möglichkeit, Reibkurven für verschiedene Mitteldrücke $p_{\rm m}=(p_2+p_4)/2$ aufzunehmen.

Funktionsweise In Abbildung 1.2 ist der Prüfstand schematisch dargestellt. Hauptkomponenten stellen hierbei die Last, Verbindungselemente wie Flansche und Kupplungen, der Momentensensor und ein elektrischer Motor dar. Die Last ist hier ein pneumatischer Antrieb (ROPA-drive), welcher im Betrieb des Prüfstands als passive Last agiert. Dazu werden die Ventile beider Kammern zur Umgebung geöffnet. Als Messgrößen sollen Abtriebsmoment M_A , Position q sowie Rotationsgeschwindigkeit \dot{q} zur Verfügung stehen. Anhand dieser Messgrößen können Reibparameter identifiziert werden.

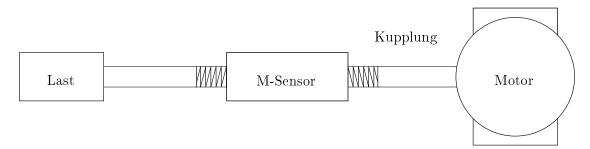


Abbildung 1.2.: Schematische Darstellung des neuen Prüfstands TestBench 2.0.

Anforderungen

- Modularität: Verschiedene Baugrößen des ROPA-DR-(5,10,30,70) sollen mit dem Prüfstand kompatibel sein. Dazu müssen die ROPA-drive mit Trägereinheit und Montageplatte wie in [Früh, 2006] sowie verschiedenen Flanschen montiert werden.
- Messbereich: Der Momentensensor sowie der Motor sollten die jeweiligen Messbereiche an Momenten und Drehzahlen gewährleisten. Diese sind in Tabelle 1.1 dargestellt. $\hat{\tau}_a$ ist eine Orientierung für das Nennmoment des Sensors es ist ein Sensor mit einem Nennmoment von 10 Nm ausreichend.

1. Aufgabenstellung und Anforderungen

- Schnittstelle: Die Steuer- und Mess-Schnittstellen des Motors und Sensors müssen mit unseren Schnittstellen (dSpace SCALEXIO) kompatibel sein. Eine dSpace-Steuerung soll als ControlDesk- bzw. ConfigurationDesk-Projekt aufgebaut werden.
- Genauigkeit: Der Momentensensor muss eine ausreichend hohe Genauigkeit aufweisen, d.h. Genauigkeitsklasse ≤ 0.05 Nm. Der Positionsencoder sollte eine Auflösung >15-Bit haben.
- Sicherheit: Der Momentensensor muss vor Überlast geschützt werden.
- Algorithmen: Eine Auswahl von zu identifizierenden Reibmodellen sowie von entsprechenden Identifikations-Algorithmen soll getroffen werden. Letztere sollen in der dSpace-Steuerung implementiert werden.
- Automatisierung: Der Prüfstand sollte einen stark automatisierten Betrieb gewährleisten, sodass Nutzer nach Montage eines ROPA-drive eine GUI bedienen und der Prüfstand auf Anfrage Messungen, Identifikation und Validierung durchführt.

Baugröße XX	$ \dot{q}_{ m max} $ $[\circ/s]$	$\tau_{\rm c} \; [{ m Nm}]$	$\hat{ au}_{\mathrm{a}} \; [\mathrm{Nm}]$
5	180	0.4	5
10	180	1.2	5
30	90	1.2	10
70	60	1.75	10

Tabelle 1.1.: Erforderliche Messbereiche: maximale Drehzahl $\dot{q}_{\rm max}$, erwartete Coulomb-Reibung $\tau_{\rm c}$ (bei $p_{\rm m}=3.5$ bar identifiziert), erwartetes maximales Antriebs-moment $\hat{\tau}_{\rm a}$ im Betrieb des Prüfstands.

2. Auswahl der Komponenten

Es gibt zwei Versionen vom Aufbau: TestBench 2.1 und TestBench 2.2. TestBench 2.1 ist der chronologisch erste Aufbau im August 2022, welcher einen ausgeliehenen Momentensensor DR-2208 aus der EA (Ansprechpartner Henrik Keller) nutzt. TestBench 2.2 wird im September 2022 mit einem abteilungseigenem Sensor DR-20 aufgebaut.

