3. EJERCICIO: Resolver el siguiente sistema lineal, a mano y con calculadora no programable, aplicando el método de la inversa.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = -9 \\ 3x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 19 \\ 2x_3 + 6x_4 = 2 \end{cases}$$

3. Resolver el sistema lineal por el método de la inversa.

$$\begin{cases} X_1 + X_2 = 5 \\ 2X_1 - X_2 + 5X_3 = -9 \\ 3X_2 - 4X_3 + 2X_4 = 19 \\ 2X_3 + 6X_4 = 2 \end{cases}$$

Si $Ax = b \therefore A^{-1} \cdot Ax = A^{-1} \cdot b$

$$\boxed{X = A^{-1} \cdot b}$$

• Verificamos por determinantes si existe $A^{-1} \therefore \text{Det} = |A| \neq 0$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{pmatrix} \therefore |A| = -6 \Rightarrow |A| \neq 0 \therefore \exists A^{-1}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) f_2 - 2f_1$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) f_3 + f_2$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) f_4 - 2f_3$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & -2 & -2 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} f_2 - 5f_3 \\ f_3 - f_4 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & -10 & 8 & -4 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -6 & 3 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & -2 & -2 & 1 \end{array}\right) f_2 + 5f_4$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 28 & -14 & -15 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -6 & 3 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & -2 & -2 & 1 \end{array}\right) f_1 + f_2/3$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 31/3 & -14/3 & -5 & 5/3 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 28 & -14 & -15 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -6 & 3 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & -2 & -2 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} -f_2/3 \\ \\ \\ f_4/2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 31/3 & -14/3 & -5 & 5/3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -28/3 & 14/3 & 5 & -5/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -6 & 3 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & -1 & 1/2 \end{array}\right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 31/3 & -14/3 & -5 & 5/3 \\ -28/3 & 14/3 & 5 & -5/3 \\ -6 & 3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Si $X = A^{-1} \cdot b$

$$\begin{pmatrix} 31/3 & -14/3 & -5 & 5/3 \\ -28/3 & 14/3 & 5 & -5/3 \\ -6 & 3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 19 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Comprobación: $A \cdot X = b$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 19 \\ 2 \end{pmatrix} //$$

```
EJERCICIO III
minversa([1 1 0 0;2 -1 5 0;0 3 -4 2;0 0 2 6])

A =

     1     1     0     0     1     0     0     0
     2    -1     5     0     0     1     0     0
     0     3    -4     2     0     0     1     0
     0     0     2     6     0     0     0     1


A =

  Columns 1 through 6

    1.0000         0         0         0   10.3333   -4.6667
         0    1.0000         0         0   -9.3333    4.6667
         0   -0.6429    1.0000         0         0         0
         0         0    0.3333    1.0000         0         0

  Columns 7 through 8

   -5.0000    1.6667
    5.0000   -1.6667
   -0.2143    0.0714
         0    0.1667


A =

  Columns 1 through 6

    1.0000         0         0         0   10.3333   -4.6667
         0    1.0000         0         0   -9.3333    4.6667
         0         0    1.0000         0   -6.0000    3.0000
         0         0    0.3333    1.0000         0         0

  Columns 7 through 8

   -5.0000    1.6667
    5.0000   -1.6667
    3.0000   -1.0000
         0    0.1667


A =

  Columns 1 through 6

    1.0000         0         0         0   10.3333   -4.6667
         0    1.0000         0         0   -9.3333    4.6667
         0         0    1.0000         0   -6.0000    3.0000
         0         0         0    1.0000    2.0000   -1.0000

  Columns 7 through 8

   -5.0000    1.6667
    5.0000   -1.6667



    3.0000   -1.0000
   -1.0000    0.5000


ans =

   10.3333   -4.6667   -5.0000    1.6667
   -9.3333    4.6667    5.0000   -1.6667
   -6.0000    3.0000    3.0000   -1.0000
    2.0000   -1.0000   -1.0000    0.5000
```

```
b=[5;-9;19;2];
X=c*b

X =

    2.0000
    3.0000
   -2.0000
    1.0000
```

4. EJERCICIO: Resolver el siguiente sistema lineal de ecuaciones Ax = B, a mano y con calculadora no programable, aplicando solo la factorización PA = LU.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 8 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & -10 \\ 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4. Resolver el siguiente sistema Ax=b aplicando la factorización PA = LU.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 8 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & -10 \\ 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \end{pmatrix} ; \; b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Si $Ax = b$ ∴

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 8 & 1 \\ 4 & 0 & +1 & -10 \\ 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sabemos: PA = LU

