

# Teoria erorilor și aritmetica în virgula flotantă

Radu T. Trîmbițaș

8 martie 2024

## 1 Probleme

- P1.** Scrieți funcții MATLAB pentru a calcula epsilon-ul mașinii, cel mai mare număr reprezentabil în VF și cel mai mic număr normalizat și nenormalizat reprezentabil în VF. Comparați rezultatele cu cele returnate de funcțiile MATLAB `eps`, `realmin`, `realmax`.
- P2.** Scrieți funcții MATLAB pentru calculul lui  $\sin x$  și  $\cos x$  folosind formula lui Taylor:

$$\begin{aligned}\sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots\end{aligned}$$

Știm de la cursul de Analiză matematică următoarele:

- modulul erorii este mai mic decât modulul primului termen neglijat;
- raza de convergență este  $R = \infty$ .

Ce se întâmplă pentru  $x = 10\pi$ ,  $\frac{13\pi}{3}$  (și în general pentru  $x = 2k\pi$ ,  $k$  mare)?

Explicați fenomenul și propuneți un remediu.

- P3.** Scrieți funcții MATLAB pentru calculul lui  $\sin x$  și  $\cos x$  folosind aproximarea Padé în locul formulei lui Taylor. Atenție la reducerea rangului.
- P4.** Scrieți o funcție MATLAB care primește la intrare un număr flotant (simplă sau dublă precizie) și returnează reprezentarea sa binară pe componente: semn, exponent deplasat și semnificantul (așa cum este acesta reprezentat intern).

## 2 Probleme suplimentare

- S1.** Fie două numere reale  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  $x_1 \neq x_2$ . Considerăm reprezentările lor în virgulă flotantă  $x_1^*$  și  $x_2^*$  astfel încât  $x_1^* = \text{fl}(x_1) = x_1(1 + \delta_1)$ ,  $x_2 = \text{fl}(x_2) = x_2(1 + \delta_2)$  și  $|\delta_1| < \delta$ ,  $|\delta_2| < \delta$ . Cât de mic trebuie să fie  $\delta$ , astfel încât să putem testa corect (în virgulă flotantă cu precizia mașinii eps), dacă  $x_1 \neq x_2$ .
- S2.** Același enunț ca la problema P1, dar în Maple.