Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки 09.03.04 «Программная инженерия» –

Системное и прикладное программное обеспечение

**Отчёт**

**По лабораторной работе №1**

**«Обработка результатов измерений:**

**статистический анализ числовой последовательности»**

**По моделированию**

**Вариант: 19**

**Выполнил:**

студент 3 курса  
Саранча Павел Александрович

**Группа:** P3309

**Принял:**

Алиев Тауфик Измайлович

Отчёт принят «\_\_»\_\_\_\_\_2025 г.

Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

г. Санкт-Петербург, 2025

# Задание

# Цель работы

# Изучение методов обработки и статистического анализа результатов измерений на примере заданной числовой последовательности путем оценки числовых моментов и выявления свойств последовательности на основе корреляционного анализа, а также аппроксимация закона распределения заданной последовательности по двум числовым моментам случайной величины.

**Содержание отчета**

1. оценки математичес*кого ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения, коэффициента вариации* заданной числовой последовательности и *доверительные интервалы* для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями 0,9; 0,95 и 0,99, сведенные в таблицу (форма 1);
2. график (график 1) значений заданной числовой последовательности с результатами анализа характера числовой последовательности (возрастающая, убывающая, периодичная и т.п.);
3. результаты автокорреляционного анализа (значения коэффициентов автокорреляции со сдвигом 1, 2, 3, …), представленные как в числовом (форма 3), так и графическом виде, с *обоснованным выводом о характере заданной числовой последовательности* (можно ли ее считать случайной);
4. гистограмма распределения частот для заданной числовой последовательности (график 2);
5. параметры, рассчитанные по двум начальным моментам и определяющие *вид аппроксимирующего закона распределения* заданной случайной последовательности (равномерный; экспоненциальный; нормированный Эрланга; гипоэкспоненциальный; гиперэкспоненциальный);
6. *описание алгоритма (программы) формирования* аппроксимирующего закона распределения и расчета значений всех числовых характеристик с иллюстрацией (при защите отчета) его работоспособности;
7. выводы по результатам сравнения сгенерированной в соответствии с полученным аппроксимирующим законом распределения последовательности случайных величин и заданной числовой последовательности, а именно:
   1. сравнения *плотности распределения* аппроксимирующего закона с *гистограммой распределения* частот для исходной числовой последовательности (график 3);
   2. расчета числовых характеристик *сгенерированной* в соответствии с аппроксимирующим законом распределения случайной последовательности: математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения, коэффициента вариации (представленные в таблице по форме 2) и коэффициентов автокорреляции при разных значениях сдвигов (в таблице по форме 3), а также сравнения (в %) полученных значений со значениями, рассчитанными для *заданной* числовой последовательности;
   3. проведения *корреляционного анализа* сгенерированной в соответствии с аппроксимирующим законом распределения последовательности случайных величин и заданной числовой последовательности на основе *коэффициента корреляции*.
8. ***по каждому из перечисленных выше пунктов отчета должны быть сформулированы результативные выводы и заключения****.*

# Ход работы

**Этап 1. Форма №1.** Оценки *математического ожидания*, *дисперсии*, *среднеквадратического отклонения*, *коэффициента вариации* заданной числовой последовательности и *доверительные интервалы* для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями 0,9; 0,95 и 0,99, сведенные в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Характеристика** |  | **Количество случайных величин** | | | | | |
|  | **10** | **20** | **50** | **100** | **200** | **300** |
| **Мат. ож.** | Знач. | 125.718 | 129.050 | 101.401 | 104.779 | 99.451 | 104.923 |
| % | 19.820 | 22.995 | -3.356 | -0.137 | -5.215 |
| Дов. инт. (0,9) | Знач. | 61.764 | 43.877 | 21.721 | 15.113 | 10.461 | 9.470 |
| % | 552.177 | 363.309 | 129.351 | 59.580 | 10.462 |
| Дов. инт. (0,95) | Знач. | 73.597 | 52.283 | 25.882 | 18.008 | 12.465 | 11.285 |
| % | 552.177 | 363.309 | 129.351 | 59.580 | 10.462 |
| Дов. инт. (0,99) | Знач. | 96.722 | 68.712 | 34.014 | 23.667 | 16.382 | 14.831 |
| % | 552.177 | 363.309 | 129.351 | 59.580 | 10.462 |
| **Дисперсия** | Знач. | 14099.984 | 14231.758 | 8718.838 | 8441.928 | 8089.905 | 9945.089 |
| % | 41.778 | 43.103 | -12.330 | -15.115 | -18.654 |
| **С. к. о.** | Знач. | 118.743 | 119.297 | 93.375 | 91.880 | 89.944 | 99.725 |
| % | 19.071 | 19.626 | -6.368 | -7.867 | -9.808 |
| **К-т вариации** | Знач. | 0.945 | 0.924 | 0.921 | 0.877 | 0.904 | 0.950 |
| % | -0.625 | -2.739 | -3.116 | -7.740 | -4.846 |

% – относительные отклонения полученных значений от наилучших значений, полагая, что наилучшими (эталонными) являются значения, рассчитанные для наиболее представительной выборки из трехсот случайных величин.

