

Modélisation de la propagation acoustique dans un pavillon

PAUL-TIBERIU IORDACHE, MÉLISSA DAVID

4 Avril 2023

Abstract

Dans le cadre de l'unité d'enseignement d'acoustique (LU3ME105) de *Sorbonne Université*, nous avons étudié la modélisation de la propagation acoustique ainsi que la transmission dans un pavillon. Nous avons implémenté, pour les pavillons, des variations exponentielles et linéaires des surfaces. Pour le faire, nous avons utilisé le logiciel *python* et nous avons discrétisé finement la variation de section. Dans le cas de la variation exponentielle, nous avons également étudié l'existence de la fréquence de coupure. Pour nos application numériques, nous avons choisi le mégaphone.

1 Variation linéaire

1.1 Implémentation d'une surface avec variation linéaire

Premièrement, nous avons choisi nos mesures pour un mégaphone en 2D: sa longueur étant $\mathbf{l} = \mathbf{0.35m}$, sa section initiale $\mathbf{S0} = \mathbf{0.06m}$, sa section finale $\mathbf{Sf} = \mathbf{0.18m}$, ainsi que l'épaisseur de chaque surface $\mathbf{h_n} = \mathbf{0.4004\ mm}$.

Avec les dimensions que nous avons choisi, nous avons commencé par discrétiser finement la variation de section. En utilisant *python*, nous avons implémenté un espace linéaire de $\mathbf{0}$ à \mathbf{l} , avec 1000 valeurs dans le but de faire varier la position sur l'axe horizontal.

A la suite, nous avons choisi une pente, qui va nous permettre d'avoir une variation linéaire de la surface qui semble être un modèle proche de la réalité. Le choix de notre pente est de $\mathbf{m} = \mathbf{0,34}$ qui coïncide avec l'angle $\alpha = \mathbf{18,78^\circ}$. La fonction qui nous a permis d'avoir une variation discrète de la surface est: $\mathbf{S_n} = \mathbf{m\ x_n} + \mathbf{S0}$. Une illustration de notre mégaphone 2D peut être vue dans la *figure 1.a*.

1.2 Analyse des applications numeriques

1.2.1 Coefficient de transmission en amplitude

Pour pouvoir calculer le coefficient de transmission \mathbf{t} de notre mégaphone, nous avons suivi une approche matricielle. Les équations suivantes (qui proviennent du vecteur d'état):

$$M = D_0^{-1} \prod_{n=1}^N T_n D_{N+1} \text{ avec } D_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ S_n/Z_0 & -S_n/Z_0 \end{pmatrix} \text{ et } T_n = \begin{pmatrix} \cos(k_0 h_n) & -i(Z_0/S_n)\sin(k_0 h_n) \\ -i(S_n/Z_0)\sin(k_0 h_n) & \cos(k_0 h_n) \end{pmatrix}$$

mais également avec $k_0 = 2\pi f_0/c_0$ où $c_0=343$ m/s et $\mathbf{t} = \mathbf{1}/\mathbf{M}_{11}$ nous ont permis de calculer le coefficient de transmission avec des fonctions que nous avons implémentées en python. D'après nos calculs, pour les mesures de la *section 1.1*, nous avons trouvé que $\mathbf{t} = (0.49999+0.003i)$ (pour $\mathbf{m} = 0.34$). Nous avons aussi calculé le coefficient de transmission pour encore 2 valeurs de la pente et pour $\mathbf{m} = 2$ nous avons trouvé $\mathbf{t} = (0.49994+0.006i)$ et pour $\mathbf{m} = 10$, $\mathbf{t} = (0.4988+0.024i)$.

Nous observons qu'en augmentant la pente, la partie réelle du coefficient de transmission diminue et sa partie imaginaire augmente. Si on calcule le module du coefficient de transmission nous observons qu'il diminue avec l'augmentation de la pente ($m > 0.34$). De même, si on diminue la pente ($m < 0.34$), on observe que le coefficient diminue avec l'affaiblissement de la pente, donc le choix d'une pente adaptée est important pour avoir une valeur optimale du coefficient de transmission. Nous voulons préciser que nous avons aussi observé que le module du coefficient de reflexion augmente avec l'augmentation et respectivement avec la diminution de la pente.