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \therefore P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2/16 & -1/2 & 1 & 0 \\ 4/16 & -1/7 & 38/217 & 1 \end{pmatrix} ; \; U = \begin{pmatrix} 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 31/4 & 27/8 \\ 0 & 0 & 0 & -4395/434 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 8 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & -10 \\ 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_3 \leftrightarrow f_1 \\ f_4 \leftrightarrow f_2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \\ 2 & -3 & 8 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & -10 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_3 - m_{31} f_1 \\ f_4 - m_{41} f_1 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \\ 0 & -7/2 & 33/4 & 7/8 \\ 0 & -1 & 3/2 & -41/4 \end{pmatrix} f_3 + m_{32} f_2 \begin{pmatrix} 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 31/4 & 27/8 \\ 0 & -1 & 3/2 & -41/4 \end{pmatrix} f_4 + m_{42} f_2$$

$$\begin{pmatrix} 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 31/4 & 27/8 \\ 0 & 0 & 19/14 & -267/28 \end{pmatrix} f_4 - m_{43} f_3 \begin{pmatrix} 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 31/4 & 27/8 \\ 0 & 0 & 0 & -4395/434 \end{pmatrix}$$

$$m_{43} = \left(\frac{4}{31} \cdot \frac{19}{14} \right) = \frac{38}{217}$$

1. $Bi = P \cdot B$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Si $LZ = B_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2/16 & -1/2 & 1 & 0 \\ 4/16 & -1/7 & 38/217 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$Z_1 = 1$

$Z_2 = 1$

$Z_3 = -\frac{2}{16} Z_1 + \frac{1}{2} Z_2 + 1$

$Z_4 = -\frac{4}{16} Z_1 + \frac{1}{7} Z_2 - \frac{38}{217} Z_3$

$Z_1 = 1$

$Z_2 = 1$

$Z_3 = \frac{11}{8}$

$Z_4 = \frac{283}{434}$

Entonces

$UX = Z$

$$\begin{pmatrix} 16 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 31/4 & 27/8 \\ 0 & 0 & 0 & -4395/434 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 11/8 \\ 283/434 \end{pmatrix}$$

$X_4 = -283/4395$

$X_3 = \frac{4}{31}\left(\frac{11}{8} - \frac{27}{8}\left(\frac{-283}{4395}\right)\right) = \frac{301}{1465}$

$X_2 = \frac{1}{7}\left(1 + \left(\frac{301}{1465}\right) - 5\left(\frac{-283}{4395}\right)\right) = \frac{386}{1769}$

$X_1 = \frac{1}{16}\left(-4\left(\frac{386}{1769}\right) + 2\left(\frac{301}{1465}\right) + \frac{283}{4395}\right) = \frac{331}{8780}$

$X_1 = 0,0377$

$X_2 = 0,2182$

$X_3 = 0,2055$

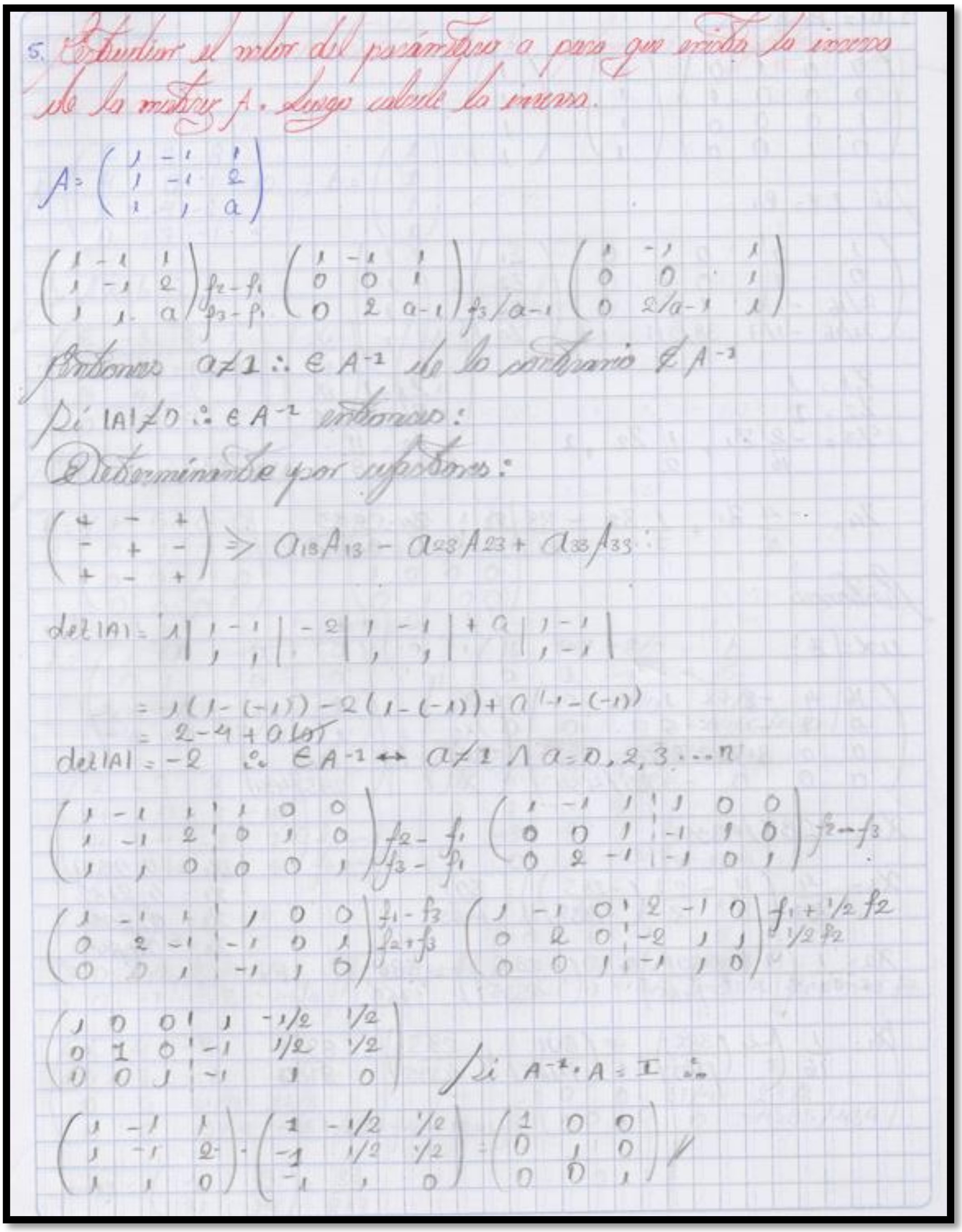
$X_4 = -0,0644$ //

```
EJERCICIO IV
sistem_lup([2 -3 8 1;4 0 1 -10;16 4 -2 1;0 7 -1 5],[1 1 1 1])
L=
    1.0000         0         0         0
         0    1.0000         0         0
    0.1250   -0.5000    1.0000         0
    0.2500   -0.1429    0.1751    1.0000

U=
   16.0000    4.0000   -2.0000    1.0000
         0    7.0000   -1.0000    5.0000
         0         0    7.7500    3.3750
         0         0         0  -10.1267

P=
     0     0     1     0
     0     0     0     1
     1     0     0     0
     0     1     0     0

solucion del sistema es:
La solución es:
```

```
ans =

    0.0377
    0.2182
    0.2055
   -0.0644
```