**Вывод из 1 этапа:** Дисперсия и среднеквадратическое отклонение убывают с увеличением выборки, это свидетельствует о повышении точности и стабильности статистических оценок, приближающих их к истинным параметрам генеральной совокупности. Коэффициент вариации показывает умеренные изменения, что указывает на относительную стабильность отношения стандартного отклонения к среднему при увеличении выборки.

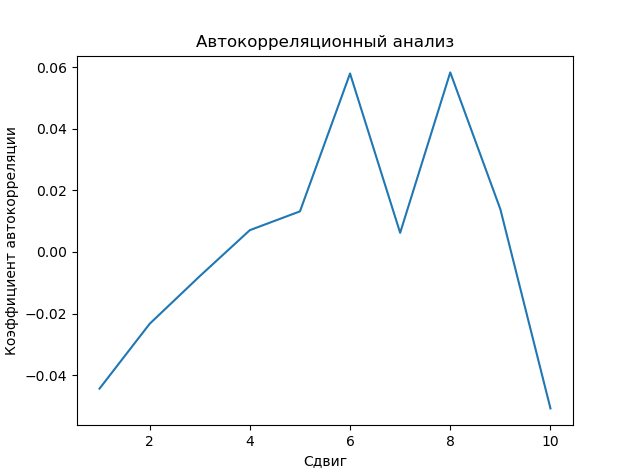
**Этап 2. График №1.** Значений заданной числовой последовательности с результатами анализа характера числовой последовательности.



**Вывод из 2 этапа:** Изучив график, можно сделать вывод, что исходная последовательность не является периодической, возрастающей или убывающей.

**Этап 3. Форма 3.** Результаты автокорреляционного анализа (значения коэффициентов автокорреляции со сдвигом 1, 2, 3, …), представленные как в числовом (форма 3), так и графическом виде.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Сдвиг ЧП** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **К-т АК** | -0.0434 | -0.0209 | -0.0090 | 0.0066 | 0.0163 | 0.0482 | 0.0003 | 0.0490 | 0.0200 | -0.0543 |

****

**Вывод из 3 этапа:** Последовательность можно считать случайной так как данные коэффициенты указывают на то, что между числами не было выявлено ни линейной, ни циклической зависимости, нет тенденции и периодичности.

**Этап 4. График 2.** Гистограмма распределения частот для заданной числовой последовательности (график 2).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Интервалы** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **№** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| **Левая граница** | 10.18 | 47.32 | 84.45 | 121.59 | 158.73 | 195.86 | 233.00 | 270.14 | 307.27 | 344.41 | 381.55 | 418.68 | 455.82 | 492.95 | 530.09 | 567.23 | 604.36 | 641.50 |
| **Правая граница** | 47.32 | 84.45 | 121.59 | 158.73 | 195.86 | 233.00 | 270.14 | 307.27 | 344.41 | 381.55 | 418.68 | 455.82 | 492.95 | 530.09 | 567.23 | 604.36 | 641.50 | 678.64 |
| **Частота** | 109 | 68 | 26 | 27 | 22 | 17 | 9 | 8 | 3 | 5 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |



**Вывод из 4 этапа:** Исходя из гистограммы мы можем видеть, что большая часть значений располагается в промежутке от 10.18 до 84.45, еще часть располагается до 381.55 и наименьшая часть значений располагается в диапазоне больше 381.55. Из коэффициента вариации (близок к 1), можно предположить, что закон распределения ЧП – Эрланга.

**5 этап.** Параметры, рассчитанные по двум начальным моментам и определяющие *вид аппроксимирующего закона распределения* заданной случайной последовательности (равномерный; экспоненциальный; нормированный Эрланга; гипоэкспоненциальный; гиперэкспоненциальный).

Для данной по варианту выборки коэффициент вариации практически равен единице, следовательно, для аппроксимации последовательности будем использовать закон: Эрланга. Значения математического ожидания (t = M(X) = 104.923) и коэффициента вариации v = 0.95) были определены ранее.

Соответственно, получаем следующий аппроксимирующий закон распределения:

**Вывод из 5 этапа:** Исходя из прошлого этапа и вычислений в данном этапе, можем сказать, что аппроксимирующий закон распределения данной ЧП: Эрланга 2-го порядка.

