
Dreapta și planul în spațiu (II)

Problema 6.1. Pentru ce valori ale parametrilor reali a și d dreapta

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$$

este situată în planul $ax + y - 2z + d = 0$?

Problema 6.2. Pentru ce valori ale parametrilor reali a și c dreapta

$$\begin{cases} 3x - 2y + z + 3 = 0 \\ 4x - 3y + 4z + 1 = 0 \end{cases}$$

este perpendiculară pe planul $ax + 8y + cz + 2 = 0$?

Problema 6.3. Stabiliți ecuația planului care trece prin originea coordonatelor și prin dreapta $x = 1 + 3t, y = -2 + 4t, z = 5 - 2t$.

Problema 6.4. Stabiliți ecuațiile parametrice ale dreptei care trece prin punctul $A(3, -2, -4)$, este paralelă cu planul $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ și intersectează dreapta $x = 2 + 3t, y = -4 - 2t, z = 1 + 2t$.

Problema 6.5. Determinați proiecția ortogonală a punctului $A(2, 11, -5)$ pe planul $x + 4y - 2z + 7 = 0$.

Problema 6.6. Determinați simetricul punctului $P(6, -5, 5)$ relativ la planul $2x - 3y + z - 4 = 0$.

Problema 6.7. Determinați simetricul punctului $Q(4, -5, 4)$ relativ la planul care trece prin dreptele

$$\begin{cases} x + y + z - 3 = 0, \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

și

$$\begin{cases} x + z = 0, \\ y = 0 \end{cases}.$$

Problema 6.8. Verificați că dreapta $x = 8 + 5t, y = 1 + 2t, z = 6 + 4t$ se intersectează cu dreapta $x = 11 + 3s, y = 2 + s, z = 4 - 2s$ și stabiliți ecuația planului determinat de ele.

Problema 6.9. Determinați ecuația planului care trece prin punctul $A(1, 2, -2)$ și este perpendicular pe dreapta

$$\frac{x+3}{4} = \frac{y-6}{-6} = \frac{z-3}{2}.$$

Problema 6.10. Determinați simetricul punctului $P(-3, 1, -2)$ relativ la dreapta

$$\begin{cases} 4x - 3y - 13 = 0, \\ y - 2z + 5 = 0 \end{cases}.$$

Problema 6.11. Stabiliți ecuațiile dreptei care trece prin punctul de intersecție dintre planul $x + y + z - 1 = 0$ și dreapta $x = t, y = 1, z = -1$, aparține planului dat și este perpendiculară pe dreapta dată.

Problema 6.12. Determinați ecuațiile perpendicularei comune a dreptelor

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$$

și $x = -1 + 3t, y = 2 + 2t, z = 1$.

Problema 6.13. Stabiliți poziția relativă a planelor:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 5y + 3z - 7 = 0, \\ x + 4y - 2z - 7 = 0, \\ x - 22y + 12z - 9 = 0. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 4y + 4z - 7 = 0, \\ x + 3y + 2z - 5 = 0, \\ -3x + 6y - 6z - 5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -x - y + z - 3 = 0, \\ 2x + y - 3z + 12 = 0, \\ x + 3y + z - 9 = 0. \end{cases}$$

Problema 6.14. Stabiliți dacă dreptele (d_1) și (d_2) sunt strâmbe și, în caz afirmativ, scrieți ecuațiile perpendicularei comune și calculați lungimea sa.

$$\text{a) } (d_1) \begin{cases} x - y + z + 1 = 0, \\ 2x - y - z + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{și} \quad (d_2) \begin{cases} 3x + y + z = 0, \\ x + y - 2z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$\text{b) } (d_1) \begin{cases} 3x - 2y - 1 = 0, \\ y + 3z - 7 = 0 \end{cases} \quad \text{și} \quad (d_2) \begin{cases} 2x - 3y + 6 = 0, \\ x + z - 4 = 0. \end{cases}$$

Problema 6.15. Determinați ecuațiile planelor care trec prin punctele $P(0, 2, 0)$ și $Q(-1, 0, 0)$ și care formează un unghi de 60° cu axa Oz .

Problema 6.16. Determinați distanța dintre dreptele paralele

$$\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{-2} \quad \text{și} \quad \begin{cases} x = -1 + 3t, \\ y = -1 + 2t, \\ z = -2 - 2t. \end{cases}$$