1.2.2 Validation du coefficient de transmission par le graphique du facteur de perte en fonction de la fréquence

Pour savoir si notre modèle est pertinent, nous avons choisi de tracer le facteur de perte L_T en fonction de la fréquence. Nous avons implémenté ces dernières avec l'aide de python, comme un espace linéaire avec des valeurs allant de 1 à 10000 par pas de 10,009.

Dans le cas d'un mégaphone avec une pente $m = 0.34$, on observe que, dans la *figure 1.b* le facteur de perte est faible (nous n'avons pas de fortes variations harmoniques), ce qui signifie que nous n'avons pas des réflexions fortes et donc la transmission s'effectue dans des bonnes conditions. Par contre, dans le cas de la *figure 1.c*, nous observons que les variations harmoniques sont plus fortes, ce qui signifie que nous aurons des réflexions considerables et donc la transmission sera moins efficace. Donc nous pouvons dire que la transmission dans le cas de la *figure 1.b* est meilleure que celle de la *figure 1.c*, ce qui était prévu dans la *section 1.2.1*.

2 Variation exponentielle

2.1 Implémentation d'une surface avec variation exponentielle

Premièrement, nous avons choisi nos mesures pour le même mégaphone en 2D, sa longueur étant $\mathbf{l} = 0.35\mathbf{m}$, sa section initiale $\mathbf{S_0} = 0.06\mathbf{m}$, sa section finale $\mathbf{S_f} = 0.18\mathbf{m}$, ainsi que l'épaisseur de chaque surface $\mathbf{h_n} = 0.4004$ mm.

Avec les dimensions que nous avons choisi, nous avons commencé par discrétiser finement la variation de section. En utilisant python, nous avons implémenté un espace linéaire de 0 à 1, avec 1000 valeurs, pour pouvoir faire varier la position sur l'axe horizontal.

A la suite, nous avons choisi un certain coefficient pour obtenir une variation exponentielle de la surface qui semble être un modèle proche de la réalité. La choix de ce coefficient est de $\beta = 3.14$. La fonction qui nous a permis d’avoir une variation discrète de la surface est: $S_n = S_0 e^{\beta x_n}$. Une illustration de notre mégaphone 2D peut être vue dans la *figure 2.a*.

2.2 Analyse des applications numériques

2.2.1 Coefficient de transmission en amplitude

Nous avons utilisé le même code pour la variation exponentielle pour calculer le coefficient de transmission. D’après nos calculs, pour les mesures de la section 2.1, nous avons trouvé que $\mathbf{t} = (0.499992 + 0.00292i)$ (pour $\beta = 3.14$). Nous avons aussi calculé le coefficient de transmission pour une valeur du coefficient : $\beta = 10$, $\mathbf{t} = (0.49988 + 0.00803i)$.

Nous observons qu’en augmentant β , la partie réelle du coefficient de transmission diminue et sa partie imaginaire augmente. Si on calcule le module du coefficient de transmission nous observons qu’il diminue avec l’augmentation de β et réciproquement. Donc le choix de β est important pour avoir une valeur optimale du coefficient de transmission. Nous voulons préciser que nous avons aussi observé que le coefficient de reflexion augmente en module avec l’augmentation et respectivement avec la diminution de β .

2.2.2 Validation du coefficient de transmission par le graphique du facteur de perte en fonction de la fréquence

Pour savoir si notre modèle est pertinent, nous avons choisi de tracer le facteur de perte $L_T = \log_{10}(1/|t^2|)$ en fonction de la fréquence. Nous avons implémenté la fréquence avec l’aide de python, comme un espace linéaire avec des valeurs allant de 1 à 10000 Hz par pas de 10,009 et pour chaque valeur de la matrice $M[i]$, nous avons calculé un tableau de coefficients de transmission.

Dans le cas d’un mégaphone avec un coefficient $\beta = 3.14$, on observe que, dans la *figure 2.b* le facteur de perte est faible (nous n’avons pas de fortes variations harmoniques), ce qui signifie que nous n’avons pas de réflexions fortes et donc la transmission s’effectue dans de bonnes conditions. Par contre, dans le cas de la *figure 2.c*, nous observons que les variations harmoniques sont plus fortes, ce qui signifie que nous aurons des réflexions considerables et donc la transmission sera moins efficace. Nous pouvons ainsi dire que la transmission dans le cas de la *figure 2.b* est meilleure que celle de la *figure 2.c*, ce qui était prévu dans la *section 2.2.1*.