5. EJERCICIO: Estudiar el valor del parámetro a para que exista la inversa de la matriz A. Explique la respuesta. Adicionalmente, calcule la inversa a mano y con calculadora no programable.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$



5. Estudiar el valor del parámetro a para que exista la inversa de la matriz A. Luego calcule la inversa.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \begin{matrix} f_2 - f_1 \\ f_3 - f_1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & a-1 \end{pmatrix} f_3/a-1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2/a-1 & 1 \end{pmatrix}$$

Entonces $a \neq 1 \therefore \exists A^{-1}$ de lo contrario $\nexists A^{-1}$

Si $|A| \neq 0 \therefore \exists A^{-1}$ entonces:

Determinante por cofactores:

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix} \Rightarrow a_{13}A_{13} - a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33}:$$

$$\det|A| = 1\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + a\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 1(1-(-1)) - 2(1-(-1)) + a(-1-(-1))$$

$$= 2 - 4 + a(0)$$

$\det|A| = -2 \therefore \exists A^{-1} \leftrightarrow a \neq 1 \wedge a = 0, 2, 3 \ldots n$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{matrix} f_2 - f_1 \\ f_3 - f_1 \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) f_2 \leftrightarrow f_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} f_1 - f_3 \\ f_2 + f_3 \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} f_1 + 1/2 f_2 \\ 1/2 f_2 \end{matrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Si $A^{-1} \cdot A = I \therefore$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 1/2 \\ -1 & 1/2 & 1/2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ✓$$

6. **EJERCICIO:** Considere la función $f(x) = x^2 . e^{-x^2}$. Se pide calcular un valor aproximado para $\int_{-2}^{2} f(x)$; usando el polinomio de Lagrange, calculado a mano, que interpola $f(x)$ en los puntos $x_0 = -2$, $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, y $x_4 = 2$.

6. Considere la función $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$. Calcular un valor aproximado para $\int_{-2}^{2} f(x)$ usando el polinomio de Lagrange. $x_0 = -2$; $x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_4 = 2$.

$$\int_{-2}^{2} x^2 \cdot e^{-x^2} = 0,8454$$

x	-2	-1	0	1	2
y	$0,0732$	$0,3679$	0	$0,3678$	$0,07326$

$$L_{k,x} = \prod_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^{n} \frac{(x - x_i)}{(x_k - x_i)} \quad ; \quad n = 4 \therefore (n-1) \Rightarrow 3$$

$$L_{k,x} = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)} = \frac{0,07(x+1)(x)(x-2)}{(-2-(-1)) \cdot (-2-0) \cdot (-2-2)}$$

$$L_{k,x} = \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} = \frac{0,37(x+2)(x)(x-2)}{(-1+2)(-1-0)(-1-2)}$$

$$L_{k,x} = \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} = 0$$

$$L_{k,x} = \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_0)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} = \frac{0,07(x+2)(x+1)(x)}{(2+2)(2+1)(2)}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} f(x)_k \cdot L_k(x)$$

$8,75 \cdot 10^{-3}$, $0,1233$, $2,91 \cdot 10^{-3}$

$$P(x) = \frac{0,07}{-8}[(x+1)(x)(x-2)] + \frac{0,37}{3}[(x+2)(x)(x-2)] + \frac{0,07}{24}[(x+2)(x+1)(x)]$$

$$\int_{-2}^{2} P(x)\,dx = \int_{-2}^{2} a\,dx + \int_{-2}^{2} b\,dx + \int_{-2}^{2} c\,dx$$

$$= \int_{-2}^{2} -8,75 \cdot 10^{-3}[(x+1)(x)(x-2)]\,dx + \int_{-2}^{2} 0,1233[(x+2)(x)(x-2)] + \ldots$$

$$\ldots \int_{-2}^{2} 2,91 \cdot 10^{-3}[(x+2)(x+1)(x)]\,dx$$

$$\int_{-2}^{2} P(x) = 0,033226$$

7. EJERCICIO: Con el siguiente conjunto de nodos:

x_i	40	60	80	100	120	140	160
y_i	1	2	5	9	6	3	-2

a) El polinomio interpolador de Newton.

b) El polinomio interpolador de Lagrange.

c) Evaluar el polinomio interpolador de Newton, de tercer grado, para x=150.

x_i	40	60	80	100	120	140	160
y_i	1	2	5	9	6	3	-2.

