

Gestion de Portefeuille

TP-4: Impact de la matrice de covariance dans le modèle MV

POUPARD Paul - NANTAS Paul - SPRIET Thibault - UNG Théophile

Février-Mars 2021

Données

On utilise la base de données “MultiAsset” du paquet FRAPO:

```
library(FRAPO)
data(MultiAsset)
R <- returnseries(MultiAsset, percentage=F, trim=T)
```

Quelques statistiques descriptives sont résumées ci-dessous:

Table 1: Summary Statistics

	mean	std dev	skewness	kurtosis
GSPC	0.0007196	0.0483492	-0.8809988	1.7602430
RUA	0.0011323	0.0503202	-0.8975063	1.8397675
GDAXI	0.0046327	0.0597951	-0.9841812	1.9749395
FTSE	0.0018748	0.0437702	-0.6912771	0.4962667
N225	-0.0030518	0.0623081	-1.0447685	2.8567460
EEM	0.0085561	0.0807882	-0.7309404	1.2765558
DJCBTI	0.0037850	0.0167642	0.7542986	2.7505223
GREXP	0.0037178	0.0101831	0.1244254	-0.4231236
BG05.L	0.0013854	0.0151824	0.2047405	1.1789559
GLD	0.0158004	0.0547407	-0.4762910	0.7606515

Etude de la matrice de covariance

On se propose d'étudier la matrice de covariance à l'aide de la formule de Stevens pour la matrice d'information $\mathcal{I} = \Sigma^{-1}$.

- Pour chaque actif, estimer le modèle

$$R_{i,t} = \beta_0 + \beta_i^T R_t^{(-i)} + \epsilon_{i,t}$$

avec $R_t^{(-i)}$ vecteur de rendement de tous les actifs sauf l'actif i , $\epsilon_{i,t} \sim \mathcal{N}(0, s_i^2)$

- Trier les modèles par R_i^2 décroissant. En déduire les actifs qui sont susceptibles de recevoir un poids important dans le portefeuille optimal MV.

Nous allons calculer les R_i^2 à partir de la formule :

$$R_i^2 = 1 - \frac{1}{\mathcal{I}_{i,i}\sigma_i^2} =$$

Table 2: Ri2 à partir de la formule de Stevens

	Ri2
RUA	0.9963691
GSPC	0.9961294
EEM	0.8399689
FTSE	0.8388909
GDAXI	0.8260906
DJCBTI	0.6488550
N225	0.6317309
GREXP	0.5520519
BG05.L	0.5366373
GLD	0.3987043

On observe que les indices RUA et GSPC ont un R_i^2 très élevé par rapport aux autres indices, ce qui présuppose une place importante dans le portefeuille puisque cela signifie que leur rendement est très bien répliqué par les autres indices. En revanche pour l'or, le R_i^2 est très faible, cela signifie que son rendement ne suit pas les mêmes tendances que celui dans les autres indices. Ce résultat n'est pas surprenant car l'or est la valeur refuge par excellence. On s'attend donc à avoir un faible poids pour l'or.

A l'opposé l'actif N225 se trouvant être relativement risqué comparativement aux autres actifs (avec $\text{stddev} = 0.0437702$) et possédant un rentabilité pas meilleure que les autres actifs, le N225 ne jouera sûrement pas un rôle important dans notre portefeuille.

On peut prédire que l'actif EEM ne sera pas prépondérant dans le portefeuille dans la mesure où il possède un moins bon rendement que le RUA et un risque supérieur (std dev de RUA = 0.050 contre std dev de EEM = 0.081).

De plus comparativement on peut prédire que le GREXP jouera un rôle plus important que la BG05.L car plus possédant un meilleur rendement et moins averse au risque.

- Calculer les poids optimaux du modèle MV, et comparer avec les résultats des régressions.

Pour calculer les poids nous allons utiliser la formule suite :

$$w_i(\gamma) = \gamma \frac{\mu_i - \beta_i^T \mu_i^{(-i)}}{s_i^2} = \gamma \frac{\mu_i - \beta_i^T \mu_i^{(-i)}}{\sigma_i^2(1 - R_i^2)}$$

Table 3: Allocations des indices

	Moyenne-Variance	Estimation
GSPC	1.1423077	1.1423077
RUA	0.6560399	0.6560399
GDAXI	0.2329577	0.2329577
FTSE	0.1192863	0.1192863
N225	0.0941292	0.0941292
EEM	0.0189341	0.0189341
DJCBTI	-0.0003179	-0.0003179
GREXP	-0.0820372	-0.0820372
BG05.L	-0.3922587	-0.3922587
GLD	-0.7890413	-0.7890413

Comme prédit à partir des R_i^2 , les indices RUA et GSPC ont bien des poids importants dans le portefeuille. On observe cependant que RUA à un poids positif alors que GSPC à un poids négatif. Cela s'explique par le fait que la différence entre le rendement espéré de l'indice et celui du portefeuille de couverture est négatif. On retrouve également le résultat attendu pour l'or qui a bien poid faible.

En revanche, on retrouve l'actif GREXP avec le poids le plus important alors que son R_i^2 était relativement faible. Cela s'explique par le fait que GREXP à un risque très faible avec std dev = 0.0101831, qui est la plus faible de tous les actifs. De plus, le rendement espéré de l'indice et celui du portefeuille de couverture doit être grand.

On remarque également que BG05.L à un poids négatif. Cela s'explique par un rendement bien inférieur à celui du portefeuille de couverture et à un faible R_i^2 .

On retrouve donc un portefeuille composé de trois indices principaux (GREXP, RUA et GDAXI), dans lequel le risque est centré sur les facteurs d'arbitrage. Les indices comme GSPC qui reproduisent bien les rendements des autres indices mais qui ont un rendement plus faible sont vendus de façon exagérée pour acheter ces facteurs d'arbitrages.

Cet exemple montre bien les limites du modèle moyenne-variance qui concentre trop le risque sur les actifs qui peuvent être très bien répliqués par d'autres actifs et qui pousse par conséquent à shorter certains actifs et ainsi remettre en cause la fiabilité de notre portefeuille.