МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №3
з дисципліни
«Дискретна математика»

Виконав:
студент групи КН-114
Мороз Павло

Викладач:
Мельникова Н.І

Львів – 2019 р.

Лабораторна робота № 3.

Тема: Побудова матриці бінарного відношення

Мета роботи: набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.

Теоретичні відомості

Декартів добуток множин A і B (позначається $A\times B$) – це множина всіх упорядкованих пар елементів (a,b), де $a \in A$, $b\in B$. При цьому вважається, що (a1,b1) = (a2,b2) тоді і тільки тоді, коли a1 = a2 ,b1 = b2. Потужність декартового добутку дорівнює $A\times B$.

Бінарним відношенням R називається підмножина декартового добутку $A\times B$. тобто $R \subset A\times B$).
Якщо пара (a,b) належить відношенню R , то пишуть $(a, b)\in R$, або aRb .
Областю визначення бінарного відношення $R \subset X \times Y$ називається множина
$\delta R =\{x\ \exists y\ (x, y) \in R\}$, a
областю значень – множина $\rho R =\{y\ \exists x\ (x, y)\in R\}$ ($\exists$- існує).
Для скінчених множин бінарне відношення $R \subset A\times B$ зручно задавати за допомогою матриці
відношення $R_{m\times n} = (r_{ij})$, де m = A , а n = B .

Види бінарних відношень.
Нехай задано бінарне відношення R на множині A2 : $R \subseteq A\times A= \{(a, b)\ a\in A, b\in A\}$.
1. Бінарне відношення R на множині A називається *рефлексивним*, якщо для будь якого $a \in A$
виконується aRa , тобто $(a,a)\in R$. Головна діагональ матриці рефлексивного відношення складається з одиниць. Граф рефлексивного відношення обов'язково має петлі у кожній вершині.
2. Бінарне відношення R на множині A називається *антирефлексивним*, якщо для будь якого $a\in A$ не виконується aRa , тобто $(a,a)\notin R$. Головна діагональ матриці антирефлексивного відношення складається з нулів. Граф антирефлексивного відношення не має петель.
3. Бінарне відношення R на множині A називається *симетричним*, якщо для будь яких $a,b\in A$ з aRb слідує bRa , тобто якщо $(a,b)\in R$ то і $(b,a)\in R$. Матриця симетричного відношення симетрична відносно головної діагоналі. Граф симетричного відношення не є орієнтованим.
4. Бінарне відношення R на множині A називається *антисиметричним*, якщо для будь яких $a,b\in A$ з aRb та bRa слідує що $a = b$. Тобто якщо $(a,b)\in R$ і $(b,a)\in R$, то $a = b$. Матриця антисиметричного відношення не має жодної

пари одиниць, які знаходяться на симетричних місцях по відношенню до головної діагоналі. У графа антисиметричного відношення вершини з'єднуються тільки однією напрямною дугою.

5. Бінарне відношення R на множині A називається *транзитивним*, якщо для будь яких $a, b, c \in A$ з aRb та bRc слідує, що aRc . Тобто якщо $(a,b) \in R$ і $(b,c) \in R$, то $(a,c) \in R$. Матриця транзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma ij = 1$ та $\sigma jm = 1$, то обов'язково $\sigma im = 1$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з'єднані дугами, наприклад, перша-друга та друга-третя вершини, то обов'язково є дуга з першої в третю вершину.

6. Бінарне відношення R на множині A називається *антитранзитивним*, якщо для будь яких $a,b, c \in A$ з aRb та bRc слідує що не виконується aRc . Тобто якщо $(a, b) \in R$ і $(b,c) \in R$, то $(a, c) \notin R$. Матриця антитранзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma ij = 1$ та $\sigma jm = 1$, то обов'язково $\sigma im = 0$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з'єднані дугами, наприклад, перша-друга та друга-третя вершини, то обов'язково немає дуги з першої в третю вершину.

Варіант № 15

1. Чи є вірною рівність:

$(A \times (B \cap C)) \cap ((A \cap B) \times C) = (A \times C) \cap (B \times B)$?

2. Знайти матрицю відношення $R \subset M \times 2^M$, де $M = \{1,2,3\}$:

$R = \{(x, y) | x \in M \; \& \; y \subset M \; \& \; |y| \le x\}$.

3. Зобразити відношення графічно:

$\alpha = \{(x, y) | (x, y) \in R^2 \; \& \; x + y^2 - 1 > 0\}$, де R - множина дійсних чисел.