2.1. TestBench 2.1

Momentensensor

- Der Sensor DR-2208 ist eine Leihgabe aus der EA (Ansprechpartner Henrik Keller).
- Messbereich: Als 1/10 Nm Zwei-Bereichssensor (Nennbereich 1 oder 10 Nm) deckt der Sensor den geforderten Messbereich ab.
- Schnittstelle: Externe Spannungsquelle nötig. Auslesen der einzelnen Pins über Scalexio IO-Board DS6101.
- Genauigkeit: Genauigkeitsklasse 0.1 entspricht bei Nennmoment 10 Nm einer Genauigkeit von 0.01 Nm.
- Sicherheit: Der Momentensensor kann im 10Nm-Betrieb nicht überlastet werden, da die Motor-Getriebe-Einheit ein Spitzenmoment von 4.55 Nm liefert.

elektrischer Antrieb

- Antrieb EMCA-EC-67-M-1TE-EC wird im August geliefert. Dazu wird das Getriebe EPL60/1 mit Übersetzung i = 5 genutzt.
- Messbereich: Das abtriebsseitigee Nennmoment von 2.25 Nm ist zu niedrig, um alle ROPA-drives zu vermessen. Für kleine (5,10) ROPA-drives ist das ausreichend.
- Schnittstelle: Antrieb hat integrierten Controller (Kaskade Strom, Drehzahl, Position). EtherCAT-Kommunikation über SCALEXIO. Konfiguration mit Festo Configuration Tool (FCT, siehe How-To in Friction TestBench).
- Genauigkeit: Mit einer antriebsseitigen Auflösung von 12 bit und Übersetzung i = 5 resultiert eine Auflösung von über 14 bit. Dies ist niedriger als gefordert.

Kupplungen

• Es werden Elastomer-Klauenkupplungen genutzt, die für 10 Nm augelegt sind.

Last

• ROPA-KIN-DR-X mit $X \in \{5, 10\}$ sollte möglich sein.

Trägereinheiten

• Für EMCA Trägereinheit, für ROPA-drive Trägereinheit, Montageplatten und Flansch sollen von einem Praktikanten im August 2022 im Team Mechatronik (Ansprechpartner Sebastian Prets) in CAD gezeichnet und gedruckt werden.

2.2. TestBench 2.2

Momentensensor

- Der Sensor DR-20 (Hersteller Lorenz) wird im September geliefert.
- Messbereich: Mit Nennbereich 10 Nm deckt der Sensor den geforderten Messbereich ab.
- Schnittstelle: Externe Spannungsquelle nötig. Auslesen der einzelnen Pins über Scalexio IO-Board DS6101.
- Genauigkeit: Genauigkeitsklasse 0.1 entspricht bei Nennmoment 10 Nm einer Genauigkeit von 0.01 Nm.
- Sicherheit: Schutz gegen Überlast soll entweder über eine Strombegrenzung im EM-CA konfiguriert (FCT, siehe How-To in Friction TestBench) werden oder steuerungstechnisch durch Messen des Moments als Sicherheitsfunktion implementiert werden. Es wurde sich gegen die mechanische Alternative Sicherheitskupplung z.B. von R+W entschieden (Kosten ca. 200-350 €).

elektrischer Antrieb

- Antrieb EMCA-EC-67-M-1TE-EC wird im August geliefert. Dazu wird das Getriebe EMGC-60-P-G35-SEC-67 mit Übersetzung i=35 genutzt.
- Messbereich: Das abtriebsseitigee Nennmoment von 15.75 Nm ist ausreichend, um alle ROPA-drives zu vermessen.
- Schnittstelle: Antrieb hat integrierten Controller (Kaskade Strom, Drehzahl, Position). EtherCAT-Kommunikation über SCALEXIO. Konfiguration mit Festo Configuration Tool (FCT, siehe How-To in Friction TestBench).
- Genauigkeit: Mit einer antriebsseitigen Auflösung von 12 bit und Übersetzung i = 35 resultiert eine Auflösung von über 19 bit.

