

Statistik I — Aufgabenzettel 2

(Abgabe: 18.12.2023)

Hinweise zur Abgabe dieses Aufgabenzettels

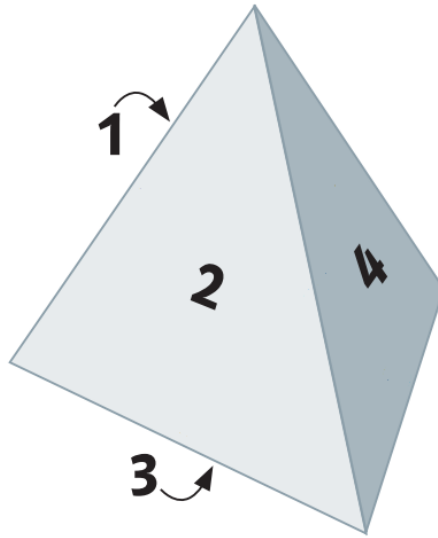
- es handelt sich um eine Gruppenabgabe, wobei Gruppen mit 2-3 Mitgliedern zulässig sind — **Einzelabgaben sind nicht mehr zulässig**
- Gruppen können tutorienübergreifend gebildet und bei späteren Aufgabenzetteln jederzeit neu zusammengesetzt werden
- jede Person kann in nur einer Gruppe mitwirken und jede Gruppe nur eine Lösung abgeben
- die Abgabe ist bis zum 18.12.2023, 23:59 Uhr über Moodle möglich und von nur *einer* (beliebigen) Person aus jeder Gruppe durchzuführen
- geben Sie in Ihrer Abgabedatei auf der ersten Seite der Lösungen klar und deutlich alle Mitglieder der Gruppe an (Vorname, Name, Matrikelnummer)
- wir empfehlen, dass die abgebende Person sowohl die finale Abgabedatei als auch einen Screenshot der Abgabe in Moodle an die anderen Gruppenmitglieder schickt
- Lösungen können u.a. aus folgenden Komponenten bestehen: R Code und R Output, Screenshots, abfotografierte oder eingescannte handschriftliche Lösungen, mit einem Editor wie MS Word erstellte Lösungen — wir sind hier flexibel, alles was lesbar ist wird akzeptiert
- die einzelnen Komponenten sind für die Abgabe jedoch zu einer *einzigsten* **PDF Datei** zusammenzufügen — hierfür gibt es kostenlose Online-Tools, z.B. Smallpdf
- der Lösungsweg muss immer klar ersichtlich und die Lösung vollständig sein — sollten beispielsweise Grafiken zu erstellen sein, so sollten diese auch Teil Ihrer Abgabe sein
- wir nutzen das folgende Punkteschema (pro Aufgabe):
 - gar nichts gemacht \rightsquigarrow 0 Punkte
 - sich an der Aufgabe versucht, aber sehr wenig richtig gemacht \rightsquigarrow 1 Punkt
 - teilweise richtige Lösungen/Lösungsansätze vorgelegt \rightsquigarrow 2 Punkte
 - die Aufgabe gut bearbeitet, mit kleinen Schönheitsfehlern \rightsquigarrow 3 Punkte
 - die Aufgabe vollständig zufriedenstellend bearbeitet \rightsquigarrow 4 Punkte

(bewertet wird nicht kleinteilig jede Teilaufgabe, sondern nach Gesamteindruck)

- nach Ende der Abgabefrist werden Musterlösungen bei Moodle bereitgestellt, eine Besprechung in den Tutorien wird es nicht geben
- falls während der Bearbeitungszeit Fragen auftreten sollten, dann melden Sie sich jederzeit gerne über die [Pinnwand](#) (eine Antwort kommt in der Regel innerhalb einiger Stunden)

Aufgabe 1: Wahrscheinlichkeitsrechnung

Wir betrachten in dieser Aufgabe das Zufallsexperiment, bei dem wir dreimal hintereinander einen fairen vierseitigen Würfel wie unten abgebildet werfen.



Geben Sie an:

- den Ergebnisraum Ω ;
- die Wahrscheinlichkeit, dass die Gesamtsumme der Augenzahlen zweistellig ist;
- die Wahrscheinlichkeit, dass drei unterschiedliche Augenzahlen gewürfelt werden;
- die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Gesamtsumme der Augenzahlen zweistellig ist, gegeben dass der erste Wurf eine Vier ergab;
- die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass der erste Wurf eine Vier ergeben hat, gegeben dass die Gesamtsumme der Augenzahlen zweistellig ist.