Sí $n=7 \therefore (n-1) \Rightarrow 7-1=6$
$n=6$

a. Polinomio Interpolador de Newton

Sí $p(x)=a_0+a_1(x-x_0)+a_2(x-x_0)(x-x_1)+a_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$
$\ldots+a_4(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_1)+a_5(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$
$(x-x_4)+a_6(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)(x-x_5)$

Construyendo la Tabla de Diferencias hacia adelante.

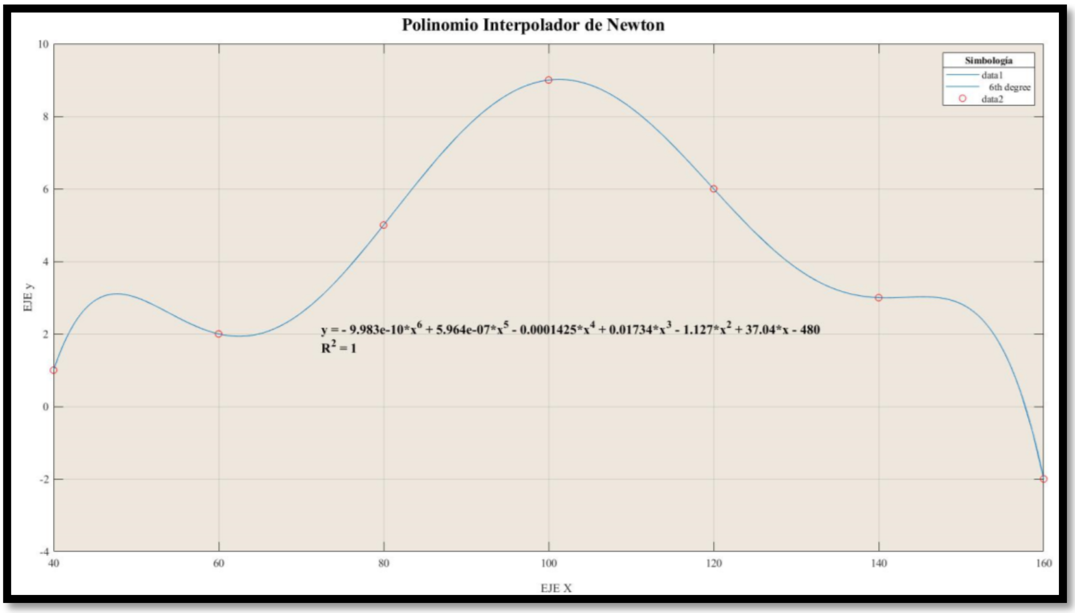
Si $P_n(x)=f[x_n]+\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\binom{-s}{k}\nabla^k f(x_n)$

x	y_0	I	II	III	IV	V	VI
40	1						
60	2	0,05					
80	5	0,15	0,0025				
100	9	0,2	0,00125	$-2,083\cdot 10^{-5}$			
120	6	-0,15	-0,00875	$-1,667\cdot 10^{-4}$	$-1,823\cdot 10^{-6}$		
140	3	-0,15	0	$1,4583\cdot 10^{-4}$	$3,9063\cdot 10^{-6}$	$5,7282\cdot 10^{-8}$	
160	-2	0,25	-0,0025	$-4,167\cdot 10^{-5}$	$-2,344\cdot 10^{-6}$	$-6,25\cdot 10^{-8}$	$-9,9826\cdot 10^{-10}$

$P(x)=1+0,05(x-40)+0,0025(x-40)(x-60)-2,083\cdot 10^{-5}(x-40)$
$(x-60)(x-80)-1,823\cdot 10^{-6}(x-40)(x-60)(x-80)(x-100)+5,7292\cdot 10^{-8}\cdot$
$(x-40)(x-60)(x-80)(x-100)(x-120)-9,9826\cdot 10^{-10}(x-40)(x-60)(x-80)$
$(x-100)(x-120)(x-140)$

$P(x)=-9,98\cdot 10^{-10}x^6+5,9635\cdot 10^{-7}x^5-1,425\cdot 10^{-4}x^4+0,017338x^3$
$-1,1266x^2+37,0442x-480$

```
internewton([40 60 80 100 120 140 160],[1 2 5 9 6 3 -2])

ans =

  Columns 1 through 4

  -998.2639e-012   596.3542e-009  -142.5347e-006    17.3385e-003

  Columns 5 through 7

    -1.1266e+000    37.0442e+000  -480.0000e+000
```