4. Навести приклад бінарного відношення $R \subset A \times A$, де $A = \{a, b, c, d, e\}$, яке є антирефлексивне, несиметричне, транзитивне,
та побудувати його матрицю.

5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:

$\alpha = \{(x, y) | (x, y) \in R^2 \; \& \; y = x + |x|\}$.

1

$$(A \times (B \cap C)) \cap ((A \cap B) \times \mathrm{C}) = (A \cap C) \cap (B \times B)$$

$(x, y) \in (A \times (B \cap C)) \cap ((A \cap B) \times C) = ((x \in A) \& (y \in B \; \& \; y \in C)) \& ((x \in A \; \& x \;\; \in B) \& (y \in C))$

$((x \in A) \& \; (y \in B)) \& ((x \in A) \; \& \; (y \in C)) \& ((x \in A) \; \& \; (y \in C)) \& ((x \in B) \& \; (y \in C)) = \; ((x \in B) \& \; (y \in B)) \; \& ((x \in A) \& \; (y \in C)) =$

$(A \cap C) \cap (B \times B)$

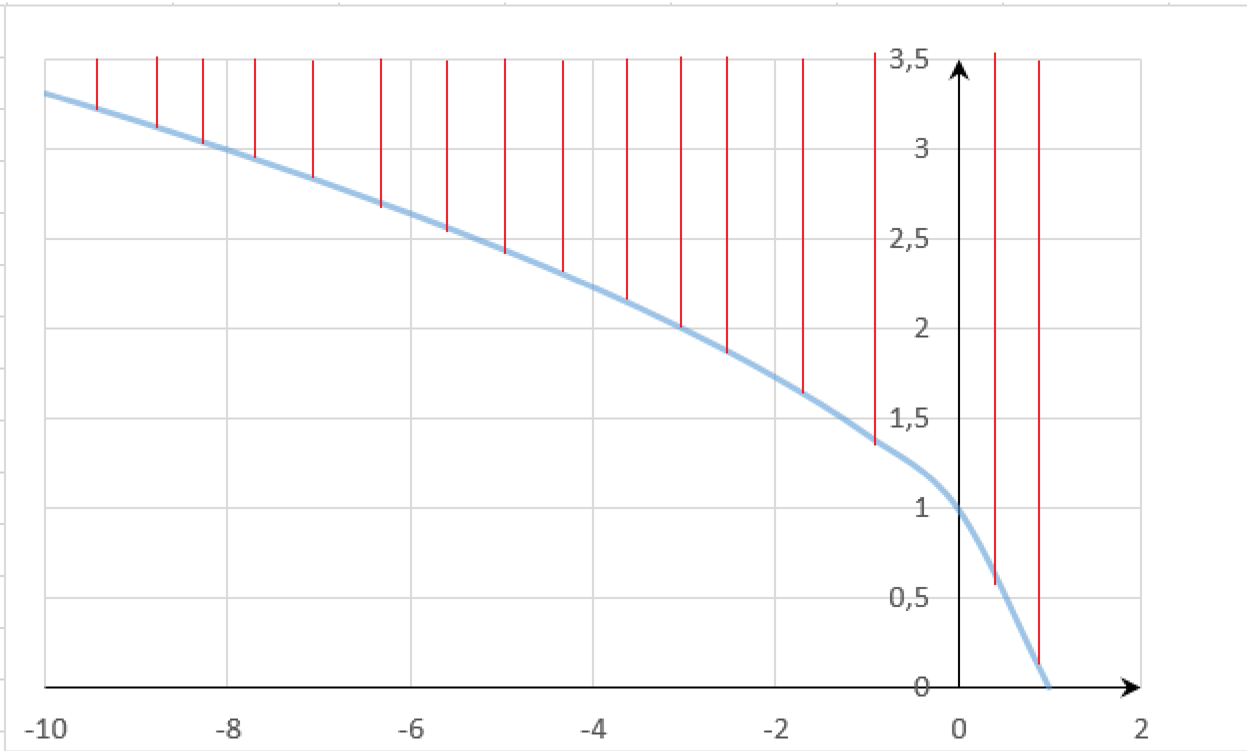
2

$$M = \{1,2,3\}, R = \{(x,y) | x \in M \,\&\, y \subset M \,\&\, |y| \le x\}$$

	{∅}	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0	1	0	0	1	1	0	1
2	0	1	1	0	1	1	1	1
3	0	1	1	1	1	1	1	1

3

$\alpha = \{(x,y) | (x,y) \in R^2 \,\&\, x + y^2 - 1 > 0\}$, де R – множина дійсних чисел



4

$R \subset$ A × A, де A = {a, b, c, d, e}

Відношення є антирефлексивне, несиметричне, транзитивне. Оскільки воно антирефлексивне, то не має бути жодної пари {a,a} ∉ R.