Aufgabe 2: Satz von Bayes

In dieser Aufgabe geht es um die Statistik Klausur im nächsten Jahr. Wir nehmen an, dass

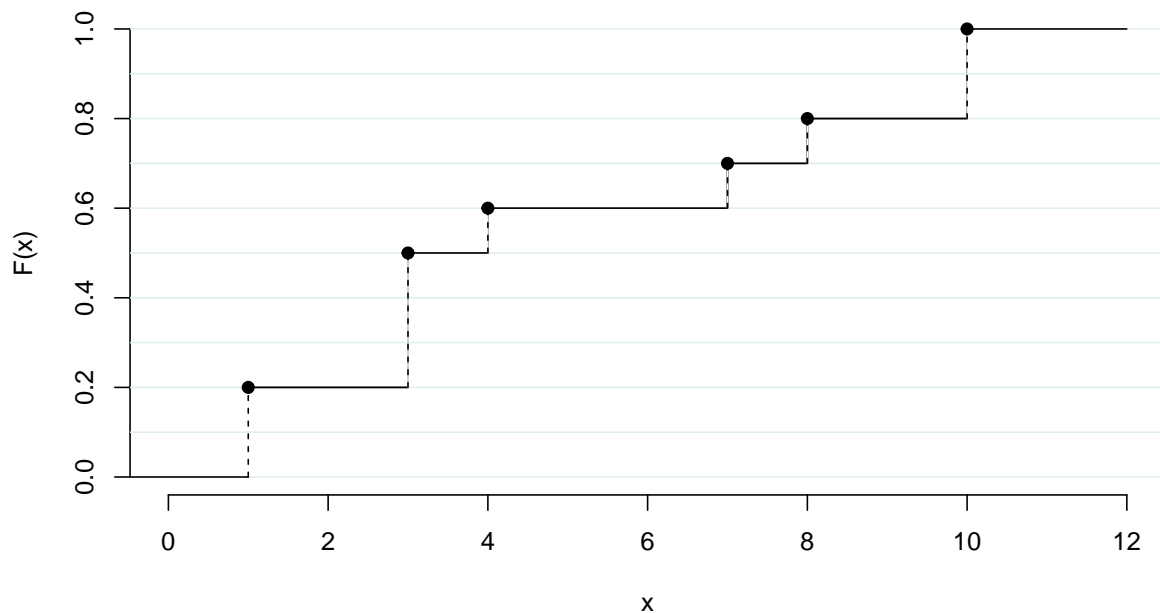
- sich 90% der Studierenden auf die Klausur vorbereiten;
- die Wahrscheinlichkeit des Bestehens ohne jegliche Vorbereitung bei 30% liegt;
- die Wahrscheinlichkeit des Bestehens mit Vorbereitung bei 80% liegt.

Wenn nun jemand die Klausur besteht, wie wahrscheinlich ist es dann, dass sich diese Person auf die Klausur vorbereitet hatte? Ermitteln Sie das Ergebnis:

- a) durch Nutzung des Satzes von Bayes;
- b) durch Nutzung eines Wahrscheinlichkeitsbaums.

Aufgabe 3: Diskrete Zufallsvariable

Wir betrachten eine Zufallsvariable X mit der folgenden Verteilungsfunktion:



- Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten $f(x) = P(X = x)$ für alle x aus dem Träger \mathcal{T} an.
- Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von X .
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse aus b) durch Simulation von 100 000 Realisationen aus X . Hierzu können Sie den Befehl

```
sample(x, size=n, prob=fx, replace=TRUE)
```

nutzen, wobei x ein Vektor mit allen Elementen $x \in \mathcal{T}$ ist, n die Anzahl an Realisationen und fx ein Vektor mit den Wahrscheinlichkeiten der $x \in \mathcal{T}$.

Aufgabe 4: Poissonverteilung

In der Bundesliga fallen pro Spiel im Mittel 3.1 Tore. Wir nehmen daher an, dass die Anzahl Tore pro Spiel einer Poissonverteilung mit Parameter $\lambda = 3.1$ folgt.

- Geben Sie an:
 - die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spiel torlos bleibt;
 - die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel mehr als fünf Tore fallen;
 - die Wahrscheinlichkeit, dass eine gerade Anzahl Tore geschossen wird.

Hierbei ist egal, ob Sie R nutzen, einen Taschenrechner oder sonstige Hilfsmittel.

- Überprüfen Sie Ihr erstes Ergebnis aus a) (bzgl. der torlosen Spiele) durch Simulation von 100 000 Realisationen aus X .

- c) Ermitteln Sie den Median der Anzahl geschossener Tore.
- d) Ermitteln Sie basierend auf Ihrem zweiten Ergebnis aus a), was die faire Quote wäre auf eine Wette darauf, dass in einem Spiel mehr als fünf Tore fallen.

Mit Quoten ist wie folgt zu rechnen: Wettet man z.B. 10 Euro auf ein Ereignis mit einer Quote von 3.4, dann bekommt man bei Eintreten des Ereignisses 34 Euro ausgezahlt, hat also 24 Euro gewonnen. Tritt das Ereignis nicht ein, so hat man die 10 Euro verloren. Eine Quote ist fair, falls der erwartete Gewinn bei der Wette 0 Euro ist.