**6 этап.** *Описание алгоритма (программы) формирования* аппроксимирующего закона распределения и расчета значений всех числовых характеристик с иллюстрацией (при защите отчета) его работоспособности.

**Описание:**

Для генерации случайной последовательности используем Excel. В листе Генератор создадим 300 пар случайных чисел (r1, r2) с помощью =СЛМАССИВ(300; 2).

Используем эти данные для генерации распределения Эрланга 2-го порядка:

=-($H$1/$E$1)\*LN((1-Генератор!A1)\*(1-Генератор!B1))

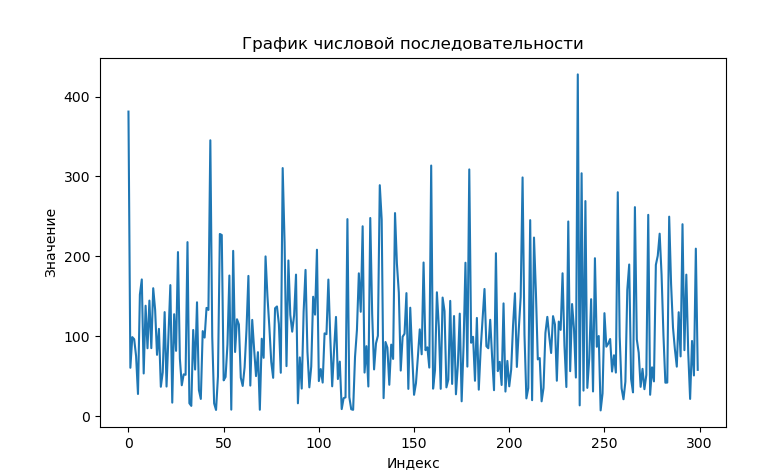
Получим числовую последовательность.

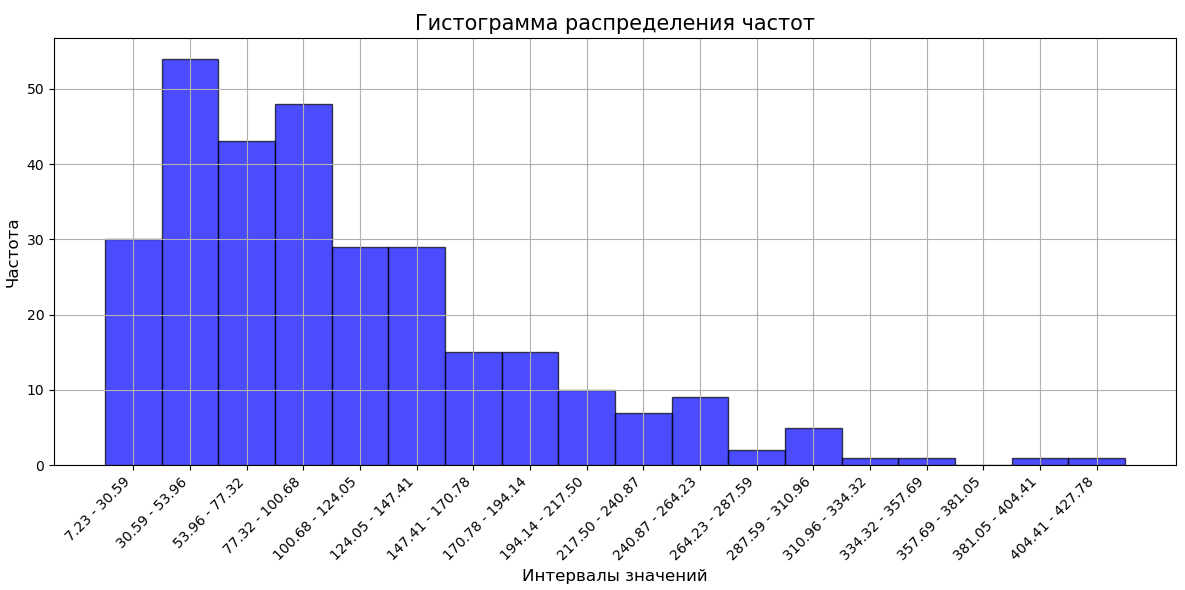
**Вывод из 6 этапа:** Удалось сформировать ЧП по аппроксимирующему закону в Excel и описать алгоритм формирования ЧП.

**7 этап. График 3. Форма 2.** Выводы по результатам сравнения сгенерированной в соответствии с полученным аппроксимирующим законом распределения последовательности случайных величин и заданной числовой последовательности.