Оскільки відношення транзитивне, то

Приклад такого відношення:

R⊂{{a,b},{a,e},{b,c},{b,e},{c,a},{c,e},{d,a},{d,b},{d,c},{e,d}}

Його ж. матриця

	a	b	c	d	e
a	0	1	0	0	1
b	0	0	1	0	1
c	1	0	0	0	1
d	1	1	1	0	0
e	0	0	0	1	0

5

На якій множині чисел відношення $a = \{(x, y)|(x, y) \in R^2 \;\&\; y = x + |x|\}$ є а) функціональним б) бієктивним.

А)Відношення є функціональним при x≥0, при x<0 значення $x + |x|$ будуть нулями.

Б)Щоб відношення було бієктивним, треба щоб воно було сур'єктивним та ін'єктивним одночасно. Це відношення є ін'єктивним при x≥0. Але це відношення не є сур'єктивним, бо значення y може бути лише невід'ємним. Тому це відношення не є бієктивним.

Завдання 2

Написати програму, яка знаходить матрицю бінарного відношення $\rho \subset A \times B$ заданого на двох числових множинах. Реалізувати введення цих множин, та виведення на екран матриці відношення. Перевірити програмно якого типу є задане відношення. Навести різні варіанти тестових прикладів.

$\rho = \{(a, b)\; a \in A \& b \in B \; \& (a + b + 1) > 3\};$

Код програми

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main(){
    int n,m;
    cout<<"Enter size of set A: ";
    cin>>n;
    int a[n];
    cout<<"Enter elems of A"<<endl;
    for(int i = 0 ;i<n; i++)
        cin>>a[i];
    sort(a,a+n);
    int b[n];
    cout<<"Enter elems of B"<<endl;
    for(int i = 0 ;i<n; i++)
        cin>>b[i];
    sort(b,b+n);
    int c[n][n]={0};
    int refl = 0;
    for(int i = 0 ;i<n;i++){
       for(int j=0;j<n;j++){
            c[i][j]=((a[i]+b[j]+1)>3);
            refl += (c[i][j]==1 && i==j);
            cout<<c[i][j]<<' ';
        }
        cout<<endl;
        }

    if(refl == n)cout<<endl<<"Reflexive"<<endl;
    else if(refl == 0)cout<<endl<<"Antireflexive"<<endl;
    else cout<<endl<<"Areflexive"<<endl;
    int symm =0;
    for(int i=0;i<n;i++){
    for(int j=i+1;j<n;j++){
            if(c[i][j]!=c[j][i]){symm=1;break;}
    }
    }

     if(symm == 1)cout<<endl<<"Symmetric"<<endl;
    else cout<<endl<<"No symmetric"<<endl;
    int trans = 0;
        for(int i=0;i<n;i++){
        for(int j=0;j<n;j++){
        if(c[i][j]==1){
        for(int k=0;k<n;k++){
            if(c[j][k]==1 && c[i][k]==1)trans = 1;
        }}}}
        if(trans == 1)cout<<endl<<"Transitive"<<endl;
    else cout<<endl<<"No Transitive"<<endl;
}
```

Результати роботи програми

```
C:\Users\Admin\source\repos\sdfsadaq\bin\Debug\sdfsadaq.exe
Enter size of sets: 5
Enter elems of A
1 2 3 4 5
Enter elems of B
1 2 3 4 5
0 1 1 1 1
1 1 1 1 1
1 1 1 1 1
1 1 1 1 1
1 1 1 1 1

Areflexive

No symmetric

Transitive

Process returned 0 (0x0)   execution time : 17.526 s
Press any key to continue.
```

```
Выбрать C:\Users\Admin\source\repos\
Enter size of sets: 5
Enter elems of A
-1 -1 -1 -1 5
Enter elems of B
5 -5 -5 2 3
1 0 0 0 0
1 0 0 0 0
1 0 0 0 0
1 0 0 0 0
1 0 0 1 1

Areflexive

No symmetric

No Transitive
```

Висновок

Я набув практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.