2.3 Implémentation et interprétation de la fréquence de coupure

Nous avons pris la formule de la pulsation de coupure pour un pavillon dans le cours : $\omega_c = \beta c_0/2$. On a la formule suivante pour la fréquence de coupure $f_c = \omega_c/2\pi = \beta c_0/4\pi$. Si la fréquence est inférieure à la fréquence de coupure, le pavillon exponentiel n’est pas censé transmettre l’onde, donc pour $f < f_c$ on a $t = 0$. Nos valeurs de f_c sont :

Pour $\beta = 3.14$, $f_c = 85.71$ Hz.

Pour $\beta = 10$, $f_c = 272.95$ Hz.

Cependant, nous avons tracé la transmission en fonction de la fréquence dans notre code, et malheureusement la transmission n’était pas nulle pour des valeurs de la fréquence plus petites que la fréquence de coupure.

3 Figures

3.1 Figure 1: Mégaphone avec variation linéaire

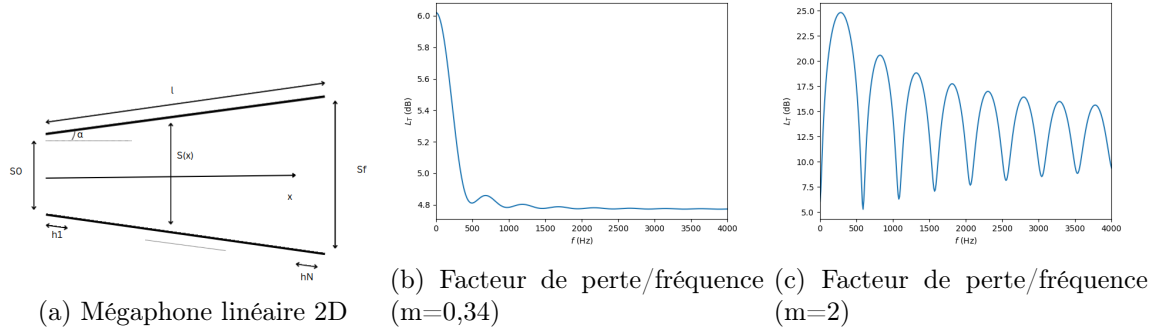


Figure 1: Mégaphone avec variation linéaire

3.2 Figure 2: Mégaphone avec variation exponentielle

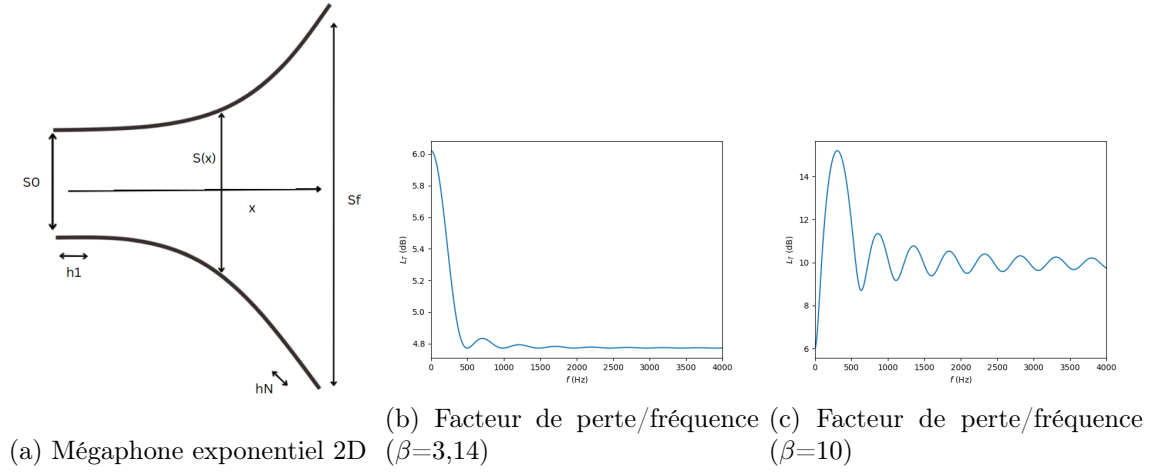


Figure 2: Mégaphone avec variation exponentielle