6. Polinomio Interpolador de Lagrange

Si $L_{K,X} = \prod_{K \neq i}^{n-1} \frac{(x-x_i)}{(x_K-x_i)}$

$$L_{6,0} = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)(x-x_5)(x-x_6)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)(x_0-x_5)(x_0-x_6)}$$

$$L_{6,0} = \frac{(x-60)(x-80)(x-100)(x-120)(x-140)(x-160)}{4{,}608 \cdot 10^{10}}$$

$$L_{6,1} = \frac{(x-40)(x-80)(x-100)(x-120)(x-140)(x-160)}{-7{,}68 \cdot 10^{+9}}$$

$$L_{6,2} = \frac{(x-40)(x-60)(x-100)(x-120)(x-140)(x-160)}{3{,}072 \cdot 10^{9}}$$

$$L_{6,3} = \frac{(x-40)(x-60)(x-80)(x-120)(x-140)(x-160)}{-2{,}304 \cdot 10^{9}}$$

$$L_{6,4} = \frac{(x-40)(x-60)(x-80)(x-100)(x-140)(x-160)}{3{,}072 \cdot 10^{9}}$$

$$L_{6,5} = \frac{(x-40)(x-60)(x-80)(x-100)(x-120)(x-160)}{-7{,}68 \cdot 10^{9}}$$

$$L_{6,6} = \frac{(x-40)(x-60)(x-80)(x-100)(x-120)(x-140)}{4{,}608 \cdot 10^{10}}$$

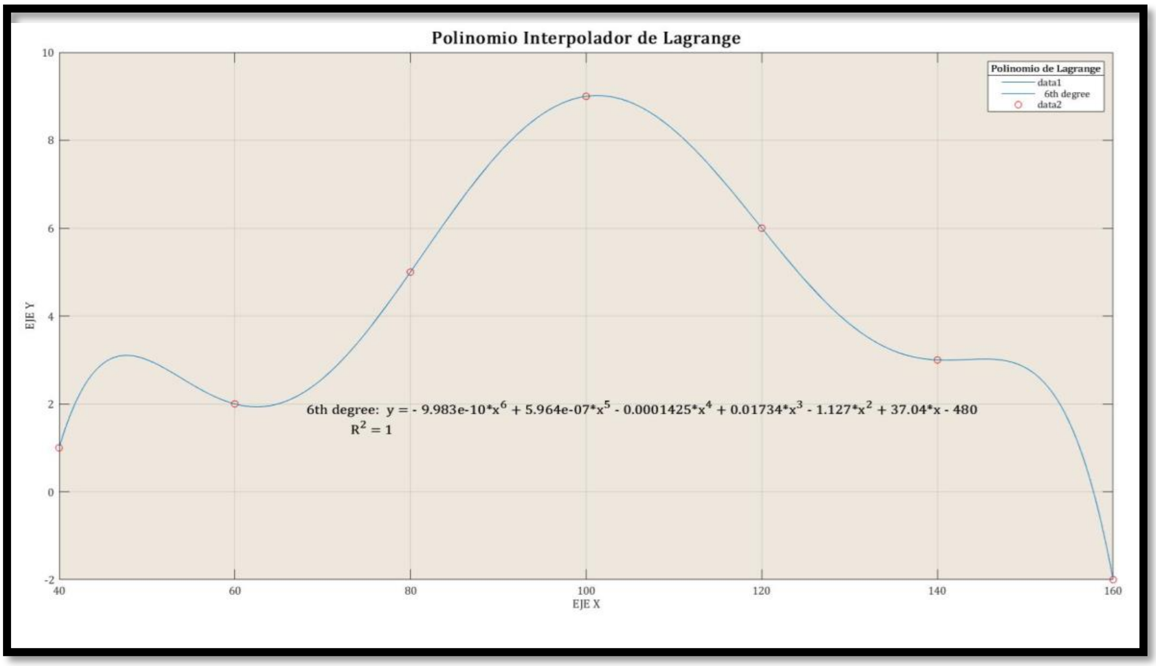
Si $\sum_{k=0}^{n-1} f(x)_K \cdot L_K(x)$

$$P(x) = \frac{1}{4{,}608 \cdot 10^{10}}(L_{6,0}) - \frac{2}{7{,}68 \cdot 10^{9}}(L_{6,1}) + \frac{5}{3{,}072 \cdot 10^{9}}(L_{6,2}) - \frac{9}{2{,}304 \cdot 10^{9}}(L_{6,3}) + \frac{6}{3{,}072 \cdot 10^{9}}(L_{6,4})$$

$$\dots - \frac{3}{7{,}68 \cdot 10^{9}}(L_{6,5}) - \frac{2}{4{,}608 \cdot 10^{10}}(L_{6,6})$$

$$P(x) = -9{,}983 \cdot 10^{-10} x^6 + 5{,}964 \cdot 10^{-7} x^5 - 1{,}425 \cdot 10^{-4} x^4 + 0{,}01734 x^3 - 1{,}127 x^2 + 37{,}044 x - 480.$$

```
FIGURA I
interLagrange([40 60 80 100 120 140 160],[1 2 5 9 6 3 -2])

ans =

  Columns 1 through 4

  -998.2639e-012   596.3542e-009  -142.5347e-006    17.3385e-003

  Columns 5 through 7

    -1.1266e+000    37.0442e+000  -480.0000e+000
```



c. Evaluar $x = 150$ en el polinomio interpolador de Newton tercer grado.