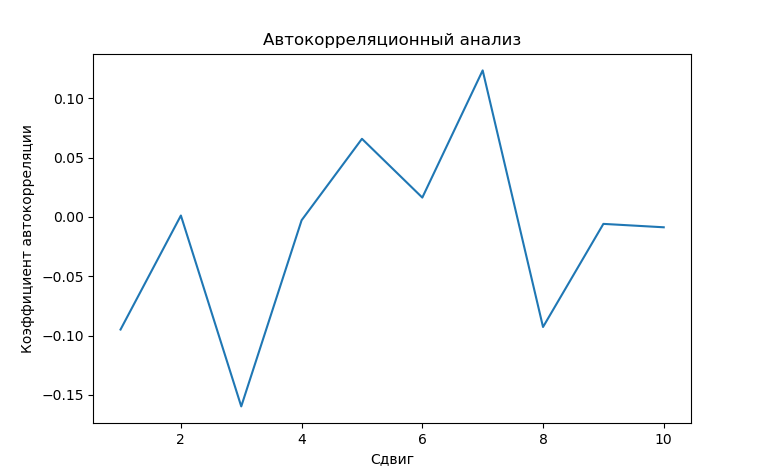
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Закон распределения: Эрланга 2-го порядка*** | | | | | | | |
| **Характеристика** |  | **Количество случайных величин** | | | | | |
|  | **10** | **20** | **50** | **100** | **200** | **300** |
| **Мат. ож.** | Знач, | 125.532 | 113.581 | 105.492 | 105.908 | 102.140 | 104.498 |
| % | 20.128 | 8.693 | 0.952 | 1.350 | -2.256 |
| Дов. инт. (0,9) | Знач, | 52.416 | 27.853 | 18.304 | 11.714 | 8.119 | 6.996 |
| % | 649.264 | 298.151 | 161.653 | 67.448 | 16.058 |
| Дов. инт. (0,95) | Знач, | 62.458 | 33.189 | 21.811 | 13.958 | 9.674 | 8.336 |
| % | 649.264 | 298.151 | 161.653 | 67.448 | 16.058 |
| Дов. инт. (0,99) | Знач, | 82.083 | 43.618 | 28.665 | 18.344 | 12.714 | 10.955 |
| % | 649.264 | 298.151 | 161.653 | 67.448 | 16.058 |
| **Дисперсия** | Знач, | 10154.930 | 5734.981 | 6191.944 | 5071.840 | 4872.914 | 5426.602 |
| % | 87.132 | 5.683 | 14.104 | -6.537 | -10.203 |
| **С. к. о.** | Знач, | 100.772 | 75.730 | 78.689 | 71.217 | 69.806 | 73.665 |
| % | 36.796 | 2.802 | 6.819 | -3.324 | -5.239 |
| **К-т вариации** | Знач, | 0.803 | 0.667 | 0.746 | 0.672 | 0.683 | 0.705 |
| % | 13.875 | -5.419 | 5.812 | -4.612 | -3.052 |

Математическое ожидание отличается от математического ожидания исходной выборки на величину, не превосходящую доверительные интервалы. Это говорит о том, что аппроксимация выполнена качественно.





При сравнении полученных гистограмм видно, что полученная нами последовательность похожа на исходную. Тем самым, мы доказали, что выбранная нами аппроксимация подходит.



Коэффициент автокорреляции интервалов от 1 до 10 приближены к нулю, следовательно, можно сказать, что выборка случайна.

**Коэффициент корреляции между двумя числовыми последовательностями:**

Для сгенерированной и полученной последовательности мы рассчитали корреляционную зависимость. Корреляция между исходной и сгенерированной случайной последовательностями очень слабая, и это можно расценивать, как независимость.

**Вывод из 7 этапа:** Сравнение гистограммы распределения частот исходной числовой последовательности и плотности распределения закона Эрланга 2-го порядка показало, что действительно исходная ЧП соотносится с Эрлангом 2-го порядка. Сравнение числовых характеристик исходной и сгенерированной ЧП показало явное сходство характеристик.

**Выводы**

В рамках лабораторной работы была дана числовая последовательность, для которой были определены математическое ожидание, дисперсия и другие параметры.

Далее была проанализирована построенная гистограмма, по которой не было выявлено возрастания, убывания или периодичности последовательности. Исследуемую последовательность можно назвать случайной исходя из автокорреляционного анализа. Затем были вычислены параметры аппроксимирующего закона и по ним в итоге сгенерирована новая последовательность. Коэффициент вариации первой и второй последовательности близится к 1. Коэффициент автокорреляции первой и второй последовательности варьируется около нуля, исходя из этого можно сделать вывод о том, что выборка случайна.