2. Auswahl der Komponenten

Kupplungen

• Es liegen Elastomer-Klauenkupplungen vor, die für nur 2 Nm augelegt sind. Das ist zu wenig.

Last

• Alle ROPA-KIN-DR-X mit $X \in \{5, 10, 30, 70\}$ sind möglich sein.

Trägereinheiten

• Für EMCA Trägereinheit, für ROPA-drive Trägereinheit, Montageplatten und Flansch sollen von einem Praktikanten im August 2022 im Team Mechatronik (Ansprechpartner Sebastian Prets) in CAD gezeichnet und gedruckt werden.

3. Architektur dSpace-Steuerung

4. Reibungs-Modelle

Auf dem Prüfstand sollen die Reibungsparameter der Prüflinge identifiziert werden. In diesem Kapitel wird diskutiert, welches Reibmodell gewählt wird und welche Parameter identifiziert werden müssen. Es wird auf Literatur referenziert. Das Reibmodell liefert die Kraft $\tau_{\rm r}$, die auf die Dynamik des Antriebs

$$J\ddot{q} = \tau_{\rm e} - \tau_{\rm r} \tag{4.2}$$

neben externen Kräften $\tau_{\rm e}$ einwirkt.

Statisches Modell Ein statisches Reibmodell ist ein Zusammenhang

$$\tau_{\rm r} = \tau_{\rm r}(\dot{q}) \tag{4.3}$$

zwischen Reibkraft τ_r und Relativgeschwindigkeit \dot{q} von zwei sich berührenden Körpern. Diese Modelle können die wichtigen Effekte der Haftung, Gleitreibung sowie Stribeck-Effekt abbilden. Effekte wie Presliding-Dynamics, variierende Losbrechkraft oder Abhängigkeiten von weiteren Parametern wie Position, Druck oder Temperatur sind nicht durch Modelle (4.3) beschreibbar. Das Stribeck-Modell ist durch (4.4)

$$\tau_{\rm r} = \tau_{\rm r}(\dot{q}, \theta^{\rm s}) = \left(\tau_{\rm c} + (\tau_{\rm s} - \tau_{\rm c}) \exp(-(\dot{q}/\dot{q}_{\rm s})^{\delta_{\rm s}})\right) \operatorname{sgn}(\dot{q}) + \tau_{\rm v}\dot{q}, \text{ für } \dot{q} \neq 0$$

$$(4.4)$$

beschrieben und besitzt fünf Parameter

$$\theta^{s} = \begin{cases} \tau_{c} & \dots & \text{Coulomb-Reibkraft} \\ \tau_{v} & \dots & \text{viskose Reibkraft} \\ \tau_{s} & \dots & \text{Stiction-Kraft} \\ \dot{q}_{s} & \dots & \text{Stribeck-Geschwindigkeit} \\ \delta_{s} & \dots & \text{Stribeck-Exponent} \end{cases}$$

$$(4.5)$$

Dabei wird der Stribeck-Exponent meist $\delta_s=2$ gesetzt. Bei Haftung $(\dot{q}=0)$ nimmt die Reibkraft den gleichen Betrag

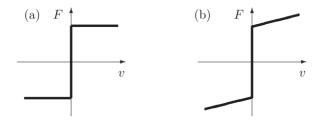
$$\tau_{\rm r} = \tau_{\rm e}, \text{ für } \tau_{\rm e} \in \mathcal{R}_{\rm r} = [-\tau_{\rm s}, +\tau_{\rm s}]$$
 (4.6)

wie die Summe der restlichen äußeren Kräfte $\tau_{\rm e}$ an, solange diese innerhalb des Kräftereservoirs $\mathcal{R}_{\rm r}$ liegt. Um das Modell in der Simulation zu nutzen, muss das Phänomen der Haftung durch Event-Detection abgebildet werden.