$P(x) = -2\cdot 10^{-5}x^3 + 0{,}003x^2 - 0{,}0425x - 1{,}5$

$P(x) = -2{,}10^{-5}(150)^3 + 0.003(150)^2 - 0{,}0425(150) - 1{,}5$

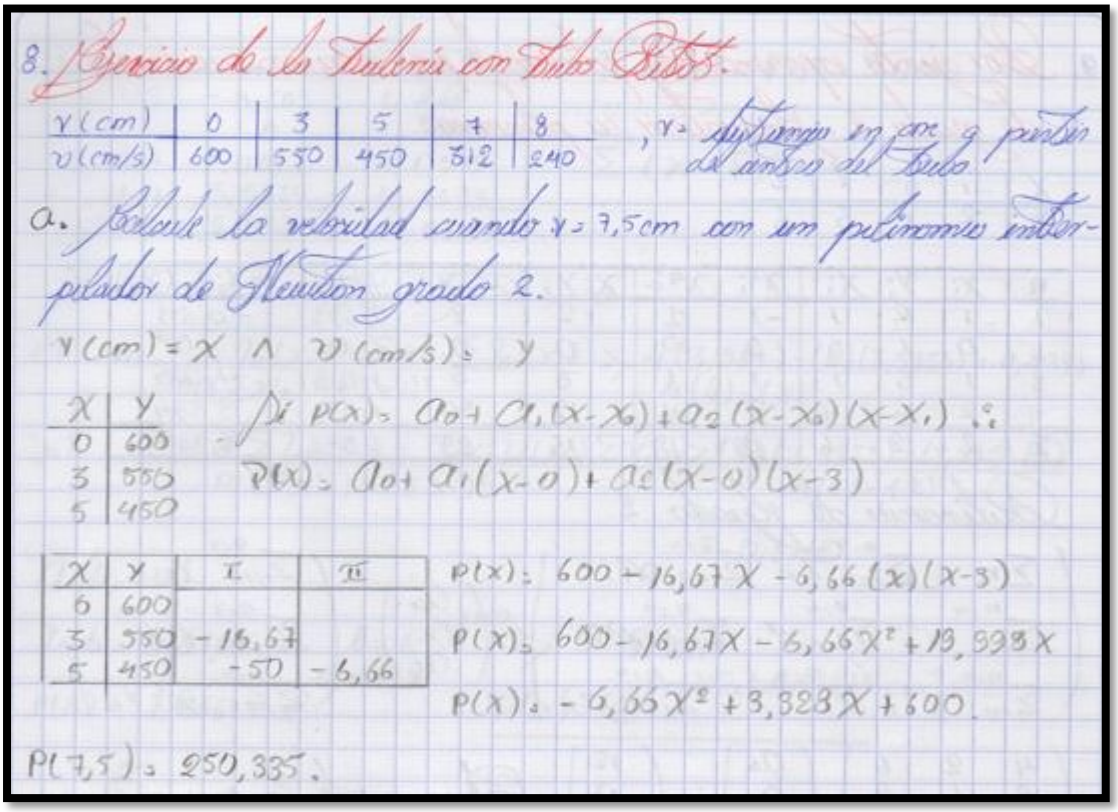
$p(x) = -7{,}875$ //

8. EJERCICIO: Al medir la velocidad (con un tubo Pitot) en una tubería circular de diámetro interior de 20 cm, se encontró la siguiente información:

$r(cm)$	0	3	5	7	8
$v(cm/s)$	600	550	450	312	240

Donde r es la distancia en cm medida a partir del centro del tubo.

a) Calcule la velocidad cuando r = 7,5 cm, con un polinomio interpolador de Newton de grado 2



8. Ejercicio de la tubería con tubo Pitot.

r (cm)	0	3	5	7	8
v (cm/s)	600	550	450	312	240

, r = distancia en cm a partir del centro del tubo.

a. Calcule la velocidad cuando r = 7,5 cm con un polinomio interpolador de Newton grado 2.

$r(cm) = x \wedge v(cm/s) = y$

x	y
0	600
3	550
5	450

Si $P(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1)$ ∴

$P(x) = a_0 + a_1(x - 0) + a_2(x - 0)(x - 3)$

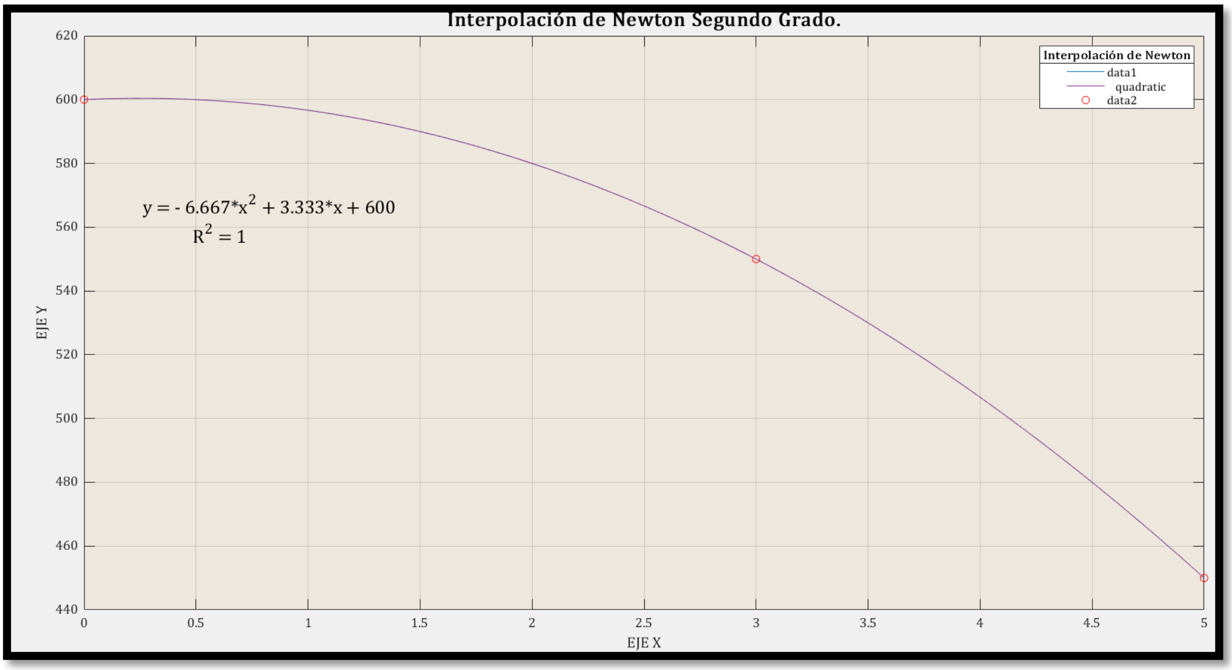
x	y	I	II
0	600		
3	550	-16,67	
5	450	-50	-6,66

$P(x) = 600 - 16,67x - 6,66(x)(x-3)$

$P(x) = 600 - 16,67x - 6,66x^2 + 19,998x$

$P(x) = -6,66x^2 + 3,328x + 600$

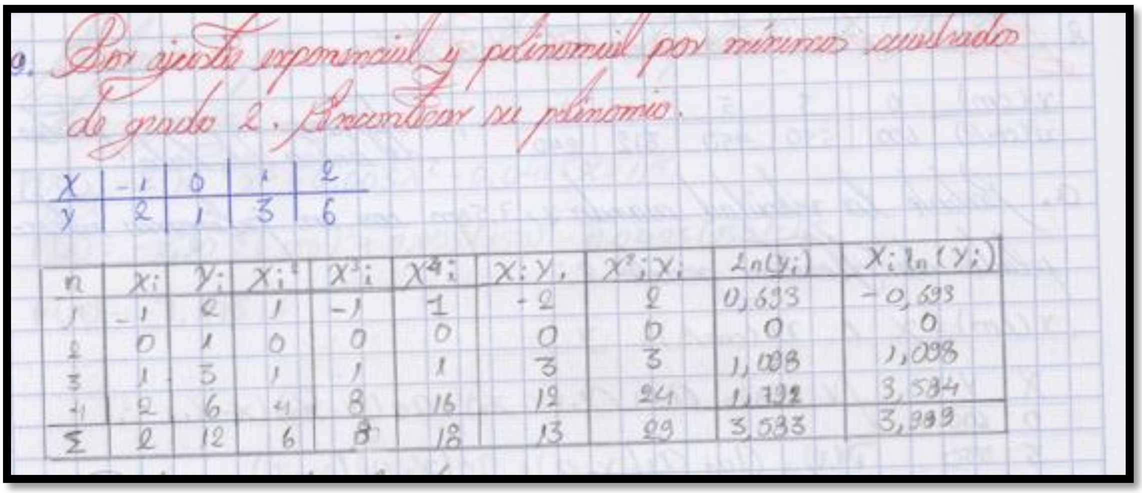
$P(7,5) = 250,335$



9. Encontrar el polinomio de ajuste exponencial y el polinomio grado 2, por mínimos cuadrados, para el siguiente conjunto de nodos:

x	-1	0	1	2
y	2	1	3	6

Indicar el valor de P(1.5) en cada polinomio encontrado. ¿Cuál es más exacto?



9. Por ajuste exponencial y polinomial por mínimos cuadrados de grado 2. Encontrar su polinomio.

x	-1	0	1	2
y	2	1	3	6

n	x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$\ln(y_i)$	$x_i \ln(y_i)$
1	-1	2	1	-1	1	-2	2	0,693	-0,693
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0
3	1	3	1	1	1	3	3	1,098	1,098
4	2	6	4	8	16	12	24	1,792	3,584
Σ	2	12	6	8	18	13	29	3,583	3,989

Polinomio de Grado 2.

$$\begin{pmatrix} \sum n & \sum_{i=1}^{n=4} x_i & \sum_{i=1}^{n=4} x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n=4} x_i & \sum_{j=1}^{n=4} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n=4} x_i^3 \\ \sum_{i=1}^{n=4} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n=4} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n=4} x_i^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n=4} y_i \\ \sum_{j=1}^{n=4} x_i y_i \\ \sum_{i=1}^{n=4} x_i^2 y_i \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 13 \\ 29 \end{pmatrix}$$ Forma de la ecuación Matricial