Um ein besseres Verhalten bei der Identifikation zu erhalten, wird die unstetige Signum-Funktion in (4.4) durch eine Hyperbel-Funktion ersetzt. Man erhält die Stribeck-Reibung

$$\tau_{\rm r} = \tau_{\rm r}(\dot{q}, \theta^{\rm s}) = \left(\tau_{\rm c} + (\tau_{\rm s} - \tau_{\rm c}) \exp(-(\dot{q}/\dot{q}_{\rm s})^2)\right) \tanh\left(k_{\rm s}^{-1}\dot{q}\right) + \tau_{\rm v}\dot{q} \tag{4.7}$$

4. Reibungs-Modelle



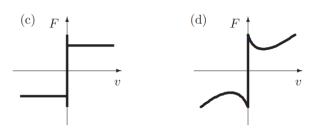


Abbildung 4.1.: Verschiedene statische Reibungs-Modelle aus [Nitsche, 2001]: a) Coulomb-Modell, b) Coulomb-Modell mit viskoser Reibung, c) statische Reibüberhöhung, d) Stribeck-Modell

mit fünf Parametern

$$\theta^{s} = \begin{cases} \tau_{c} & \dots & \text{Coulomb-Reibkraft} \\ \tau_{v} & \dots & \text{viskose Reibkraft} \\ \tau_{s} & \dots & \text{Stiction-Kraft} \\ \dot{q}_{s} & \dots & \text{Stribeck-Geschwindigkeit} \\ k_{s}^{-1} & \dots & \text{Hyperbolicus-Steigung} \end{cases}$$

$$(4.8)$$

Dynamisches Modell Ein dynamisches Reibmodell (hier Bürsten- bzw. LuGre-Modell [Olsson, 1996]) führt eine weitere dynamische Variable z(t), die Bürstenverschiebung, ein. Die Dynamik der Reibkraft ist durch

$$\tau_{\rm r} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \tau_{\rm v} \dot{q} \tag{4.9a}$$

$$\dot{z} = \dot{q} - \frac{|\dot{q}|}{g(\dot{q})}z\tag{4.9b}$$

$$g(\dot{q}) = (\tau_{\rm c} + (\tau_{\rm s} - \tau_{\rm c}) \exp(-(\dot{q}/\dot{q}_{\rm s})^2)) \frac{1}{\sigma_0}$$
 (4.9c)

4. Reibungs-Modelle

gegeben und besitzt sieben Parameter

$$\theta^{\mathrm{d}} = \begin{cases} \sigma_0 & \dots & \mathrm{B\ddot{u}rsten\text{-}Feder} \\ \sigma_1 & \dots & \mathrm{B\ddot{u}rsten\text{-}D\ddot{a}mpfer} \\ \tau_c & \dots & \mathrm{Coulomb\text{-}Reibkraft} \\ \tau_v & \dots & \mathrm{viskose} \ \mathrm{Reibkraft} \\ \tau_s & \dots & \mathrm{Stiction\text{-}Kraft} \\ \dot{q}_s & \dots & \mathrm{Stribeck\text{-}Geschwindigkeit} \\ J & \dots & \mathrm{Massentr\ddot{a}gheit} \end{cases}$$

$$(4.10)$$

Das dynamische Reibmodell kann die Phänomene *Haftung*, variierende Losbrechkraft, Presliding-Dynamics und Reibhysterese abbilden [Olsson, 1996].

5. Identifikation der Modelle

Statisches Modell Um das statische Modell (4.4) oder (4.7) zu identifizieren, sind Messwertepaare (τ_r , \dot{q}) erforderlich. Dafür werden in der Literatur [Olsson, 1996], [Marton, 2006] Experimente mit konstanten Geschwindigkeiten \dot{q} durchgeführt. Das Vorgehen ist wie folgt:

- 0. Man entscheide sich für ein statisches Modell (4.4) oder (4.7) mit Parametern θ^{s} jeweils nach (4.5) oder (4.8).
- 1. Statische Parameter (Schätzung von θ^{s})
 - Führe Messungen mit $\ddot{q} = 0$ durch. Nutze dabei einen Geschwindigkeitsregler und nehme Wertepaare $(\tau_{\rm r}(k), \ \dot{q}(k))_{k=1}^N$ auf.
 - Mit obiger Annahme verschwindet die Beschleunigung $\ddot{q} = 0$ und man erhält die algebraische, nichtlineare Gleichung

$$\tau_{\rm e} = \tau_{\rm r}(\dot{q}, \theta^{\rm s}) \tag{5.11}$$

mit τ_r nach (4.4) oder (4.7).