$|A:B|$ Matriz Aumentada

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 6 & 12 \\ 2 & 6 & 8 & 13 \\ 6 & 8 & 18 & 29 \end{array}\right) f_3 \leftrightarrow f_1 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 8 & 18 & 29 \\ 2 & 6 & 8 & 13 \\ 4 & 2 & 6 & 12 \end{array}\right) \begin{matrix} f_2 - m_{21} f_1 \\ f_3 - m_{31} f_1 \end{matrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 8 & 18 & 29 \\ 0 & 10/3 & 2 & 10/3 \\ 0 & -10/3 & -6 & -22/3 \end{array}\right) f_3 + m_{32} f_2 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 8 & 18 & 29 \\ 0 & 10/3 & 2 & 10/3 \\ 0 & 0 & -4 & -4 \end{array}\right)$$

$a_2 = 1$; $a_1 = 0,4$; $a_0 = 1,3$

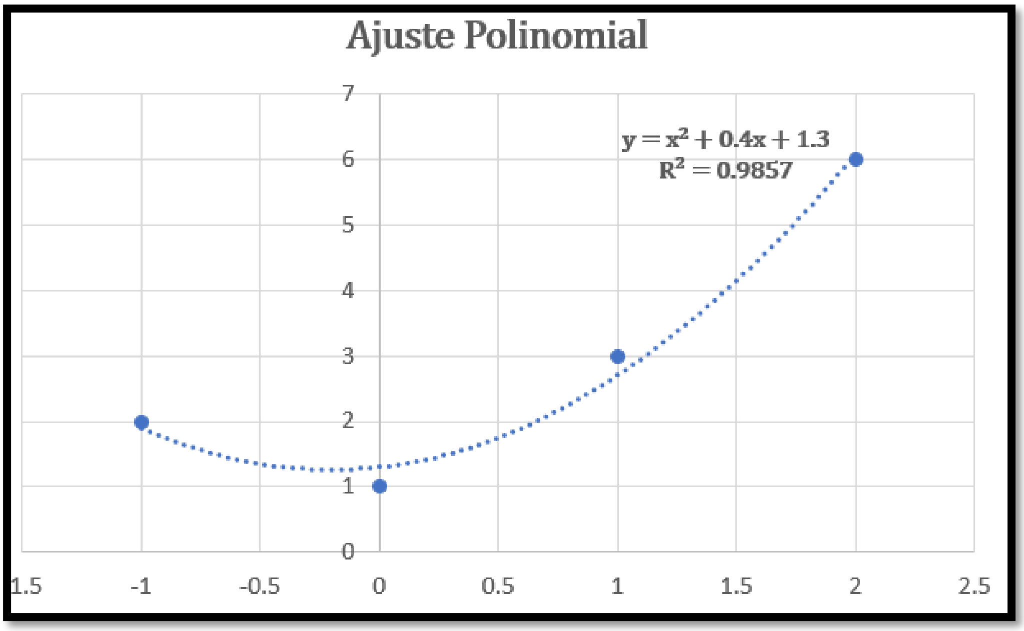
$P(x) = x^2 + 0,4x + 1,3$

$$\rho^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n=4} (y_i - P(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n=4} (y_i - \bar{y})}$$

$P(x_i)$
1,9
1,3
2,7
4,1
$\sum (y - p(x_i))^2 = 3,8$

$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 14$

$\rho^2 = 1 - \frac{3,8}{14} \therefore \rho^2 = 0,728$



$\ln(y_i)$	$x_i \ln(y_i)$	$y = be^{ax_i}$
0,693	-0,693	1,266
0	0	1,96617
1,0987	1,0987	3,0519
1,7917	3,5834	4,7373
3,5833	3,989	11,00137

$$\sum_{i=1}^{n=4} (P(x_i) - \bar{y})^2 = 3{,}069$$

$$\sum_{i=1}^{n=4} (y_i - \bar{y})^2 = 14$$

Si $y = be^{ax}$ ∴ Si $\ln y = \ln b + ax$ ∴

$$a = \frac{m\sum x_i \ln(y_i) - \sum x_i \cdot \sum \ln(y_i)}{m(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \Rightarrow \frac{4(3{,}989) - (2)(3{,}5833)}{4(6) - (2)^2} = 0{,}4397$$

$$\ln b = \frac{\sum x_i^2 \cdot \sum \ln(y_i) - \sum x_i \ln(y_i) \sum x_i}{m(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \Rightarrow \frac{(6)(3{,}5833) - (3{,}989)(2)}{4(6) - (2)^2}$$

$$\equiv 0{,}6760.$$

$a = 0{,}4397$

$\ln b = 0{,}6760$ ∴ $b = e^{0{,}6760} \Rightarrow b = 1{,}96617$

$P(x) = 1{,}96617 \cdot e^{0{,}4397x} \equiv \underline{P(x) = e^{0{,}6760 + 0{,}4397x}}$

$$\rho^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n=4} (P(x_i) - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n=4} (y_i - \bar{y})^2} = 0{,}5722$$

Por lo que se puede concluir que más exacto el polinomio de grado 2.

Si $P(1,5)$ ∴

$P(1,5) = (1,5)^2 + 0,4(1,5) + 1,3 = 4,15$ //

$P(1,5) = 1,96617 \cdot e^{0,4397(1,5)} = 3,80$ //