 \bullet Identifiziere Parameter $\theta^{\rm s}$ durch numerische Lösung des Optimierungsproblems

$$\min_{\theta^{s} \in \mathbb{R}^{4}_{+}} \sum_{k=1}^{N} (\tau_{r}(\dot{q}(k), \theta^{s}) - \tau_{e}(k))^{2}.$$
 (5.12)

Dies kann in Matlab mittels **lsqnonlin** durchgeführt werden. Weitere Idee: Nutze *PSO*.

Um die Stiction-Kräfte τ_s zu bestimmen, können zusätzlich Losbrech-Experimente ("Break-Away") durchgeführt werden. Laut [Ruderman, 2018] ist die dabei ermittelte Coulomb-Kraft antiproportional zu der Steigung k, mit der die externe Kraft $\tau_e = kt$ über der Zeit t angehoben wird. Dieses Phänomen kann durch das statische Modell nicht abgebildet werden.

Bemerkung: In der Friction TestBench 1.0 wurde ein anderes Vorgehen als die oben genannte Methode zur Bestimmung der statischen Parameter gewählt. Mit einem Positionsregler wird eine dynamische Trajektorie getrackt und Parameter aus (4.8) identifiziert. Es gilt zu klären, wie sich die ermittelten Parameter im Vergleich mit der oben beschriebenen Methode zur Reibkompensation eignen.

Dynamisches Modell In [Altpeter, 1997] werden ausführlich verschiedene Strategien zur Identifikation vom *LuGre-Modell* (4.9) diskutiert. Die nachfolgende Strategie wurde auch in [Zhang, 2007] und [Piasek, 2019] angewandt:

- 0. Unterteile die sieben Parameter $\theta^{\rm d}$ aus (4.10) in *statische* Parameter $\theta^{\rm d}_{\rm s} = (\tau_{\rm c}, \, \tau_{\rm s}, \, \tau_{\rm v}, \, \dot{q}_{\rm s})$ und *dynamische* Parameter $\theta^{\rm d}_{\rm d} = (\sigma_0, \, \sigma_1, \, J)$. Die Bestimmung von statischen Parametern ist gleich wie bei einem statischen Modell.
- 1. Statische Parameter (Schätzung von θ_s^d)
 - Führe Messungen mit $\ddot{q} = 0$ und $\dot{z} = 0$ durch. Nutze dabei einen Geschwindigkeitsregler und nehme Wertepaare $(\tau_{\rm r}(k),\ \dot{q}(k))_{k=1}^N$ auf.
 - Mit obiger Annahme ergibt sich aus (4.2) und (4.9) das statische, nichtlineare Modell

$$\tau_{\rm e} = \tau_{\rm v}\dot{q} + \sigma_0 g(\dot{q})\operatorname{sgn}(\dot{q}) = f(\dot{q}, \theta_{\rm s}^{\rm d}). \tag{5.13}$$

 \bullet Identifiziere statische Parameter θ_s^d durch numerische Lösung des Optimierungsproblems

$$\min_{\theta_{s}^{d} \in \mathbb{R}_{+}^{4}} \sum_{k=1}^{N} (f(\dot{q}(k), \theta_{s}^{d}) - \tau_{e}(k))^{2}.$$
 (5.14)

Dies kann in Matlab mittels **lsqnonlin** durchgeführt werden. Weitere Idee: Nutze *PSO*.

- 2. Dynamische Parameter (Schätzung von $\theta_{\rm d}^{\rm d}$)
 - Führe Messungen im Presliding-Regime mit $\tau_{\rm e} < \tau_{\rm s}/10$ und $|z| \ll g(\dot{q}) \Rightarrow \dot{z} \approx \dot{q}$ durch. Nutze dafür einen Torque-Regler, wodurch $\tau_{\rm e} < \tau_{\rm s}/10$ sichergestellt wird. Erhalte Messungen $\tau_{\rm e}(k)$ und g(k) mit $k = 1 \dots N$.
 - Die Bewegungsgleichungen (4.2) und (4.9) [Altpeter, 1997] ergeben sich zu einer linearen Dynamik

$$J\ddot{q} + (\sigma_1 + \tau_v)\dot{q} + \sigma_0(q + q_0) = \tau_e$$
 (5.15)

in Eingang $\tilde{u}(t) = \tau_{\rm e}(t)$ und Ausgang $\tilde{q}(t) = q(t) + q_0$.

• Laut (5.15) muss die Übertragungsfunktion

$$\frac{\tilde{Q}(s)}{\tilde{U}(s)} = G(s) = \frac{\frac{1}{J}}{s^2 + \frac{\sigma_1 + \tau_v}{J}s + \frac{\sigma_0}{J}}$$

$$(5.16)$$

identifiziert werden. Nach Diskretisierung mit dem Euler-Vorwärts Verfahren $s=\frac{z-1}{T_{\rm s}}$ und der Sampling-Rate $T_{\rm s}$ der Messungen lautet die diskrete Übertragungsfunktion

$$G(z) = \frac{\frac{T_{\rm s}^2}{J}}{z^2 + \frac{T_{\rm s}(\sigma_1 + \tau_{\rm v}) - 2J}{J}z + \frac{T_{\rm s}^2\sigma_0 - T_{\rm s}(\sigma_1 + \tau_{\rm v}) + J}{J}} = \frac{b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}.$$
 (5.17)

5. Identifikation der Modelle

• Aufgabe ist es nun, die Parameter $\theta = (a_1, a_0, b_0)$ zu schätzen, mit (5.17) können dann θ_d^d bestimmt werden. Anhand der Differenzengleichungen (hier mit n = 2)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{q}(n+1) \\ \vdots \\ \tilde{q}(N) \end{bmatrix}}_{\tilde{q}_{[n+1,N]}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\tilde{q}(n) & \cdots & -\tilde{q}(1) & \tilde{u}(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -\tilde{q}(N-1) & \cdots & -\tilde{q}(N-n) & \tilde{u}(N-n) \end{bmatrix}}_{\Psi} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \\ b_0 \end{bmatrix}}_{\theta}$$
(5.18)

kann ein Least-Squares Estimator (LS)

$$\tilde{\theta} = \Psi_+ \cdot \tilde{q}_{[n+1,N]} \tag{5.19}$$

der Parameter θ bestimmt werden. Hier ist $\Psi_+ = (\Psi^\top \Psi)^{-1} \Psi^\top$ die Linksinverse von Ψ

• Bemerkung: Laut [Altpeter, 1997] ist der LS kein erwartungstreuer Schätzer (d.h. biased) falls Messrauschen vorliegt. Alternativ wird Instrumental Variables Estimation (IV) oder ein Box-Jenkins Modell (BJ) vorgeschlagen. Dafür sind in MATLAB jeweils die Funktionen iv4 und bj verfügbar.

6. Validierung des Modells

7. Modellbasierte Reibkompensation

A. Beispiel für Anhang

Dies ist ein Beispiel für ein Anhang

Literaturverzeichnis

[Altpeter, 1997] Altpeter, F. (1997). Identification for control of drives with friction.

[Früh, 2006] Früh, M. (2006). Auslegung und aufbau eines messprüfstandes für elektrische drehantriebe.

[Marton, 2006] Marton, L. (2006). Identification and model-based compensation of strie-beck friction.

[Nitsche, 2001] Nitsche, R. (2001). The role of friction in mechanical joints.

[Olsson, 1996] Olsson, H. (1996). Control systems with friction.

[Piasek, 2019] Piasek, J. (2019). Identification of a dynamic friction model and its application in a precise tracking control.

[Ruderman, 2018] Ruderman, M. (2018). On break-away forces in actuated motion systems with nonlinear friction.

[Trapp, 2022] Trapp, C. (2022). Rml design models version 0.2.

[Zhang, 2007] Zhang, W. (2007). Parameter identification of lugre friction model in servo system based on improved particle swarm optimization.